

SPRYTNY GANGSTER

Czyli ABC logiki predykatów

PROBLEM POLICJI

- PRL ma nowego gangstera,
- Udało się go złapać,
- Złożył następujące zeznanie:

Popełniłem wszystkie przestępstwa z użyciem
dwustronnego kilofa.

W ostatnim napadzie na bank użyto dwustronnego
kilofa.

*Czy oskarżonego można na tej podstawie skazać za
ostatni napad na bank?*

PROBLEM POLICJI

W klasycznym rachunku zdań:

KRZ:

$$\frac{p}{q}$$
$$\frac{q}{r}$$

A więc **nie wynika**.

Podejrzanego nie można skazać.

PROBLEM POLICJI

Kolejne zeznanie:

W naszym gangu są inteligentni mordercy.

*Czy wystarczy to by podejrzewać, że ktoś z
gangu popełnił morderstwo?*

PROBLEM POLICJI

W klasycznym rachunku zdań:

p (*W naszym gangu są inteligentni mordercy*)

r (*W naszym gangu jest przynajmniej jeden morderca*)

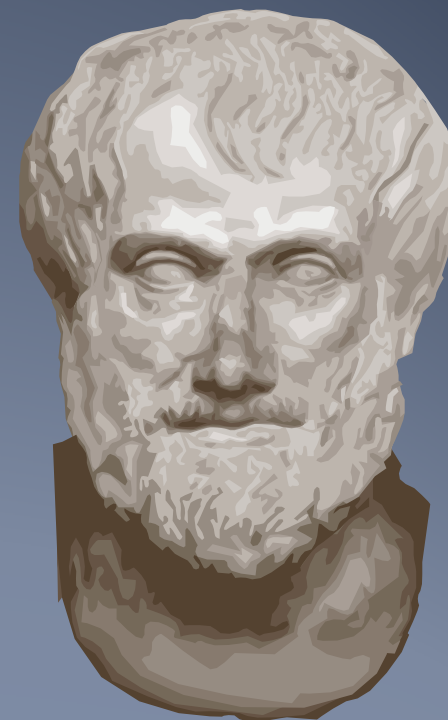
A więc **nie wynika**.

Podejrzanego nie można skazać.

WNIOSEK

Potrzebujemy narzędzia, które pomoże nam „uchwycić” te wnioskowania.

Będzie to *Klasyczny Rachunek Predykatów* (KRP), który zaprezentuje nam światowej klasy specjalista w tej sprawie **Predyktor Roztropny**



PO CO MI TO?

Jeżeli Antoni jest
gangsterem, to Antoni
zginie od kuli.

Antoni jest gangsterem.

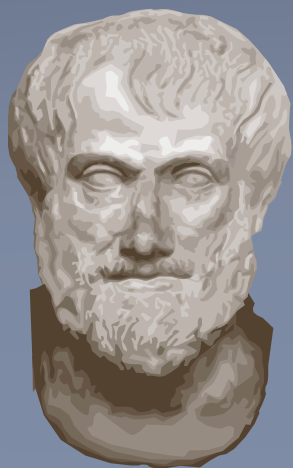
Antoni zginie od kuli.

Intuicyjnie: Wynika

KRZ:

$$\frac{p \rightarrow q}{p} \quad q$$

Wynika



Antoni jest gangsterem.
Wszyscy gangsterzy giną od
kuli.

Antoni zginie od kuli.

Intuicyjnie: Wynika

KRZ:

$$\frac{p}{q} \quad r$$

Nie wynika

PO CO MI TO?

