# Obliczeniowy model rozumienia kwantyfikatorów w świetle badań neuropsychologicznych

Jakub Szymanik

3 marca 2007

# Streszczenie

- McMillan et al. (2005) mierzyli aktywność mózgu.
- Zadania polegały na ocenianiu prawdziwość zdań.
- Porównali kwantyfikatory FO z nonFO.
- Twierdzą, że semantyka obliczeniowa wyjaśnia wyniki.
- Kwestionuję to twierdzenie.
- Ich podział kwantyfikatorów nie chwyta złożoności.
- Proponujemy modyfikację badań.
- Chcemy ustalić, jaką rolę odgrywa pamięć operacyjna.

# Spis treści

# Spis treści

# Spis treści

# ZAMIAST WSTĘPU

- Każdy humanista ma wysokie mniemanie o sobie.
- Pewien dziekan tańczył nago na stole.
- Przynajmniej dwoje studentów przygotowało prezentację.
- Parzyście wielu studentów widziało ducha.
- Większość lingwistów uważa się za informatyków.
- Mniej niż połowa studentów zdała egzamin.
- Tyle samo logików, filozofów i lingwistów pali.

# Definicja Lindströma

**Definicja**

Monadyczny kwantyfikator uogólniony typu $\underbrace{(1, \ldots, 1)}_{n}$ to klasa Q struktur postaci $M = (U, A_1, \ldots, A_n)$, gdzie $A_i \subseteq U$. Ponadto, Q jest zamknięta na izomorfizm.

# I wszystko jasne . . .

- $K_{\exists} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge A \neq \emptyset\}$.

# I wszystko jasne . . .

- $K_{\exists} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge A \neq \emptyset\}$.
- $K_{\forall} = \{(U, A) : A = U\}$.

# I wszystko jasne ...

- $K_{\exists} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge A \neq \emptyset\}$.
- $K_{\forall} = \{(U, A) : A = U\}$.
- $K_{\exists^{=m}} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge card(A) = m\}$.

# I WSZYSTKO JASNE . . .

- $K_{\exists} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge A \neq \emptyset\}$.
- $K_{\forall} = \{(U, A) : A = U\}$.
- $K_{\exists^{=m}} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge card(A) = m\}$.
- $K_{D_n} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge card(A) = k \times n\}$.

# I WSZYSTKO JASNE ...

- $K_{\exists} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge A \neq \emptyset\}$.
- $K_{\forall} = \{(U, A) : A = U\}$.
- $K_{\exists^{=m}} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge card(A) = m\}$.
- $K_{D_n} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge card(A) = k \times n\}$.
- $K_{Most} = \{(U, A_1, A_2) : card(A_1 \cap A_2) > card(A_1 - A_2)\}$.

# I wszystko jasne ...

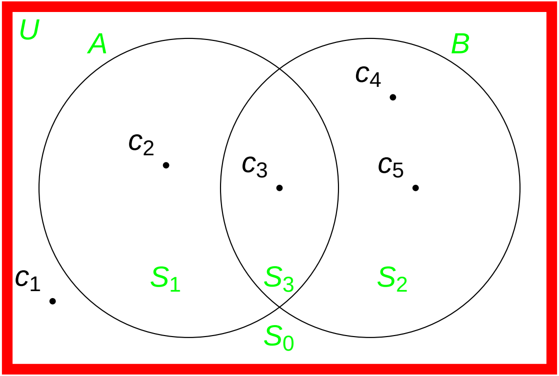
- $K_{\exists} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge A \neq \emptyset\}$.
- $K_{\forall} = \{(U, A) : A = U\}$.
- $K_{\exists^{=m}} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge card(A) = m\}$.
- $K_{D_n} = \{(U, A) : A \subseteq U \wedge card(A) = k \times n\}$.
- $K_{Most} = \{(U, A_1, A_2) : card(A_1 \cap A_2) > card(A_1 - A_2)\}$.
- $K_{Equal} = \{(U, A_1, \ldots, A_n) : card(A_1) = \ldots = card(A_n)\}$.

