

ALICJA W KRAINIE ZAGADEK

OPOWIEŚĆ W STYLU LEWISA CARROLLA
DLA DZIECI PONIŻEJ OSIEMDZIESIĄTKI

RAYMOND SMULLYAN

ZE WSTĘPEM MARTINA GARDNERA

Tłumaczenie: JERZY POGONOWSKI

Podstawa przekładu: RAYMOND SMULLYAN
Alice in Puzzle-Land.

A Carrollian Tale for Children Under Eighty.

Penguin Books, 1982. ISBN 0 14 00.7056 7

Pierwsze wydanie: Wiliam Morrow and Company, Inc.,
New York 1982.

SPIS TREŚCI

• Przedmowa	6
• Wstęp	7
• Część I — Zagadki z Krainy Czarów	9
• 1. Która Alicja?	11
• 2. Kto ukradł tarty?	14
• 3. Kto jest obłąkany?	22
• 4. Gryf i Żółwiciel	27
• 5. Opowieść Króla	38
• Część II — Lustrzana Logika	45
• 6. Dwunaste pytanie	47
• 7. Tweedledum czy Tweedledee?	52
• 8. I to jest w tym najpiękniejsze!	58
• 9. Biały Rycerz nie za bardzo mógł pamiętać	68
• 10. Lustrzana Logika	75
• 11. Teoria Czerwonego Króla	83
• 12. Która Alicja?	86
• Rozwiązania zagadek	88
• Słowo od tłumacza	119

PRZEDMOWA

Ta książka, podobnie jak *Przygody Alicji w Krainie Czarów* oraz *O tym, co Alicja odkryła po drugiej stronie lustra* jest naprawdę dla czytelników w każdym wieku. Nie rozumiem przez to, że cała jest dla czytelników w każdym wieku, lecz to, że dla każdego wieku, jakaś jej część jest właśnie dla tego wieku. Dla przykładu, całkiem elementarne zagadki z Rozdziału Czwartego przeznaczone są szczególnie dla bardzo młodych czytelników, którzy nie uczyli się jeszcze algebry (a jak mądrze mówi Gryf, „Nie potrzeba ci żadnej algebry!”). Na drugim biegunie są zagadki konkursowe z Rozdziału Piątego i Dziewiątego; te w równej mierze zaciekawia zarówno eksperta, jak i czytelnika początkującego. Rozdział Dziesiąty ma charakter szczególny i niezwykajny.

W tym roku (1982) obchodzimy sto pięćdziesiątą rocznicę urodzin Lewisa Carrolla, któremu ta książka jest dedykowana. Wierzę, że Carroll szczególnie polubiłby rozdział z Humpty Dumptym, który dotyczy paradoksów (jeden z ulubionych tematów Carrolla), lecz w nie do podrobienia stylu Humpty Dumpty’ego. Było wielką uciechą pisanie tego rozdziału (jak zresztą także wszystkich innych!). W istocie, cały projekt odtworzenia ducha pism Carrolla był rozkoszą od początku do końca.

Moje serdeczne podziękowania kieruję do Greera Fittinga, za wszystkie urocze ilustracje; do Marii Guarnaschelli, za doskonałe edytorstwo; oraz do Ivera Kerna, który uważnie przejrzał cały rękopis i dostarczył wielu użytecznych wskazówek.

RAYMOND SMULLYAN

Elka Park, New York
1 stycznia 1982

WSTĘP

Raymond Smullyan to wyjątkowy zestaw osobowości, który zawiera filozofa, logika, matematyka, muzyka, magika, satyryka, pisarza i twórcę wspaniałych zagadek. Ponieważ jest utalentowanym pisarzem i satyrykiem, lubi przedstawiać swoje zagadki w formach narracyjnych, które często parodiują wielkie dzieła literatury powszechnej. I robi to tak dobrze, że jego książki z zagadkami są, niewiarygodnie, przyjemnością nawet dla czytelnika, który nigdy nie próbował rozwiązać ani jednej zagadki!

Pierwsza książka z zagadkami Raya (nazywam go Ray, ponieważ jesteśmy starymi przyjaciółmi) była zatytułowana *Jaki jest tytuł tej książki?* Wprowadzała rycerzy (którzy mówią tylko prawdę) i łotrów (którzy zawsze kłamią) oraz takie postacie, jak Inspektor Craig, Bellini i Cellini, Księżę Dracula i Alicję Lewisa Carrolla oraz stworzenia z Krainy Czarów. Oczywiście czytelnicy, którzy naprawdę pracowali nad zagadkami z tej książki, jakkolwiek jest jej tytuł, docenili ją podwójnie, a na końcu otrzymali godną uwagi nagrodę — wgląd w słynny dowód Kurta Gödla, największe współczesne odkrycie matematyczne.