W KRZ:

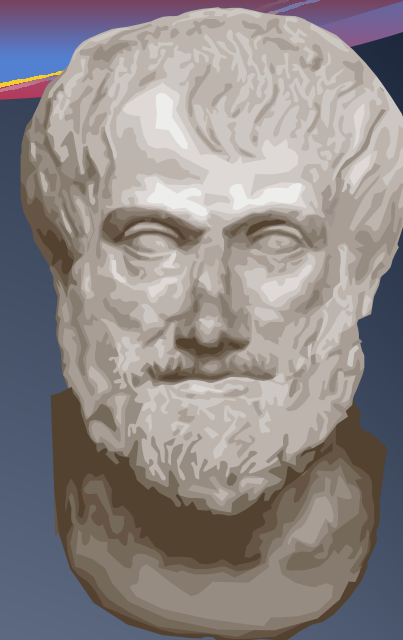
1. Kleofas jest gangsterem.
2. Janina jest gangsterem.
3. Ktoś jest gangsterem.
4. Wszyscy są gangsterami.

p

q

r

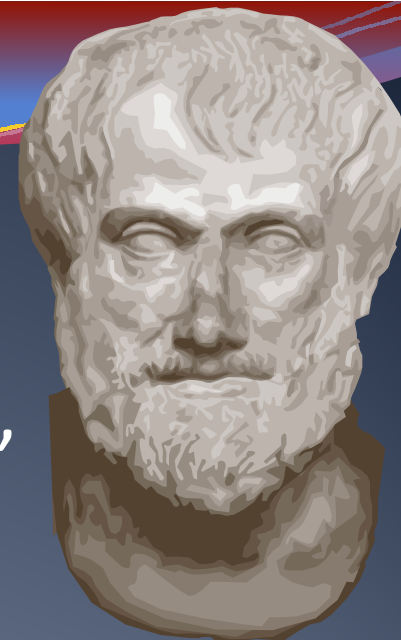
s



A jednak:

- ✓ Wszystkie te zdania orzekają o tej samej własności *bycia gangsterem*
- ✓ Orzekają więc to samo, choć o innych przedmiotach
- ✓ Zdania (1) i (2) orzekają coś o konkretnych indywidualnych osobach
- ✓ Zdania (3) i (4) orzekają ogólnie – o niektórych osobach lub o wszystkich osobach

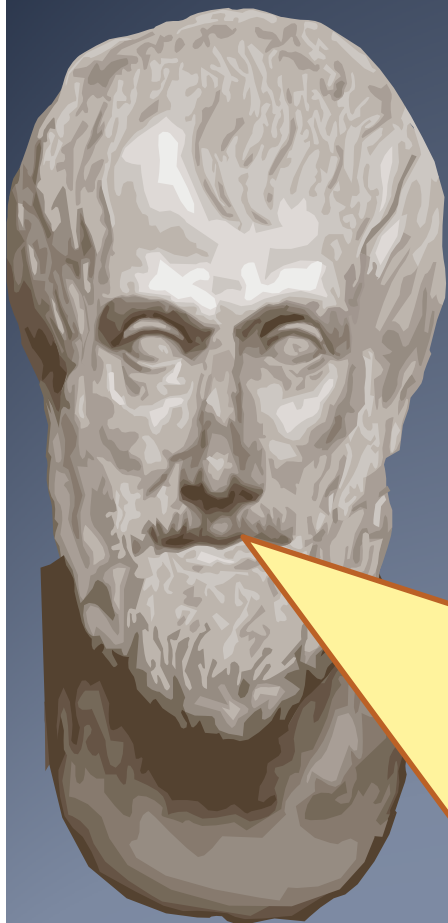
PO CO MI TO?



Właśnie po to, żeby „widzieć” te różnice,
BO *logika predykatów*:

- ✓ Pozwala wnikać w głąb zdań prostych
- ✓ „Zauważa”, że nawet zdania bez spójników prawdziwościowych mają złożoną strukturę
- ✓ Pozwala bardziej dokładnie oddawać sensy wyrażeń języka naturalnego

PRZEKONANI?



Symbole w *Klasycznym Rachunku Predykatów*:

1. Spójniki prawdziwościowe: $\vee, \wedge, \equiv, \rightarrow, \neg$
2. *Zmienne indywiduowe*: reprezentują przedmioty danego rodzaju: x, y, z
3. *Stałe (indywidualne)*: a, b, c
4. *Predykaty*: nazwy własności lub stosunków, które przysługują przedmiotom danego rodzaju: $P, Q, R...$
5. *Duży kwantyfikator*: oznaczający dla każdego \forall
6. *Mały kwantyfikator*: oznaczający istnieje taki..., że \exists

SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

- Antoni jest gangsterem.