# Spis treści

# Jak kodujemy modele?

- Ograniczymy się do skończonych modeli $M = (U, A, B)$.
- Wypisujemy wszystkie elementy uniwersum: $c_1, \ldots, c_5$.
- Każdemu elementowi przypisujemy: $a_{\bar{A}\bar{B}}$, $a_{A\bar{B}}$, $a_{\bar{A}B}$, $a_{AB}$.
- Dostajemy słowo $\alpha_M = a_{\bar{A}\bar{B}} a_{A\bar{B}} a_{AB} a_{\bar{A}B} a_{\bar{A}B}$.
- $\alpha_M$ mówi, że $c_1 \in \bar{A}\bar{B}, c_2 \in A\bar{B}, c_3 \in AB, c_4 \in \bar{A}B, c_5 \in \bar{A}B$.
- Klasę $K_Q$ reprezentujemy jako zbiór odpowiednich słów.

# ILUSTRACJA




RYSUNEK: Ten model jest jednoznacznie opisany przez $\alpha_M = a_{\bar{A}\bar{B}} a_{A\bar{B}} a_{AB} a_{\bar{A}B} a_{\bar{A}B}$.

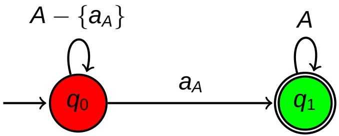
# Ogólna definicja

Klasę $K_{\mathrm{Q}}$ skończonych modeli postaci $(M, A_1, \ldots, A_n)$ można reprezentować jako język $L_{\mathrm{Q}}$ nad alfabetem $A = \{a_1, \ldots, a_{2^n}\}$ taki, że: $\alpha \in L_{\mathrm{Q}}$ gdy istnieje $(U, A_1, \ldots, A_n) \in K_{\mathrm{Q}}$ oraz liniowy porządek $U = \{c_1, \ldots, c_k\}$ taki, że $length(\alpha) = k$ i $i$-ta litera $\alpha$ to $a_j$ dokładnie wtedy, gdy $c_i \in S_1 \cap \ldots \cap S_n$, gdzie:

$$S_l = \begin{cases} A_l & \text{jeśli część całkowita } \frac{j}{2^l} \text{ jest nieparzysta} \\ U - A_l & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

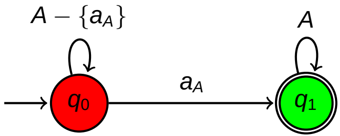
# Języki odpowiadające kwantyfikatorom

- $L_{\exists} = \{\alpha \in A^* : n_{a_A}(\alpha) > 0\}$.

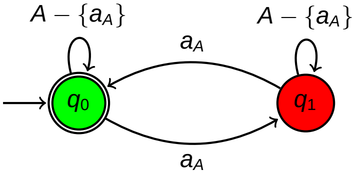


# Języki odpowiadające kwantyfikatorom

- $L_{\exists} = \{\alpha \in A^{*} : n_{a_A}(\alpha) > 0\}.$

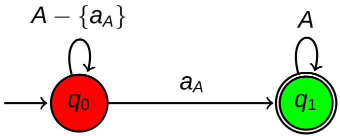



- $L_{D_2} = \{\alpha \in A^{*} : n_{a_A}(\alpha) \equiv 0 \ (mod 2)\}.$

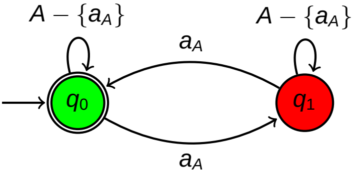


# Języki odpowiadające kwantyfikatorom

- $L_{\exists} = \{\alpha \in A^* : n_{a_A}(\alpha) > 0\}.$




- $L_{D_2} = \{\alpha \in A^* : n_{a_A}(\alpha) \equiv 0 \ (mod 2)\}.$




- $L_{MOST} = \{\alpha \in A^* : n_{a_{AB}}(\alpha) > n_{a_{A\bar{B}}}(\alpha)\}.$