Pierwsza kolekcja Raya oryginalnych problemów szachowych, *Zagadki szachowe Sherlocka Holmesa*, otacza każdy problem pastiszem dotyczącym Holmesa i Watsona. Opowieści te są tak wierne kanonowi, że miłośnicy Sherlocka, którzy nigdy nie grali w szachy, mogą cieszyć się nimi dla samych dialogów. Druga kolekcja problemów szachowych, *The Chess Mysteries of the Arabian Knights* umieszcza poszczególne problemy w parodiach opowieści Szeherazady.

W tomie, który teraz trzymacie, Alicja i jej przyjaciele są tu znów z powrotem i swawolą z zagadkami po drugiej stronie Zwierciadła w sposób, który ucieszy miłośników Carrolla tak samo, jak pierwsza książka z zagadkami szachowymi ucieszyła odwiedzających Baker Street. Ray zrobił to raz jeszcze. Jego postacie nie tylko mówią i zachowują się dokładnie tak, jak ich pierwowzory, lecz w książce roi się także od gier słownych w stylu Carrolla, problemów logicznych i metalogicznych oraz mrocznych paradoksów filozoficznych. W świecie nonsensu Carrolla były dwie Alicje: ta wyobrażona oraz jego dziecięca przyjaciółka z życia rzeczywistego, Alice Liddell. W świecie nonsensu Raya również są dwie Alicje: przyjaciółka Raya oraz wyobrażona Alicja z pierwszej książki. Carroll kochałby je obie. I byłby zachwycony paczką Raya spoza Zwierciadła, która rozpakowuje się sama tylko wtedy, gdy próbujesz ją zapakować, oraz setką innych kaprysów, które Carroll sam mógłby wymyślić, gdyby mógł przyśnić Raya Smullyana.

Jak zawsze w książkach Raya, osobliwe kwestie metafizyczne znajdują sposób, aby was zaskoczyły. Dla przykładu, gdy Humpty Dumpty mówi Alicji, że powinna myśleć o wszystkim, Alicja rozumnie oświadcza, że jest to niemożliwe.

— Nigdy nie powiedziałem, że *miałabyś moc* — rzekł Humpty Dumpty

— Po prostu powiedziałem, że *powinnaś*.

— Ale czy jest rozumnym mówienie, że *powinnam* zrobić coś, czego nie mogę zrobić? — zapytała Alicja.

— To interesujący problem z Filozofii Moralności — odrzekł — ale zaprowadziłoby to nas zbyt daleko poza nasz temat.

Tak byłoby istotnie! Ray wam tego nie mówi, ale Humpty Dumpty podniósł tu słynny problem znany jako paradoks Hintikki, za Jaakko Hintikka, jednym z liderów modnej nowej szkoły filozofów „światów możliwych”. Czy jest poprawne nazywanie moralnie złym czegoś, co dana osoba zrobić nie może? Hintikka ma osławiony argument skonstruowany po to, aby pokazać, że jest złym próbowanie robienia czegoś niemożliwego. Istnieje już duża literatura na temat tej dziwnej kwestii, należącej do typu logiki modalnej zwanej logiką deontyczną. Nauczyliśmy się od Carrolla, że Humpty Dumpty jest ekspertem w logice klasycznej i w semantyce. A teraz od Raya uczymy się, że Jajo jest także ekspertem w logice modalnej!

Stronę lub dwie dalej, Humpty Dumpty wprawia w zakłopotanie Alicję zadziwiającą jednozdaniową wersją innego słynnego paradoksu, wymienianego pod takimi nazwami, jak „nieoczekiwany egzamin” oraz „nieoczekiwana egzekucja”. (Możecie przeczytać o tym w pierwszym rozdziale mojej książki *The Unexpected Hanging*.) Humpty Dumpty nie jest pewien, czy jego elegancka kompresja tej zagadki jest autentycznym paradoksem czy nie, i wy także nie będziecie, gdy już go zrozumiecie. Jak oświadcza Humpty Dumpty: „To jest w tym najpiękniejsze!”

W swoim rozdziale o Białym Rycerzu Carroll mówi nam: „Spośród wszystkich dziwnych rzeczy, które Alicja ujrzała w czasie swej wędrówki Po Drugiej Stronie Lustra, tę zapamiętała najdokładniej. Po latach umiała sobie ponownie odtworzyć całą tę scenę, jak gdyby rozegrała się ona wczoraj. . .”¹

Ray nie zapomniał. „Ze wszystkich zagadkowych przygód Alicji w krainie Zwierciadła — rozpoczyna on Rozdział Dziewiąty — te, które teraz nastąpiły były tymi, które najbardziej żywo pamiętała. Jeszcze po latach stale opowiadała swoim przyjaciołom te fascynujące i niezwykle zagadki.” Tak, i mógłbyś przysiąc, że to własny Białym Rycerz Lewisa Carrolla, który spada ze swojego konia na kartach Raya.