$G(x)$ – predykat: *x jest gangsterem*

a – stała indywidualna: Antoni

$G(a)$

- Wszyscy gangsterzy giną od kuli

$K(x)$ – predykat: *x ginie od kuli*

$\forall x (G(x) \rightarrow K(x))$

SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

W naszym gangu są inteligentni mordercy.

$G(x)$ – *predykat*: x jest w gangu

$I(x)$ – *predykat*: x jest inteligentny

$M(x)$ – *predykat*: x jest mordercą

$$\exists x (G(x) \wedge I(x) \wedge M(x))$$

SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

$G(x)$ – predykat: *x jest gangsterem*

1. Kleofas jest gangsterem.

$$G(k)$$

2. Janina jest gangsterem.

$$G(j)$$

3. Ktoś jest gangsterem.

$$\exists x (G(x))$$

4. Wszyscy są gangsterami.

$$\forall x (G(x))$$

SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

Popełniłem wszystkie przestępstwa z użyciem dwustronnego kilofa.

p – stała indywiduowa: *podejrzany*

$K(x)$ – *predykat*: x jest przestępstwem popełnionym z użyciem dwustronnego kilofa

$P(x,y)$ – *predykat*: x popełnił y

$$\forall x(K(x) \rightarrow P(p,x))$$

W ostatnim napadzie na bank użyto dwustronnego kilofa.

b – stała indywidualna: *ostatni napad na bank*

$$K(b)$$

JESZCZE KILKA POJĘĆ



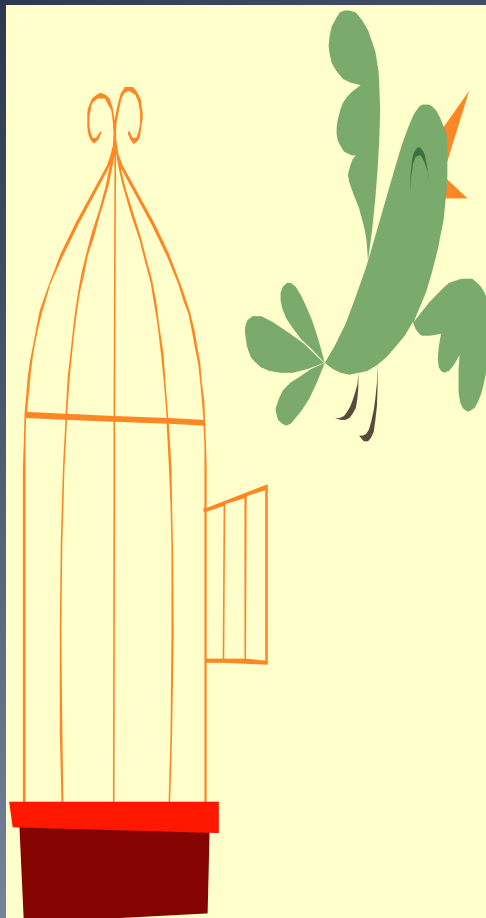
ZMIENNA ZWIĄZANA:

„Zmienna występująca w funkcji zdaniowej, którą poprzedza kwantyfikator opatrzony symbolem tej zmiennej”

(Stanosz 1985)

Zmienna, której dotyczy przynajmniej jeden poprzedzający ją kwantyfikator.

JESZCZE KILKA POJĘĆ



ZMIENNA WOLNA

„Zmienna, która nie jest w danym wyrażeniu związana przez żaden kwantyfikator”

(Stanosz 1985)

Zmienna, której nie dotyczy żaden pojawiający się przed nią kwantyfikator.