# Co to znaczy, że klasa kwantyfikatorów jest rozpoznawana przez klasę automatów?

## Definicja

Niech $\mathcal{D}$ będzie klasą automatów,
$\Omega$ klasą kwantyfikatorów monadycznych.
Powiemy, że $\mathcal{D}$ rozpoznaje $\Omega$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego kwantyfikatora monadycznego Q:

$$\mathsf{Q} \in \Omega \iff \text{istnieje automat } A \in \mathcal{D}(A \textit{ rozpoznaje } L_{\mathsf{Q}}).$$

# Interesujące wyniki.

**Twierdzenie (J. van Benthem)**

Kwantyfikator Q jest elementarnie definiowalny wtw
$L_Q$ jest rozpoznawany przez automat skończony bez powrotów.

**Twierdzenie (M. Mostowski)**

Kwantyfikator Q jest definiowalny w logice podzielności wtw
$L_Q$ jest rozpoznawany przez automat skończony.

Automaty skończone nie mają pamięci!!!

# Parzystość. Rola powrotów.

- Parzystość nie jest elementarna.
- Ale rozpoznawana przez automat skończony.
- Tyle, że z powrotami.
- Różnica pomiędzy FA oraz FA bez powrotów?

# Inne wyniki

**Twierdzenie (J. van Benthem)**

PDA akceptują półliniowe kwantyfikatory typu (1).

Stos jest prostą formą pamięci operacyjnej!!!

**Obserwacja**

„Tyle samo . . . , . . . oraz . . . jest A” nie jest bezkontekstowy.

# Spis treści

# Spis treści

# Badani i technika

- 12 dorosłych, zdrowych, prawo-ręcznych, rodzimych użytkowników języka angielskiego (8 mężczyzn, 4 kobiety).
- Średnia wieku 24.4 lata.
- Średnia długość edukacji 16.4 lata.
- BOLD fMRI.

# Materiał

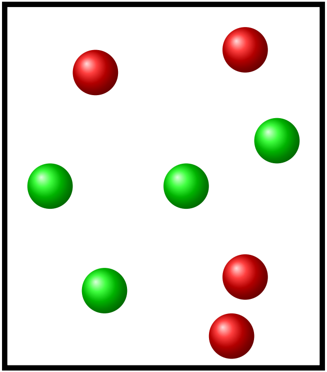
- 120 gramatycznie prostych zdań.
- 6 różnych kwantyfikatorów:
  - Pierwszego rzędu: „all”, „some”, „at least 3”.
  - Wyższych rzędów: „less than half of”, „an even number of”, „an odd number of”.
- Połowa zdań każdego typu była prawdziwa;
- 2 następujące po sobie 10-sek. zdarzenia:
  1. Wyświetlamy zdanie.
  2. Wyświetlamy zdanie z rysunkiem.
- 8 losowo rozmieszczonych obiektów.
- Czy zdanie dokładnie opisuje obrazek?

# Przykład zadania

Every ball is green.

# Przykład zadania

Every ball is green.

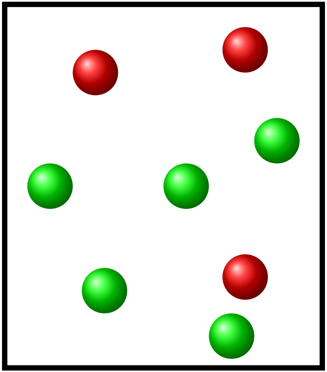


# Kolejny przykład

Even number of balls are green.

# Kolejny przykład

Even number of balls are green.

