

Kto Będzie Dyrektorem Instytutu Językoznawstwa UAM? *

Who will become The Director of the Institute of Linguistics at the Adam Mickiewicz University?

Alice Ann Hunter[†]

Department of Independent Logic, King David University
Negev Desert

Abstract

We prove that Professor JERZY BAŃCZEROWSKI will be elected The Director of the Institute of Linguistics at the Adam Mickiewicz University in Poznań on May 16, 2005. The proof makes use of the celebrated Löb's Theorem. Actually, we give only sufficient conditions for JERZY BAŃCZEROWSKI's election to the post in question. We omit the necessary conditions — they are obvious.

Zakładamy, że Czytelnik zna klasyczny rachunek zdań. Używamy powszechnie stosowanej notacji. Symbol **B** oznacza zdaniotwórczy operator epistemiczny o jednym argumencie zdaniowym. $B\alpha$ czytamy: (rozważany podmiot) *wierzy (jest przekonany)*, że α . Dla skrótu, piszemy w dalszym ciągu JB zamiast wyrażenia: *Pan Profesor Jerzy Bańczerowski*.

Czynimy następujące założenia o systemie przekonań JB:

- 1a JB wierzy we wszystkie tautologie klasycznego rachunku zdań;
- 1b system przekonań JB jest domknięty na regułę *modus ponens*: jeśli JB wierzy w p oraz wierzy w $p \rightarrow q$, to wierzy także w q ;
- 2 dla dowolnych p oraz q , JB wierzy w $(Bp \wedge B(p \rightarrow q)) \rightarrow Bq$;
- 3 dla dowolnego p , jeśli JB wierzy w p , to wierzy w Bp ;
- 4 dla dowolnego p , JB wierzy w $Bp \rightarrow BBp$.

Powyższe warunki mają prostą interpretację: głoszą, że system przekonań JB jest *racjonalny* i że JB jest *świadom* swojej racjonalności. Dokładniej, warunki 1a oraz 1b stwierdzają, że system przekonań JB zawiera logikę klasyczną (zdaniową). Warunek 2 mówi, że JB wierzy, iż jeśli wierzy w jakąś implikację i wierzy w jej poprzednik, to wierzy także w jej następnik (czyli, że JB jest świadom,

*Być może, ten tekst powinien zostać zatytułowany: *Kto Zostanie Demokratycznie Wybrany Dyrektorem Instytutu Językoznawstwa UAM?* Jednak celem tego felietonu jest zwrócenie uwagi na uroki LOGIKI, a nie na nudne ceremonie demokratyczne.

[†]Autorka uprzejmie dziękuje firmie *M&G* za sponsorowanie pracy nad tym felietonem.

iz zna regułę odrywania).¹ Warunek 3 stwierdza *normalność* JB: jeśli JB w coś wierzy, to wierzy, iż w to wierzy. Wreszcie, warunek 4 wyraża to, iż JB wierzy, że jeśli w coś uwierzył, to wierzy, że w to uwierzył (czyli, że JB jest świadom swojej normalności).

Dla krótkości wysławiania się, nazwijmy osobę, której system przekonań spełnia warunki 1a–4 *szczęściarzem epistemicznym*. Osoby takie mają pewną niezwykle ważną cechę: jeśli mianowicie ktoś jest szczęściarzem epistemicznym, to *wie*, że nim jest. Inaczej mówiąc, każdy szczęściarz epistemiczny jest przekonany, że jest szczęściarzem epistemicznym i to jego przekonanie jest zatem *trafne*.²

Nasze pierwsze założenie brzmi więc:

JB JEST SZCZĘŚCIARZEM EPISTEMICZNYM.

Naturalność i trafność tego założenia powinna być oczywista, zarówno dla JB, jak i dla każdego Czytelnika.

W dowodzie twierdzenia ustalającego, kto zostanie Dyrektorem IJ UAM wykorzystamy jeszcze dwie postacie, a mianowicie SZAMANA, któremu JB ufa, oraz pewnego zwykłego, szarego pracownika IJ UAM, którego nazwijmy, na przykład, LANCETNIKIEM. O każdej z tych osób zakładamy, że albo zawsze mówi ona prawdę, albo zawsze mówi fałsz. Nadto, JB jest świadom, z kim się zadaje: wierzy, że rozmówcy albo mówią zawsze prawdę, albo zawsze fałsz.