Na zakończenie drugiej książki Carrolla o Alicji, Alicja zastanawia się, czy to ona śniła o Czerwonym Królu, czy też sama jest tylko jakąś rzeczą w śnie Czerwonego Króla. W ostatnich dwóch rozdziałach, Ray snuje błyskotliwe zagadkowe wątki na temat śnienia. Jego książka kończy się sceną, w której Czerwony Król przedstawia Alicji pytanie dotyczące snów tak głębokie i zwodnicze, że — tak, jak uczynił to Carroll — również Ray pozostawia je bez odpowiedzi.

Nikt nie może czytać tej książki, lub dowolnej innej książki Raya, bez stania się bardziej świadomym tajemnicy bycia, trudności odróżniania tego, co jest prawdziwe, od tego, co jest fałszywe, lub tego, co jest rzeczywiste, od tego, co jest nierzeczywiste. I zamykacie tę książkę wiedząc, że Ray pokazał wam tylko małą część fantastycznych zagadkowych sztuczek, ukrytych w jego czarnoksiężskich rękawach, że to on przemawia przez Księżną, gdy ta mówi: „Jeśli chodzi o *zwodnicze* zagadki, to te są niczym w porównaniu z niektórymi, które *mogłabym* ci opowiedzieć, gdybym coś wybrała!”

MARTIN GARDNER

Hendersonville, North Carolina

¹Lewis Carroll, *O tym co Alicja odkryła po drugiej stronie lustra*. Czytelnik, Warszawa 1975, strona 258. Tłumaczenie: Maciej Słomczyński.

Rozdział 10: Lustrzana Logika

Lewis Carroll powiedział nam bardzo niewiele o pozostałym Białym Rycerzu; wszystko, co nam powiedział to to, że próbował on kiedyś założyć hełm pierwszego Białego Rycerza, co było bardzo nieostrożne, zważywszy, że pierwszy Biały Rycerz był wtedy w hełmie.

Cóż, gdy Alicja go spotkała, była całkowicie zakłopotana! Tak wiele stwierdzeń, które wypowiedział, wydawało się nietrafne! Czyż mógł być jedną z tych osób, które zawsze kłamią? — pomyślała Alicja. — Nie — odrzuciła to od razu, ponieważ jej intuicja podpowiadała jej, że był on całkiem szczerą osobą. Ale te rzeczy, które mówił! Przede wszystkim powiedział Alicji, że jest ona jednorożcem. Gdy Alicja go zapytała: „Czy rzeczywiście wierzysz, że jestem jednorożcem?” odpowiedział: „Nie.” Następnie utrzymywał, że Biały Król spał i śnił o Alicji, ale potem powiedział, że Biały Król nie śnił o niczym. Potem doszły dwa zdania wzajem sprzeczne (zapomniałem, jakie one były) i najpierw twierdził on, że jedno z nich jest prawdziwe, potem twierdził, że pozostałe jest fałszywe, a jeszcze potem, że oba są prawdziwe.

Początkowo Alicja myślała, że był on po prostu sprzeczny, ale nigdy nie potrafiła złapać go na bezpośredniej sprzeczności — to znaczy nie potrafiła znaleźć zdania, o którym twierdził on, że jest prawdziwe i twierdził także, że jest fałszywe, choć bywało, że twierdził, iż zdanie jest jednocześnie prawdziwe i fałszywe! Ciągle nie mogła go przyłapać na utrzymywaniu oddzielnie — że zdanie jest prawdziwe i że zdanie jest fałszywe.

Po wielu godzinach przesłuchiwania, Alicja zgromadziła olbrzymią liczbę danych, które zapisała w swoim notatniku. Zaniósła go do Humpty Dumpty'ego, aby zobaczyć, czy on może je wytłumaczyć.

— To dowodzi — powiedział Humpty Dumpty, przeglądając notatki Alicji — to dowodzi!

— Co przez to rozumiesz? — zapytała Alicja. — Czy Biały Rycerz jest nieprawdomówny?

— Biały Rycerz nigdy nie kłamie — odpowiedział Humpty Dumpty.

— No to nie rozumiem — odrzekła Alicja. — Naprawdę nie rozumiem!

— Oczywiście, że nie — odparł pogardliwie Humpty Dumpty — nie rozumiesz Lustrzanej Logiki!

— A czym jest Lustrzana Logika?

