

ZAGADKI

FIGLE LOGICZNE 3: SOFIZMATY

KOGNITYWISTYKA UAM (III, IV, V)

JERZY POGONOWSKI

Zakład Logiki i Kognitywistyki UAM
www.kognitywistyka.amu.edu.pl
www.logic.amu.edu.pl/index.php/Dydaktyka
pogon@amu.edu.pl

Gdy wnioskujemy niepoprawnie, to możemy czynić to bezwiednie, bądź celowo. W pierwszym przypadku mamy do czynienia z *paralogizmem* – błędem logicznym. W przypadku drugim, gdy usiłujemy przedstawić niepoprawny wniosek z intencją oszukania, mówimy o *sofizmatach*. Można – na różne sposoby – kodyfikować poprawne metody rozumowania, jednak jakaś trafna i w miarę wyczerpująca klasyfikacja bądź typologia błędów i sofizmatów nie wydaje się wykonalna. Wyniki każdego sprawdzianu z logiki dobitnie przekonują, że ludzka inwencja w błądzeniu jest niewyczerpana. Podobnie, nieograniczona w swojej różnorodności wydaje się ludzka pomysłowość w oszukiwaniu.

1 Lemat Wrocławski

LEMAT WROCŁAWSKI. *Istnieje zbiór pusty*. Dowód. Rozważmy zbiór W wszystkich zbiorów pustych. Zachodzi dokładnie jedna z następujących możliwości:

- a) Zbiór W jest zbiorem pustym.
- b) Zbiór W jest zbiorem niepustym.

W przypadku a) zbiór W jest zbiorem spełniającym tezę Lematu Wrocławskiego. W przypadku b), skoro W jest zbiorem niepustym, to zawiera jakieś elementy. Ale, z definicji W , każdy element zbioru W jest zbiorem pustym. A zatem *dowolny* element zbioru W spełnia tezę Lematu Wrocławskiego.

Znajdź usterkę w powyższym dowodzie.

2 Lemat Krakowski

LEMAT KRAKOWSKI. *Nic nie istnieje.* Dowód. Uczyńmy założenie optyczno-liryczne, że *brak cienia jest dowodem nieistnienia*. Cienie nie rzucają cienia. Zatem cienie nie istnieją. Stąd, nic nie posiada cienia. Dowodzi to, że nic nie istnieje.

Znajdź usterkę w powyższym dowodzie.

3 Złotówka równa groszowi?

Co zarzucisz następującemu „dowodowi”, że złotówka równa się groszowi:

$$1\text{zł} = 100\text{gr} = (10\text{gr})^2 = (0.10\text{zł})^2 = 0.01\text{zł} = 1\text{gr}$$

4 „Dowód”, że $0 = 1$

Błędy w rachunkach mogą powstawać przez nieuwagę, nieznajomość podstawowych faktów, złudne podszepty intuicji (a więc właściwie przez *niepoprawne intuicje*). Zdarzają się one początkującym uczniom, ale także wytrawnym matematykom. Spójrzmy na kilka przykładów (i spróbujmy wskazać błędy):

- $1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1) \cdot (-1)} = \sqrt{(-1)} \cdot \sqrt{(-1)} = i \cdot i = -1.$
- Skoro $a = b$, to $a^2 = ab$. Pokażemy teraz, że $2 = 1$. Mamy kolejno:
 $a^2 - b^2 = ab - b^2$
 $(a + b)(a - b) = b(a - b)$
 $a + b = b$
 $a + a = a$
 $2a = a$
 $2 = 1.$
- Przypomnijmy wzór na całkowanie przez części:

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$$

Dla $u(x) = \frac{1}{x}$, $v(x) = x$ mamy: $\int \frac{1}{x} \cdot 1dx = \frac{1}{x}x - \int (-\frac{1}{x^2})x dx$, co oznacza, że $\int \frac{1}{x} dx = 1 + \int \frac{1}{x} dx$. Wniosek: $0 = 1$.

5 Przepis na nieśmiertelność

Gdy zastanowić się głębiej, trudno orzec, dlaczego nieśmiertelność uważana jest za wartość pozytywną. Mniejsza z tym, niech każdy trudzi się nad problemem nieśmiertelności we własnym sumieniu. Dla tych, którzy jej pożądamy podajemy (za Raymondem Smullyanem) prosty przepis na to, aby stać się nieśmiertelnym. Wystarczy, że spełnisz następujące dwa warunki:

1. Będziesz zawsze mówiła prawdę.
2. Wypowiesz (teraz) zdanie: *Powtórzę to zdanie jutro.*

Skoro to takie proste, to dlaczego (żądni nieśmiertelności) ludzie nie postępują wedle tego przepisu? A może przepis jest zły? Co sądzisz?

Rozwiązania zagadek podane zostaną na wykładzie.

Jerzy Pogonowski
Zakład Logiki i Kognitywistyki UAM
pogon@amu.edu.pl