Przypuśćmy teraz (bo dlaczego nie mielibyśmy przypuścić?), że JB zastanawia się, czy zostanie wybrany Dyrektorem IJ UAM. Kogo mógłby się poradzić? Oczywiście — Szamana, bo przecie mu ufa. I oto Szaman rzecze tak:

(*) *Jeśli uwierzysz, że zostaniesz Dyrektorem, to zostaniesz Dyrektorem.*

Jako ćwiczenie pozostawiamy Czytelnikowi rozważenie, jakie wnioski JB może wyciągnąć z wypowiedzi (*), którą — na mocy zaufania do Szamana — uważa za prawdziwą. Przestrzegamy: nie są to wnioski skłaniające do nadmiernego optymizmu.

Ponieważ JB jest szczęściarzem epistemicznym, więc jego zdolności dedukcyjne z pewnością doprowadzą go do tych wniosków. W tym momencie, najwyższy już czas, aby zjawił się Lancetnik. Oto przypuśćmy (bo dlaczego nie mielibyśmy przypuścić?), że JB podzieli się swoimi wnioskami ze zdania (*) ze zwykłym, szarym pracownikiem Lancetnikiem. *Stuchajcie, Lancetnik* — mówi JB — *jeśli uwierzę, że zostanę Dyrektorem, to zostanę Dyrektorem; ale czy ja kiedykolwiek uwierzę, że zostanę Dyrektorem?* Pomijamy tu cały szereg towarzyszących tej wypowiedzi komentarzy JB, jako nieistotnych dla omawianego problemu. Nie możemy natomiast pominąć odpowiedzi Lancetnika, bo jest ona kluczowa w dowodzie naszego twierdzenia. Rzecze Lancetnik:

(**) *Jeśli kiedykolwiek uwierzysz, że ja zawsze mówię prawdę, to zostaniesz Dyrektorem.*

Każdy szczęściarz epistemiczny, który uwierzyłby w taką wypowiedź powinien bez trudu uświadomić sobie jej konsekwencje. W szczególności, jeśli szczęściarz epistemiczny JB ufający Szamanowi uwierzy w (**), to *wie* już w tym momencie, kto zostanie Dyrektorem Instytutu Językoznawstwa UAM (o ile prorocstwo Szamana jest prawdziwe).

Możemy teraz przedstawić i udowodnić twierdzenie zapowiadane powyżej.

¹Równoważnie, możemy zakładać, że JB wierzy w $\mathbf{B}(p \rightarrow q) \rightarrow (\mathbf{B}p \rightarrow \mathbf{B}q)$ dla dowolnych p oraz q .

²To stwierdzenie nietrudno *udowodnić*, posługując się wiadomościami z elementarnego kursu logiki. Wystarczy mianowicie pokazać, że dowolny szczęściarz epistemiczny wierzy w warunki 1a–4.

TWIERDZENIE LANCETNIKA.

Założmy, że:

- *JB jest szczęściarzem epistemicznym.*
- *JB wierzy w prawdziwe proroctwo (*) Szamana.*
- *JB wierzy w wypowiedź Lancetnika (**).*

Wtedy Dyrektorem Instytutu Językoznawstwa UAM zostanie (demokratycznie wybrany) JB.

DOWÓD.

Dowód będzie właściwie (półformalną) rekonstrukcją rozumowania, które przeprowadza JB: szczęściarz epistemiczny, ufający Szamanowi i podejmujący wysiłek uwierzenia w wypowiedź Lancetnika. Dla skrótu, użyjemy pewnych oznaczeń. Niech k będzie zdaniem mówiącym, że Lancetnik zawsze mówi prawdę, zaś α niech będzie zdaniem stwierdzającym, iż JB zostanie Dyrektorem IJ UAM. Komentarze w nawiasach kwadratowych podają uzasadnienia poszczególnych inferencji.