— Rodzajem logiki stosowanym przez Lustrzanych Logików — odpowiedział.

— A kim jest Lustrzany Logik?

— No przecież tym, który stosuje Lustrzaną Logikę — odparł. — *To* z pewnością powinnaś była odgadnąć!

Alicja przemyślała to. Jakoś nie znalazła tego wyjaśnienia bardzo pomocnym.

— Widzisz — kontynuował — pewni ludzie nazywani są Lustrzanymi Logikami. Ich stwierdzenia wydają się odrobinę dziwaczne, dopóki nie zrozumiesz klucza — który jest w istocie bardzo prosty. Gdy już zrozumiesz klucz, cały interes ma doskonały sens.

— A jaki jest klucz? — zapytała Alicja, ciekawa bardziej niż kiedykolwiek.

— Och, to nic nie da, *powiedzieć* ci, jaki jest klucz! Dam ci jednak pewne wskazówki. W istocie, podam ci pięć podstawowych warunków dotyczących Lustrzanych Logików, z których będziesz mogła *wydedukować* klucz. Oto te warunki:

- *Warunek 1.* Lustrzany Logik jest całkowicie szczerzy. Będzie utrzymywał tylko te stwierdzenia, w które rzeczywiście wierzy.
- *Warunek 2.* Jeśli Lustrzany Logik kiedykolwiek utrzymuje, że stwierdzenie jest prawdziwe, to utrzymuje także, że nie wierzy w to stwierdzenie.

— Chwileczkę — przerwała Alicja. — Czy nie przeczysz sam sobie? Zgodnie z pierwszym warunkiem, Lustrzany Logik jest zawsze prawdomówny. Jeżeli zatem utrzymuje, że stwierdzenie jest prawdziwe, to musi rzeczywiście wierzyć, że jest ono prawdziwe. W jaki zatem sposób, nie kłamiąc, może on utrzymywać, że nie wierzy w stwierdzenie?

— Dobre pytanie — odparł Humpty Dumpty. — Jednakże, nigdy nie powiedziałem, że Lustrzany Logik jest zawsze *trafny*! To, że wierzy on w coś, nie oznacza, że on koniecznie *wie*, iż w to wierzy, ani nawet, że koniecznie wierzy, że w to wierzy. W istocie, mogłoby się zdarzyć, że błędnie wierzy, że w to nie wierzy.

— Masz na myśli — powiedziała niewymownie zdumiona Alicja — że osoba może rzeczywiście w coś wierzyć, a jednak wierzyć, że w to nie wierzy?

— W przypadku Lustrzanych Logików, tak — odparł Humpty Dumpty — w istocie, w przypadku Lustrzanych Logików jest tak *zawsze* — to bezpośrednia konsekwencja pierwszych dwóch warunków.

— Jak to? — zapytała Alicja.

— Cóż — odrzekł Humpty Dumpty — przypuśćmy, że wierzy on, iż stwierdzenie jest prawdziwe. Wtedy, na mocy warunku 1, utrzymuje on, że stwierdzenie jest prawdziwe. Wtedy, na mocy warunku 2, utrzymuje on, że nie wierzy w stwierdzenie. Stąd, znów na mocy warunku 1, musi on wierzyć, że nie wierzy w stwierdzenie.

— Tak czy inaczej — kontynuował Humpty Dumpty — daję ci zbyt wiele wskazówek! Niech ukończę moją listę warunków, a wtedy powinnaś wydedukować klucz do całej tajemnicy.

- *Warunek 3.* Dla dowolnego stwierdzenia prawdziwego, Lustrzany Logik zawsze utrzymuje, że wierzy w to stwierdzenie.
- *Warunek 4.* Jeśli Lustrzany Logik w coś wierzy, to nie może wierzyć także w tego zaprzeczenie.
- *Warunek 5.* Dla dowolnego stwierdzenia, Lustrzany Logik albo wierzy w to stwierdzenie, albo wierzy w jego zaprzeczenie.

— I to — kończył z dumą Humpty Dumpty — jest cała lista warunków. Powinnaś być w stanie wywnioskować z nich, o których to stwierdzeniach Lustrzany Logik wierzy, że są prawdziwe, a także o których wierzy, że są fałszywe. Zadam ci teraz pewne pytania, aby sprawdzić, czy zrozumiałaś.

- *Pytanie 1.* Przypuśćmy, że Lustrzany Logik wierzy, że Czerwony Król śpi. Czy wierzy, że Czerwony Król śni o tobie, czy nie wierzy?

— Jakże mogłabym to wiedzieć? — wykrzyknęła Alicja.