JESZCZE KILKA POJĘĆ

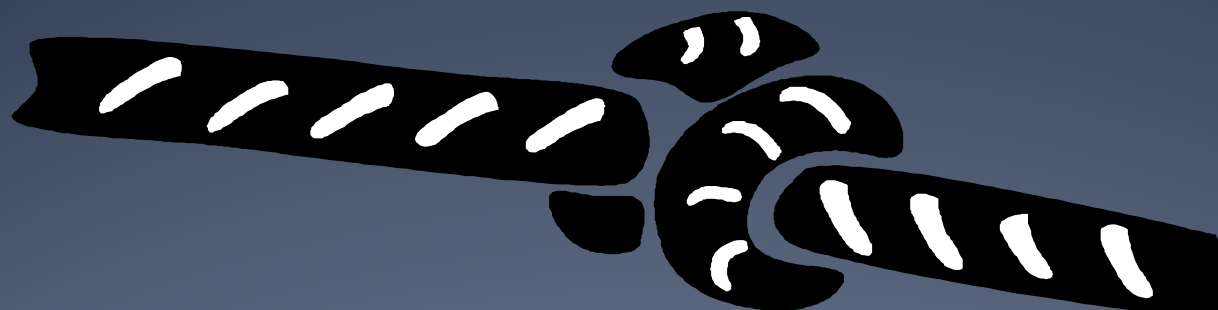


ZASIĘG KWANTYFIKATORA:

„Wyrażenie α w dowolnej formule postaci $\forall x_n(\alpha)$ lub $\exists x_n(\alpha)$ nazywamy zasięgiem odpowiedniego kwantyfikatora.”

(Pogonowski 2008)

JESZCZE KILKA POJĘĆ



Kwantyfikatory wiążą mocniej niż spójniki zdaniowe,

zatem

(w uproszczeniu) jeżeli w danej formule **NIE** występują nawiasy, to kwantyfikatory wiążą tylko zmienne występujące bezpośrednio przy nich.



PORA ĆWICZEŃ

Założmy, że każda zmienna w poniższych formułach odpowiada jednemu przestępcy.

Należy zwolnić tych, którzy nie są związani ;).

1. $\forall x P(x) \rightarrow Q(x)$
2. $\forall x (P(x,y) \rightarrow \exists y (Q(x) \wedge R(x,y)))$
3. $\exists x (P(x) \wedge \forall z (Q(z) \rightarrow R(x,z)))$
4. $\exists x (P(x) \wedge \forall x (Q(y) \rightarrow R(x,y)))$
5. $\forall x \exists y (P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow \neg (R(x) \wedge S(y))$



PORA ĆWICZEŃ

Aby zmagać się dalej z *PRL* musimy umieć przekładać na zapis logiczny ich *nowe, sprytniejsze zdania*:

1. Każdy popełnił przestępstwo.
2. Nie wszyscy są uczciwymi obywatelami
3. Nikt nie jest bez winy.
4. Niektórzy są bezwzględnymi przestępcami.



PORA ĆWICZEŃ

Pora na nieco trudniejsze przykłady:

1. Pospolici Złodzieje biegają szybciej od Prawdziwych Mafiosów, ale Prawdziwi Mafiosi żyją dłużej od nich.
2. Niektórzy Smutni Mordercy płaczą głośniej od jakichkolwiek Wesółych Dusicieli.
3. Jeśli Pospolici Złodzieje biegają szybciej od Prawdziwych Mafiosów, to ich okradają.
4. Niektórzy Ponurzy Włamywacze są bardziej podobni do pewnych Specjalistów od Mokrej Roboty niż do jakichkolwiek Pospolitych Złodziei.

WIELKI KONGRES GANGSTERSKI

Czyli sylogizmy i metoda diagramów Venna

Z OSTATNIEJ CHWILI

POLICJA ROZBIŁA MIĘDZYNARODOWY
KONGRES GANGSTERSKI. NA PODSTAWIE
SKĄPYCH INFORMACJI O
POSZCZEGÓLNYCH GANGACH
PRZEPROWADZIŁA WNIOSKOWANIA
DOTYCZĄCE PRZYNALEŻNOŚCI MAFIJNEJ
POSZCZEGÓLNYCH SCHWYTANYCH
PRZESTĘPCÓW.

ZADANIE: SPRAWDZENIE POPRAWNOŚCI
WTYCH WNIOSKOWAŃ (BO Z POLICJĄ
NIGDY NIC NIE WIADOMO...)