JB rozumuje tak oto: „Przypuśćmy, że kiedykolwiek uwierzę, że Lancetnik zawsze mówi prawdę. Wtedy uwierzę w to, co mówi — tj. uwierzę w $Bk \rightarrow \alpha$. Nadto, jeśli kiedykolwiek uwierzę, że on zawsze mówi prawdę, to uwierzę, że wierzę, iż on zawsze mówi prawdę, tj. uwierzę w Bk [na mocy warunku 3]. Tak więc, jeśli kiedykolwiek uwierzę, że Lancetnik zawsze mówi prawdę, to uwierzę jednocześnie w $Bk \rightarrow \alpha$ oraz w Bk , a stąd uwierzę w α [na mocy warunku 1b]. Zatem, jeśli kiedykolwiek uwierzę, że Lancetnik zawsze mówi prawdę, to uwierzę, że zostanę Dyrektorem [na mocy 1a i 2]. Ale gdy kiedykolwiek uwierzę, że zostanę Dyrektorem, to zostanę Dyrektorem [na mocy proroctwa (*) Szamana]. Tak więc, jeśli uwierzę, że Lancetnik zawsze mówi prawdę, to zostanę Dyrektorem [na mocy 1a]. No tak, ale przecież to jest dokładnie to, co rzekł Lancetnik: mówił, że jeśli uwierzę, iż zawsze mówi on prawdę, to zostanę Dyrektorem — i miał rację! A więc Lancetnik zawsze mówi prawdę.”

W tym momencie JB wierzy, że Lancetnik zawsze mówi prawdę. JB jest szczęściarzem epistemicznym, a więc [na mocy swojej normalności, tj. warunku 3] może kontynuować swoje rozumowanie tak: „Wierzę teraz, że Lancetnik zawsze mówi prawdę. Udowodniłem już, że jeśli uwierzę, iż on zawsze mówi prawdę, to zostanę Dyrektorem. Ponieważ wierzę, że mówi on zawsze prawdę, to zostanę Dyrektorem [na mocy warunku 1b].”

Teraz JB już wierzy, że zostanę Dyrektorem. Ponieważ założyliśmy, że proroctwo (*) Szamana jest prawdziwe, więc [na mocy reguły odrywania] ***JB zostanie Dyrektorem.*** Q.E.D.

* * *

Dowód powyższy może zostać poddany pewnym uproszczeniom, ale nie jest to przecież w tym momencie istotne.³ Natomiast za naprawdę istotne uważamy to, że z niewielką pomocą logiki możemy znacząco usprawnić czasochłonne, nudne ceremoniały demokratyczne.⁴ Oczywiście, sama logika nie wystarczy: trzeba jeszcze być szczęściarzem epistemicznym (co nietrudne, uwierzcie!) oraz mieć zaufanego Szamana, który pokieruje naszymi krokami. No i jeszcze w dodatku — *alas!* — trzeba uwierzyć Lancetnikowi.

* * *

³Rzecz jasna, można także podać ten dowód w postaci sformalizowanej, np. jako dowód założeniowy — zob. Dodatek.

⁴A zaoszczędzony czas spędzić w jakiś przyjemnie pożyteczny sposób — np. autorka tego tekstu planuje wypełnienie czasu zaoszczędzonego dzięki znajomości logiki polowaniem na lancetniki; kieruje się przy tym nie głodem lub okrucieństwem, ale zamiarem przygotowania rozprawy *Logika Lancetnika*. O urokach lancetnika (*Amphioxus lanceolatus*) zob. np. [Borradaile 1941: 375–388].

Mamy nadzieję, że ten krótki tekst zostanie odebrany przez społeczność akademicką Instytutu Językoznawstwa UAM zgodnie z naszą intencją, tzn. iż zachęci do studiowania logiki matematycznej. W szczególności, polecamy książki Raymonda Smullyana: *Forever Undecided. A Puzzle Guide to Gödel*. Oxford University Press, 1988, oraz *Gödel's Incompleteness Theorems*, Oxford University Press, New York – Oxford, 1992.⁵

* * *

PODZIĘKOWANIE. Autorka uprzejmie dziękuje Panom Kierownikom Zakładów Logiki Matematycznej: Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach oraz Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie za cenne, trafne uwagi krytyczne dotyczące tego tekstu.

REFERENCE

Borradaile, L.A. 1941⁽¹⁰⁾. *A Manual of Elementary Zoology*. London: Oxford University Press.