— Powinnaś — odparł Humpty Dumpty. — Odpowiedź wynika bezpośrednio z warunków, ale powiem ci jaka jest nieco później. Na razie, zapytam cię o to:

- *Pytanie 2.* Przypuśćmy, że Lustrzany Logik wierzy, że albo Czerwony Król, albo Czerwona Królowa śpi. Czy wynika stąd, że wierzy on, że Czerwona Królowa śpi?

— A dlaczego powinno? — odparła Alicja.

— Wynika — powiedział Humpty Dumpty — ale później powiem ci, dlaczego. Na razie, spróbuj tego:

- *Pytanie 3.* Przypuśćmy, że Lustrzany Logik wierzy, że Czerwony Król śpi. Czy koniecznie musi wierzyć, że Czerwona Królowa śpi?

— Dlaczegoż, u licha, miałby? — zapytała Alicja, zbita z tropu bardziej niż kiedykolwiek.

— Dobrze pytanie — odparł Humpty Dumpty — i przedyskutujemy je później. Na razie, spróbuj tego:

- *Pytanie 4.* Przypuśćmy, że Lustrzany Logik wierzy, że Czerwony Król śpi. Czy koniecznie musi wierzyć, że Czerwony Król i Czerwona Królowa oboje śpią?

— Czy to nie jest takie samo pytanie, jak ostatnie? — zapytała Alicja. — Jeśli wierzy on, że Czerwony Król śpi, to czy nie jest tym samym wierzyć, że Czerwona Królowa śpi, co wierzyć, że oboje śpią?

— Wcale nie — odparł stanowczo Humpty Dumpty.

— Dlaczego nie? — zapytała Alicja.

— Powiem ci później — odparł Humpty Dumpty. — Na razie, spróbuj tego:

- *Pytanie 5.* Przypuśćmy, że Lustrzany Logik wierzy, że Czerwony Król i Czerwona Królowa oboje śpią. Czy stąd wynika, że wierzy on, że Czerwony Król śpi?

— Wyobrażam sobie, że mogłoby — odparła Alicja.

— Nie wynika! — powiedział Humpty Dumpty. — Spróbuj tego:

- *Pytanie 6.* Przypuśćmy, że Lustrzany Logik wierzy, że Czerwony Król i Czerwona Królowa albo oboje śpią, albo oboje są obudzeni. Czy stąd wynika, że wierzy on, iż jedno z nich śpi, a drugie jest obudzone?

— Oczywiście, że nie! — powiedziała Alicja.

— *Wynika!* — rzekł Humpty Dumpty — ale powiem ci później, dlaczego. Spróbuj tego:

- *Pytanie 7.* Przypuśćmy, że Lustrzany Logik wierzy, że Lwa nie ma w lesie, chyba, że jest z nim Jednorożec. Czy wierzy, że Lew jest w lesie, czy nie wierzy?

— Nie widzę sposobu, aby to orzec! — odparła Alicja.
— Oczywiście, że nie — odrzekł wzgardliwie Humpty Dumpty — ciągle nie masz klucza! Cóż, spróbuj tego:

- *Pytanie 8.* Przypuśćmy, że Lustrzany Logik wierzy, że Dżabersmok wypowiedział w życiu co najmniej jedno stwierdzenie prawdziwe. Czy wynika stąd, że wierzy on we wszystkie stwierdzenia, które wypowiedział Dżabersmok?

— A dlaczego powinno? — zapytała Alicja. — To brzmi jak czysta głupota!
— *Wynika* — powiedział Humpty Dumpty — ale sądzę, że daję ci zbyt wiele wskazówek! Dobrze, zobaczmy, czy poradzisz sobie z tym:

- *Pytanie 9.* Przypuśćmy, że Lustrzany Logik wierzy, że wszystkie gryfy mają skrzydła. Czy stąd wynika, że istnieją jakiegokolwiek gryfy?

— Jestem całkiem skołowana tym wszystkim! — zawołała Alicja. — Nie mam pojęcia, o czym jest ta cała Lustrzana Logika!
— Cóż, spróbuj tego — rzekł Humpty Dumpty.

- *Pytanie 10.* Przypuśćmy, że Lustrzany Logik wierzy, że Alicja nie osiągnie ósmego kwadratu bez zostania królową. Przypuśćmy, że wierzy też, że Alicja osiągnie ósmy kwadrat. Czy wierzy, że Alicja zostanie królową, czy nie wierzy?

— Zgaduję, że wierzy — powiedziała Alicja — czyż nie?
— Cóż — odparł śmiejąc się Humpty Dumpty — ostatnie pytanie było rzeczywiście nieco nie *fair*, a więc nie oczekuję, że na nie odpowiesz.
— Bardziej nie *fair* niż inne pytania? — zapytała Alicja.
— Stanowczo — odpowiedział — pozostałe pytania były wszystkie całkowicie *fair*.
— Uważam je *wszystkie* za równie zwodnicze! — odparła Alicja. — Ciągle nie rozumiem tej Lustrzanej Logiki!