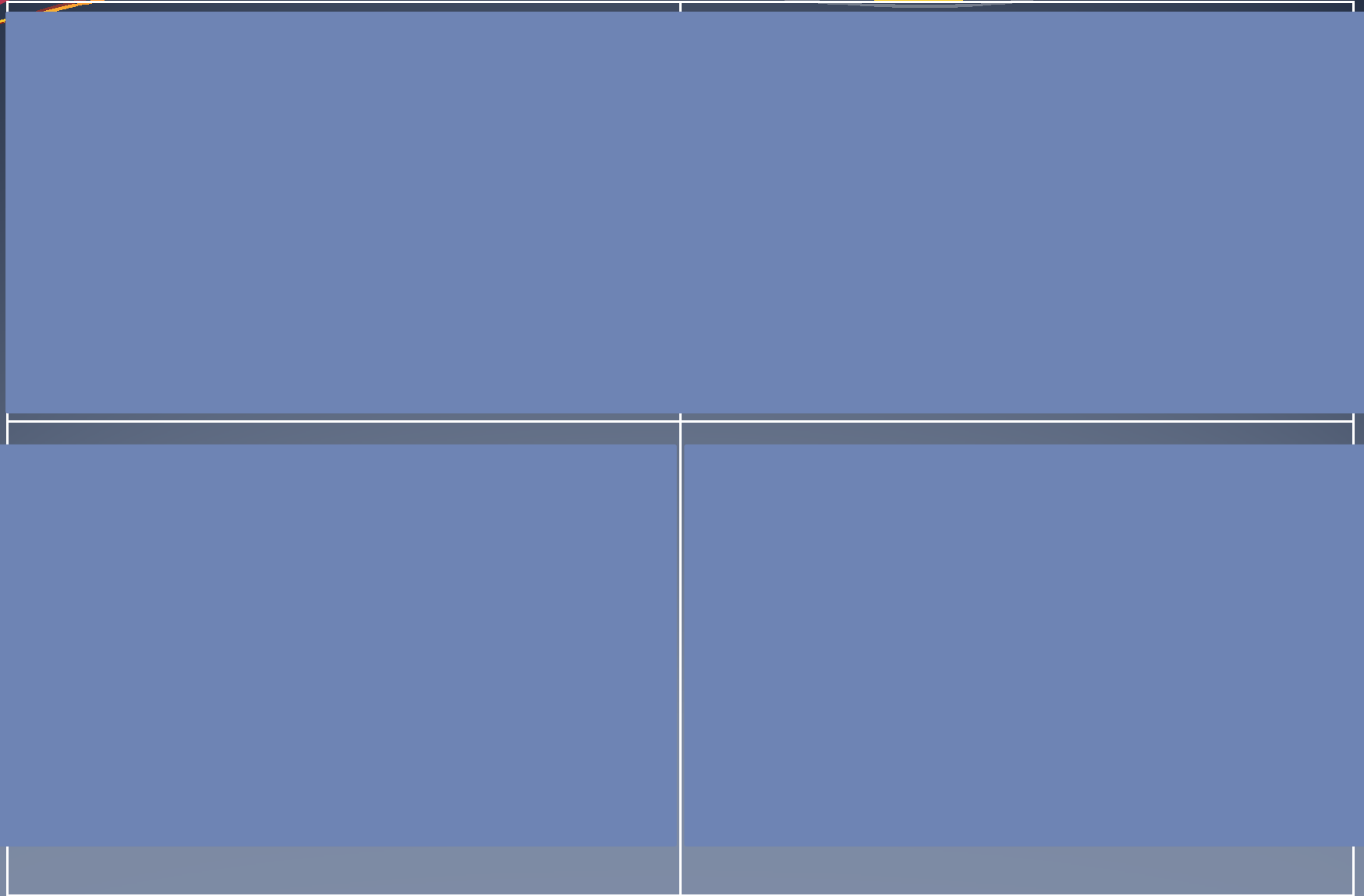
METODA

Diagramy Venna:

1. Rysujemy diagram dla przesłanek (wg zasad o których za chwilę)
2. Rysujemy diagram dla wniosku.
3. Sprawdzamy, czy są zgodne.
4. Jeżeli TAK – wnioskowanie jest dedukcyjne.
5. Jeżeli NIE – wnioskowanie jest niededukcyjne; wniosek nie wynika z przesłanek

Uwaga! Ta metoda może być stosowana tylko przy pewnym typie wnioskowań.