ALICE ANN HUNTER
Department of Independent Logic,
King David University,
Negev Desert

22 nisan 5765 (1 maja 2005)

⁵Sądźmy, że tekst powyższy ma wydźwięk optymistyczny. Niestety, mamy też dalsze optymistyczne wiadomości. Otóż można udowodnić, że szczęściarze epistemiczni skazani są na pewne (obiektywne, logiczne) ograniczenia — np. jeśli zbiór ich przekonań jest niesprzeczny, to nigdy się o tym nie dowiedzą; a gdyby — będąc niesprzecznymi — uwierzyli, że są niesprzeczni, to natychmiast popadną w sprzeczność. A są jeszcze weselsze fakty (logiczne!) dotyczące szczęściarzy epistemicznych — np. *ściśłości* (tj. absolutnej trafności) ich przekonań, *zupełności* tychże przekonań (czy można pogodzić los szczęściarza epistemicznego z rolą *Besserwissera?*). Ale to już całkiem inna historia; czy będzie można ją usłyszeć w Instytucie Językoznawstwa UAM zależy od Losu oraz od samowoli różnych osób. . .

Dodatek: formalny dowód Twierdzenia Lancetnika

Dowód składa się z dwóch części.

1. W pierwszej pokazujemy, że założenia Twierdzenia Lancetnika implikują $\mathbf{B}\alpha$. Jest to dowód założeniowy, dostępny każdemu szczęściarzowi epistemicznemu. Wykorzystujemy przy tym (poprawną dedukcyjnie!) sztuczkę wskazaną przez Smullyana: jeśli p_A jest zdaniem stwierdzającym, iż jakaś osoba A zawsze mówi prawdę, to dla dowolnego β , zdanie A wypowiada β jest prawdziwe dokładnie wtedy, gdy prawdziwe jest zdanie $p_A \equiv \beta$.⁶ Mamy udowodnić formułę:

$$(\star) \quad ((\mathbf{B}\alpha \rightarrow \alpha) \wedge (k \equiv (\mathbf{B}k \rightarrow \alpha))) \rightarrow \mathbf{B}\alpha.$$

Czytelnik zechce wybaczyć pewne, łatwe do uzupełnienia, skróty w poniższym dowodzie:

1.	$(\mathbf{B}\alpha \rightarrow \alpha) \wedge (k \equiv (\mathbf{B}k \rightarrow \alpha))$	założenie
2.	$\mathbf{B}\alpha \rightarrow \alpha$	OK: 1
3.	$k \equiv (\mathbf{B}k \rightarrow \alpha)$	OK: 1
4.	$k \rightarrow (\mathbf{B}k \rightarrow \alpha)$	OR: 3
5.	$(\mathbf{B}k \rightarrow \alpha) \rightarrow k$	OR: 3
6.1.	k	założenie dodatkowe
6.2.	$\mathbf{B}k \rightarrow \alpha$	MP: 4, 6.1.
6.3.	$\mathbf{B}k$	6.1. i warunek JB 3
6.4.	α	MP: 6.2., 6.3.
7.	$k \rightarrow \alpha$	6.1. \rightarrow 6.4.
8.	$\mathbf{B}(k \rightarrow \alpha)$	7 i warunek JB 3
9.	$\mathbf{B}k \rightarrow \mathbf{B}\alpha$	8 i warunki JB 1a i 2
10.	$\mathbf{B}k \rightarrow \alpha$	2, 9 i warunki JB 1b, JB 1a (prawo sylog. hipotet.)
11.	k	MP: 5, 10
12.	$\mathbf{B}k$	11 i warunek JB 3
13.	α	MP: 10, 12
14.	$\mathbf{B}\alpha$	13 i warunek JB 3.

2. Ponieważ proctwo (*) Szamana (tj. zdanie $\mathbf{B}\alpha \rightarrow \alpha$) jest z założenia prawdziwe, a powyższy dowód formuły (\star) pokazuje, iż założenia Twierdzenia Lancetnika implikują $\mathbf{B}\alpha$, więc na mocy reguły odrywania otrzymujemy α , czyli tezę Twierdzenia Lancetnika.

I DOKŁADNIE O TO CHODZI W TYCH WYBORACH.

Wierzmy, że powyższe żartobliwe elukubracje pomogą Panu Profesorowi Jerzemu Bańczerowskiemu rozpocząć z animuszem następną kadencję Dyrektorowania.

⁶Jest to zatem użyteczna technika „przekładu” na formuły języka przedmiotowego. W rozważanym tu przypadku, zdanie k stwierdza, iż Lancetnik zawsze mówi prawdę; a więc prawdą jest, że Lancetnik wypowiada (**) dokładnie wtedy, gdy prawdziwe jest $k \equiv (**)$, czyli dokładnie wtedy, gdy prawdziwe jest $k \equiv (\mathbf{B}k \rightarrow \alpha)$.