Jeśli wy, podobnie jak Alicja, jesteście w tym miejscu skonsternowani, to trudno mi was winić! Jednak klucz do całej tajemnicy jest śmiesznie prosty. Zamiast podawać rozwiązania pytań z tego rozdziału na końcu książki, włączę rozwiązania w poniższe dialogi.

HUMPTY DUMPTY WSZYSTKO WYJAŚNIA.

— Cóż — powiedział Humpty Dumpty — najwyższy czas, abyś odnalazła klucz!
— Nie mam pojęcia nawet jak zacząć!
— Rozważ to — powiedział Humpty Dumpty. — Czy jest możliwe, aby Lustrzany Logik wierzył w stwierdzenie prawdziwe?
— Dlaczego nie? — zapytała Alicja.
— Cóż, pamiętasz, co udowodniłem ci przedtem — że kiedy tylko Lustrzany Logik wierzy w coś, to także wierzy, że w to nie wierzy?
— Ta-ak — powiedziała Alicja — ale zapomniałam dowodu; czy mógłbyś go powtórzyć?

— No pewnie, że tak — odparł. — Weź dowolne stwierdzenie, w które wierzy Lustrzany Logik. Ponieważ wierzy on w to stwierdzenie, więc utrzymuje to stwierdzenie (na mocy warunku 1), a stąd utrzymuje, że w nie nie wierzy (na mocy warunku 2), a stąd wierzy, że w nie nie wierzy (na mocy warunku 1).

— O, tak — powiedziała Alicja — teraz pamiętam!

— Cóż, aby być pewnym, że będziesz to pamiętać, chcę, abyś zapisała to jako Twierdzenie 1 w twoim notatniku.

Alicja zapisała więc co następuje:

- *Twierdzenie 1.* Kiedykolwiek Lustrzany Logik w coś wierzy, to wierzy, że w to nie wierzy.

— Trzeba sobie następnie uświadomić — mówił Humpty Dumpty — że dla dowolnego stwierdzenia prawdziwego, Lustrzany Logik wierzy, że *wierzy* w to stwierdzenie.

— Dlaczego tak jest? — zapytała Alicja.

— Och, to łatwo udowodnić! — odparł Humpty Dumpty. — Weź dowolne stwierdzenie prawdziwe. Na mocy warunku 3, utrzymuje on, że wierzy w to stwierdzenie. Ponieważ utrzymuje, że w nie wierzy, a jest szczery (warunek 1), więc wierzy, że w nie wierzy.

— Rozumiem — powiedziała Alicja.

— Lepiej to zapisz, pod nagłówkiem Twierdzenie 2 — zasugerował Humpty Dumpty.

Alicja zapisała więc co następuje:

- *Twierdzenie 2.* Dla dowolnego stwierdzenia prawdziwego, Lustrzany Logik wierzy, że wierzy w to stwierdzenie.

— A teraz — rzekł Humpty Dumpty — czy widzisz, dlaczego jest niemożliwe, aby Lustrzany Logik kiedykolwiek uwierzył w stwierdzenie prawdziwe?

— Nie bardzo — przyznała się Alicja.

— Wynika to łatwo z Twierdzenia 1, Twierdzenia 2 oraz warunku 4 — odrzekł. — Weź dowolne stwierdzenie, w które wierzy Lustrzany Logik. Na mocy warunku 1, wierzy on, że nie wierzy w to stwierdzenie. Wtedy nie może też wierzyć, że *wierzy* w to stwierdzenie (ponieważ, na mocy warunku 4, nigdy nie wierzy w coś i zaprzeczenie tego czegoś). Ponieważ nie wierzy, że wierzy w stwierdzenie, więc stwierdzenie to nie może być prawdziwe, bo *gdyby było* prawdziwe, to, na mocy Twierdzenia 2, *wierzyłby*, że w nie wierzy. Ale on *nie wierzy*, że w nie wierzy — a zatem nie może ono być prawdziwe. Tak więc, jak widzisz, Lustrzany Logik nigdy nie wierzy w jakiegokolwiek stwierdzenie prawdziwe: wszystkie rzeczy, w które wierzy Lustrzany Logik są fałszywe.

Alicja rozmyślała nad tym przez chwilę.

— To jest dość trudny dowód! — powiedziała.

— Och, z czasem się przyzwyczaisz.

Alicja myślała o tym dalej.

— Powiedz mi coś innego — rzekła Alicja. — Czy Lustrzany Logik koniecznie wierzy we wszystkie stwierdzenia fałszywe, czy jest może tak, że wierzy tylko w niektóre stwierdzenia fałszywe?