DIAGRAMY



DIAGRAMY





PORA ĆWICZEŃ

Wnioskowanie:

Niektórzy gangsterzy PRL są blondynami.

Żaden blondyn nie jest mordercą.

Niektórzy członkowie PRL nie są mordercami.



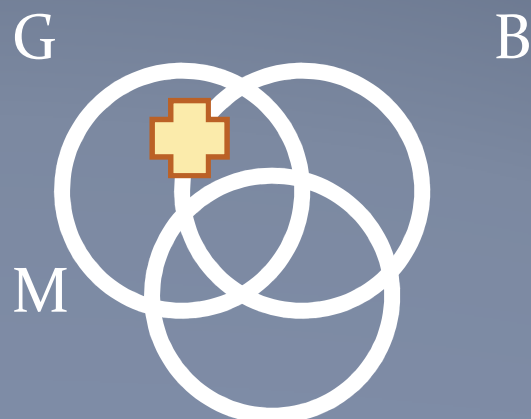
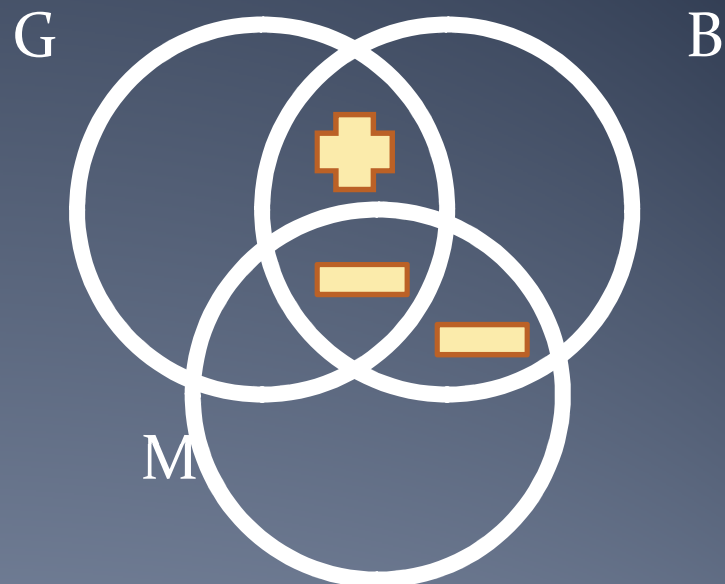
PORA ĆWICZEŃ

Wnioskowanie:

Niektórzy gangsterzy PRL są blondynami.

Żaden blondyn nie jest mordercą.

Niektórzy członkowie PRL nie są mordercami.





PORA ĆWICZEŃ

Żaden gangster PRL nie
jest poszukiwanym
mordercą.

Żaden poszukiwany
morderca nie był
obecny na kongresie.

Żaden gangster PRL nie
był na kongresie.

Każdy gangster PRL jest
poszukiwanym
mordercą.

Żaden poszukiwany
morderca nie było
obecny na kongresie.

Żaden gangster PRL nie
był na kongresie.

DEFINICJE dwie na koniec

ZDANIE KATEGORYCZNE:

Zdanie należące do jednego z typów, którymi zajmowaliśmy się podczas kongresu gangsterów
czyli

zdanie ogólnie-twierdzące LUB ogólnie-przeczące LUB
szczegółowo-twierdzące LUB szczegółowo-przeczące

tajemniczy SYLOGIZM

„Wnioskowanie zbudowane z samych zdań
kategorycznych”

(Tokarz 2006)

ZA TYDZIEŃ

Dochodzenia na Kongresie
Gangsterów ciąg dalszy,
czyli
o tautologiach, kontrtautologiach i
wnioskowaniach w KRP

BIBLIOGRAFIA:

M. Tokarz, *Argumentacja, perswazja, manipulacja*,
GWP 2006.