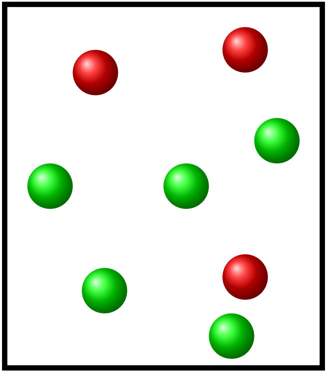


# I jeszcze jeden przykład

Most of the balls are green.

# I jeszcze jeden przykład

Most of the balls are green.



# Spis treści

# Wyniki

- Poprawne odpowiedzi: FO 92,3% , nonFO 84,5%.

# Wyniki

- Poprawne odpowiedzi: FO 92,3% , nonFO 84,5%.
- FO oraz nonFO angażują prawą dolną korę ciemieniową (*right inferior parietal cortex*) –
  obszar mózgu odpowiedzialny za operacje liczbowe.

# Wyniki

- Poprawne odpowiedzi: FO 92,3% , nonFO 84,5%.
- FO oraz nonFO angażują prawą dolną korę ciemieniową (*right inferior parietal cortex*) –
  obszar mózgu odpowiedzialny za operacje liczbowe.
- Tylko nonFO angażują prawą grzbietowo-boczną korę przedczołową (*right dorsolateral prefrontal cortex*) – obszar mózgu związany z pamięcią operacyjną.

# Dodatkowe dane

- Otępienie korowo-podkorowe (CBD) – liczenie.
- Alzheimer (AD) i otępienie semantyczne (FTD) – ograniczenia pamięci.

# Dodatkowe dane

- Otępienie korowo-podkorowe (CBD) – liczenie.
- Alzheimer (AD) i otępienie semantyczne (FTD) – ograniczenia pamięci.
- CBD ogranicza rozumienie bardziej niż AD i FTD.
- FTD oraz AD bardziej ogranicza rozumienie nonFO.

# Główna twierdzenie

**Stwierdzenie**

Przyjęty model obliczeniowy tłumaczy różnice w umysłowym przetwarzaniu kwantyfikatorów.
W trafny sposób przewiduje użycie pamięci krótkotrwałej.

# Spis treści

# Przypomnienie

| defniowalność | przykład | rozpoznawany przez |
|---|---|---|
| FO | dokładnie 6 | FA bez powrotów |
| $FO(D_n)$ | parzyście wiele | FA |
| półliniowe (1) | większość | PDA |

TABELA: Kwantyfikatory i złożoność odpowiadających im algorytmów.

# Krytyka

# Krytyka

- Wyjaśnienie oparte jest na niepoprawnym założeniu.

# Krytyka

- Wyjaśnienie oparte jest na niepoprawnym założeniu.
- Przeczono różnice obliczeniowe.

# Krytyka

- Wyjaśnienie oparte jest na niepoprawnym założeniu.
- Przeoczono różnice obliczeniowe.
- Eksperyment może zostać poprawiony.

# Spis treści

# Spis treści

# Różnice w złożoności obliczeniowej

Porównać 3 klasy kwantyfikatorów:

# Różnice w złożoności obliczeniowej

Porównać 3 klasy kwantyfikatorów:

1. rozpoznawane przez FA bez powrotów,

## Różnice w złożoności obliczeniowej

Porównać 3 klasy kwantyfikatorów:

1. rozpoznawane przez FA bez powrotów,
2. rozpoznawane przez FA,

# Różnice w złożoności obliczeniowej

Porównać 3 klasy kwantyfikatorów:

1. rozpoznawane przez FA bez powrotów,
2. rozpoznawane przez FA,
3. rozpoznawane przez PDA.

# Teoretyczne przewidywania

1. Rozumienie parzystości – lecz nie FO – zależy od zasobów wykonawczych (FA vs. FA bez powrotów).

# Teoretyczne przewidywania

1. Rozumienie parzystości – lecz nie FO – zależy od zasobów wykonawczych (FA vs. FA bez powrotów).
2. Tylko kwantyfikatory nie definiowalne w logice podzielności będą aktywowały pamięć operacyjną.