— To jest dobre pytanie, dziecko — odparł Humpty Dumpty — a odpowiedź jest następująca. Weź dowolne stwierdzenie fałszywe. Na mocy warunku 5, albo wierzy on w to stwierdzenie, albo wierzy w jego zaprzeczenie. Nie może wierzyć w jego zaprzeczenie, ponieważ jego zaprzeczenie jest prawdziwe! A zatem wierzy w to fałszywe stwierdzenie.

— Ależ to wyjątkowe! — oświadczyła Alicja. — A zatem Lustrzany Logik wierzy we *wszystkie* stwierdzenia fałszywe i w żadne prawdziwe!

— Dokładnie — powiedział Humpty Dumpty. — I to jest w tym najpiękniejsze!

— Inną ciekawą rzeczą — dodał Humpty Dumpty — jest to, że ktokolwiek, kto wierzy we wszystkie stwierdzenia fałszywe i w żadne prawdziwe i kto jest nadto szczery w wyrażaniu swoich przekonań — każda taka osoba musi spełniać pięć podstawowych warunków, które charakteryzują Lustrzanych Logików.

— Dlaczego tak jest? — zapytała Alicja.

— Och, to łatwo udowodnić! — odparł Humpty Dumpty. — Przypuśćmy, że osoba jest całkowicie szczerą i nadto wierzy we wszystkie stwierdzenia fałszywe i tylko w takie stwierdzenia. Ponieważ jest szczerą, więc spełnia oczywiście warunek 1. Jeśli chodzi o warunek 2, to przypuśćmy, że utrzymuje ona, że stwierdzenie jest prawdziwe. Wtedy rzeczywiście wierzy w to stwierdzenie (ponieważ jest uczciwa). Jest zatem fałszem, że nie wierzy ona w to stwierdzenie. Ale wierzy ona we *wszystko*, co jest fałszem — nawet w rzeczy fałszywe o jej własnych przekonaniach! Tak więc, ponieważ jest fałszem, że nie wierzy w stwierdzenie, i ponieważ wierzy we wszystko, co jest fałszem, więc musi wierzyć w fałszywy stan rzeczy,² że nie wierzy ona w stwierdzenie — inaczej mówiąc, wierzy ona, że nie wierzy w stwierdzenie. A ponieważ *wierzy*, że nie wierzy w stwierdzenie, więc *utrzymuje*, że nie wierzy w stwierdzenie (ponieważ, przypomnijmy, jest szczerą). A zatem spełnia warunek 2.

— Jeśli chodzi o warunek 3, to weźmy dowolne stwierdzenie prawdziwe. Ponieważ jest ono prawdziwe, więc osoba ta nie może w nie wierzyć. Ponieważ w nie *nie wierzy*, więc musi wierzyć, że *wierzy* w nie (ponieważ wszystkie jej przekonania są nietrafne!). Wtedy, ponieważ wierzy, że wierzy w stwierdzenie, to musi utrzymywać, że wierzy w stwierdzenie (znowu, ponieważ jest szczerą). Dowodzi to, że spełnia ona warunek 3.

— Warunki 4 i 5 są oczywiste — kontynuował Humpty Dumpty. — Weźmy dowolne stwierdzenie i jego zaprzeczenie. Jedno z nich musi być prawdziwe, a pozostałe musi być fałszywe. A zatem osoba ta wierzy w to fałszywe i nie wierzy w to prawdziwe. Nie wierzy więc w oba z nich, a stąd spełnia warunek 4. Wierzy jednak w co najmniej jedno z nich, a więc spełnia warunek 5.

— I to — kończył Humpty Dumpty — jest cała historia. Lustrzany Logik jest szczery, ale całkowicie zwiedziony, całkowicie oszukany. Na odwrót, każdy, kto jest szczery i całkowicie oszukany spełnia pięć warunków bycia Lustrzanym Logikiem. Masz teraz klucz.

— Jedno mnie ciągle zastanawia — powiedziała Alicja. — Dlaczego Lustrzany Logik nigdy nie jednocześnie: utrzymuje jakieś stwierdzenie i utrzymuje jego zaprzeczenie, a jednak utrzymuje, że stwierdzenie i jego zaprzeczenie są oba prawdziwe?

— To łatwe — odparł Humpty Dumpty. — Weź, dla przykładu, stwierdzenie, że

²W oryginale: the false fact. Zgodnie z dość powszechnie przyjętą terminologią, „fakt” oznacza istniejący stan rzeczy. Nie ma zatem „fałszywych faktów”, ale mogą być „fałszywe (=nie istniejące) stany rzeczy”.

Czerwony Król śpi. Jego zaprzeczeniem jest, że Czerwony Król jest obudzony. Oczywiście jedno z nich jest prawdziwe, a jedno fałszywe. Lustrzany Logik wierzy tylko w to, które jest fałszywe, a stąd nie może wierzyć w każde z nich oddzielnie. Jednak *pojedyncze* stwierdzenie, że Czerwony Król jednocześnie śpi i jest obudzony jest stwierdzeniem fałszywym, a stąd Lustrzany Logik musi wierzyć w to fałszywe stwierdzenie.

— A teraz, gdy masz klucz, odpowiedzi na moje dziesięć pytań powinny być oczywiste.

Oto odpowiedzi, które Humpty Dumpty podał, na swoje dziesięć pytań:

1. Ponieważ Lustrzany Logik wierzy, że Czerwony Król śpi, więc Czerwony Król musi w rzeczywistości być obudzony. A zatem Czerwony Król nie śni o Alicji. (Przez „śnić” nie rozumiem marzyć na jawie!) Ponieważ Król nie śni o Alicji, więc Lustrzany Logik musi wierzyć, że Król *śni* o Alicji.

2. Ponieważ Lustrzany Logik wierzy, że albo Czerwony Król, albo czerwona Królowa śpi, więc musi być fałszem, że albo Czerwony Król, albo Czerwona Królowa śpi. Oznacza to, że oboje są w rzeczywistości obudzeni. Ponieważ Czerwona Królowa jest obudzona, więc Lustrzany Logik musi wierzyć, że ona śpi. (Wedle tego samego wzorca musi też wierzyć, że Czerwony Król śpi.)

3. Lustrzany Logik wierzy, że Czerwony Król śpi, co w istocie oznacza, że Czerwony Król jest obudzony. To nie mówi nam nic o tym, czy Czerwona Królowa śpi czy też nie, a więc nie mamy sposobu, aby wiedzieć, czy Lustrzany Logik wierzy, że ona śpi.

4. To inna historia! Ponieważ Lustrzany Logik wierzy, że Czerwony Król śpi, więc jest fałszem, że Czerwony Król śpi. Stąd jest z pewnością fałszem, że Czerwony Król i Czerwona Królowa oboje śpią! A zatem Lustrzany Logik musi wierzyć, że oboje śpią.

A więc osobliwą rzeczą jest to, że niekoniecznie wierzy on, że Czerwona Królowa śpi, a jednak wierzy on, że Czerwony Król i Czerwona Królowa oboje śpią!

5. Lustrzany Logik wierzy, że oboje śpią, z czego wynika tylko, że co najmniej jedno z nich jest obudzone. Nie wiemy, które, a więc nie możemy ustalić, czy Lustrzany Logik wierzy, że Król śpi.

6. Ponieważ Lustrzany Logik wierzy, że albo oboje śpią, albo oboje są obudzeni, to nie jest prawdą, że albo oboje śpią, albo oboje są obudzeni. Oznacza to, że jedno z nich śpi, a drugie jest obudzone. Lustrzany Logik wierzy, że to, które śpi, jest obudzone i wierzy, że to, które jest obudzone, śpi.

7. Ponieważ przekonanie Lustrzanego Logika jest fałszywe, więc w rzeczywistości Lew musi być w lesie, bez Jednorożca. Zatem Lew jest w lesie. A więc Lustrzany Logik musi wierzyć, że Lwa nie ma w lesie.

8. Ponieważ przekonanie Lustrzanego Logika jest fałszywe, więc Dżabersmok nigdy w swoim życiu nie wypowiedział jakiegokolwiek prawdziwego stwierdzenia; wszystkie stwierdzenia wypowiedziane przez Dżabersmoka były fałszywe. A zatem Lustrzany Logik musi wierzyć w każde z nich!

9. Ponieważ Lustrzany Logik wierzy, że wszystkie gryfy mają skrzydła, więc jest fał-

szem, że wszystkie gryfy mają skrzydła, co oznacza, że musi istnieć gryf bez skrzydeł. A zatem musi istnieć co najmniej jeden gryf.

10. To jest podchwytliwe pytanie, ponieważ nie jest możliwe, aby Lustrzany Logik wierzył w oba te fakty!

Przypuśćmy, że wierzy on, że Alicja nie osiągnie ósmego kwadratu bez zostania królową. Wtedy jest fałszem, że Alicja nie osiągnie ósmego kwadratu bez zostania królową, co oznacza, że Alicja osiągnie ósmy kwadrat bez zostania królową. Stąd jest prawdą, że Alicja osiągnie ósmy kwadrat, a więc jest niemożliwe, aby Lustrzany Logik wierzył, że ona to zrobi.