# Spis treści

# Kwantyfikatory arystotelesowskie vs. kwantyfikatory liczbowe

- Arystotelesowskie: „wszystkie”, „żadne”, „pewne”.
- Liczbowe, np.: „co najmniej 3”, „co najwyżej 7”.

# Kwantyfikatory arystotelesowskie vs. kwantyfikatory liczbowe

- Arystotelesowskie: „wszystkie”, „żadne”, „pewne”.
- Liczbowe, np.: „co najmniej 3”, „co najwyżej 7”.
- Elementarna reprezentacja kwantyfikatorów liczbowych.
- Na przykład „co najmniej 3 piłki” zapisane w FO:

$$\exists x \exists y \exists z (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge piki(x) \wedge piki(y) \wedge piki(z)).$$

# Ranga kwantyfikatorów liczbowych

- Złożoność przekładu jest proporcjonalna do rangi.
- Kwantyfikatory liczbowych są bardziej podobne do nonFO niż do arystotelesowskich?
- Należy użyć kwantyfikatorów z dużą rangą, np. „co najmniej 7”.
- Subitizing vs. liczenie?

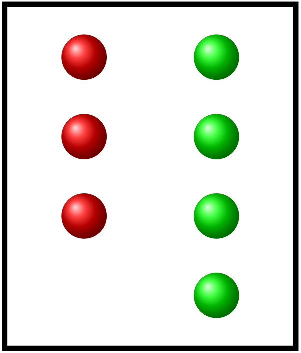
# Spis treści

# Badanie roli pamięci operacyjnej

- Uporządkowanie elementów jako zmienna niezależna.
- Uporządkowane i nieuporządkowane uniwersa.
- W uporządkowanym przypadku pamięć nie jest potrzebna.

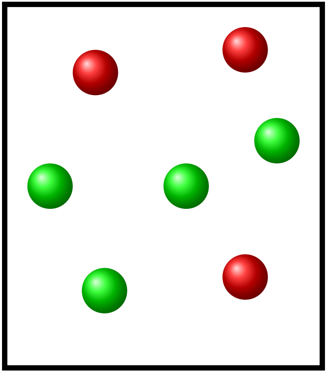
# Większość a porządek

Most of the balls are green.



# Większość i chaos

Most of the balls are green.



# Przewidywania

- „Większość” nad porządkiem nie aktywuje pamięci.
- Porządek nie wpływa na rozumienie parzystości.

# Spis treści

# Wnioski

- Rozróżnienie na kwantyfikatory elementarne i kwantyfikatory wyższych rzędów nie wystarcza, aby wyjaśnić udział pamięci w rozumieniu.

# Wnioski

- Rozróżnienie na kwantyfikatory elementarne i kwantyfikatory wyższych rzędów nie wystarcza, aby wyjaśnić udział pamięci w rozumieniu.
- Najwyższa pora na poprawiony eksperyment!

# BIBLIOGRAFIA

C. McMillan et al.
Neural Basis for Generalized Quantifiers Comprehension.
*Neuropsychologia*, 43, 2005.

J. Szymanik
A Note on Some Neuroimaging Study of Natural Language Quantifiers Comprehension.
*Neuropsychologia*, to appear.

# Bibliografia


C. McMillan et al.
Quantifier Comprehension in Corticobasal Degeneration.
*Brain and Cognition*, 62, 2006.

R. Clark and M. Grossman
Number Sense and Quantifier Interpretation.
*Journal Topoi*, in press.

# Bibliografia

J. van Benthem
Essays in logical semantics.
Reidel, 1986.

M. Mostowski
Computational semantics for monadic quantifiers.
*Journal of applied Non-Classical Logics*, 8(1998).