Logika matematyczna (16) (JiNoI I)

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl
pogon@amu.edu.pl

15/16 lutego 2007

W semestrze letnim roku akademickiego 2006–2007 zajmować się będziemy Klasycznym Rachunkiem Predykatów. Zalecane zadania do rozwiązania:

W semestrze letnim roku akademickiego 2006–2007 zajmować się będziemy Klasycznym Rachunkiem Predykatów. Zalecane zadania do rozwiązania:

- zadania 58–123 ze zbioru *Ćwiczenia z logiki* Pani Profesor Barbary Stanosz.

W semestrze letnim roku akademickiego 2006–2007 zajmować się będziemy Klasycznym Rachunkiem Predykatów. Zalecane zadania do rozwiązania:

- zadania 58–123 ze zbioru *Ćwiczenia z logiki* Pani Profesor Barbary Stanosz.

Zalecane materiały dydaktyczne online:

W semestrze letnim roku akademickiego 2006–2007 zajmować się będziemy Klasycznym Rachunkiem Predykatów. Zalecane zadania do rozwiązania:

- zadania 58–123 ze zbioru *Ćwiczenia z logiki* Pani Profesor Barbary Stanosz.

Zalecane materiały dydaktyczne online:

- Katarzyna Paprzycka — **Samouczek logiki zdań i logiki kwantyfikatorów**; tematy 15–22, pliki dostępne na stronie:

W semestrze letnim roku akademickiego 2006–2007 zajmować się będziemy Klasycznym Rachunkiem Predykatów. Zalecane zadania do rozwiązania:

- zadania 58–123 ze zbioru *Ćwiczenia z logiki* Pani Profesor Barbary Stanosz.

Zalecane materiały dydaktyczne online:

- Katarzyna Paprzycka — **Samouczek logiki zdań i logiki kwantyfikatorów**; tematy 15–22, pliki dostępne na stronie: http://kpaprzycka.swps.edu.pl/xSamouczek/xSamouczek.html

W semestrze letnim roku akademickiego 2006–2007 zajmować się będziemy Klasycznym Rachunkiem Predykatów. Zalecane zadania do rozwiązania:

- zadania 58–123 ze zbioru *Ćwiczenia z logiki* Pani Profesor Barbary Stanosz.

Zalecane materiały dydaktyczne online:

- Katarzyna Paprzycka — **Samouczek logiki zdań i logiki kwantyfikatorów**; tematy 15–22, pliki dostępne na stronie: http://kpaprzycka.swps.edu.pl/xSamouczek/xSamouczek.html
- Jerzy Pogonowski — **Logika matematyczna**; pliki krp300.pdf, krp311.pdf, krp322.pdf, krp333.pdf, krp344.pdf, krp355.pdf (plik krp366.pdf jest w opracowaniu), dostępne na stronie:

W semestrze letnim roku akademickiego 2006–2007 zajmować się będziemy Klasycznym Rachunkiem Predykatów. Zalecane zadania do rozwiązania:

- zadania 58–123 ze zbioru *Ćwiczenia z logiki* Pani Profesor Barbary Stanosz.

Zalecane materiały dydaktyczne online:

- Katarzyna Paprzycka — **Samouczek logiki zdań i logiki kwantyfikatorów**; tematy 15–22, pliki dostępne na stronie: http://kpaprzycka.swps.edu.pl/xSamouczek/xSamouczek.html
- Jerzy Pogonowski — **Logika matematyczna**; pliki krp300.pdf, krp311.pdf, krp322.pdf, krp333.pdf, krp344.pdf, krp355.pdf (plik krp366.pdf jest w opracowaniu), dostępne na stronie: www.logic.amu.edu.pl/posluga_pogon.html

W semestrze letnim roku akademickiego 2006–2007 zajmować się będziemy Klasycznym Rachunkiem Predykatów. Zalecane zadania do rozwiązania:

- zadania 58–123 ze zbioru *Ćwiczenia z logiki* Pani Profesor Barbary Stanosz.

Zalecane materiały dydaktyczne online:

- Katarzyna Paprzycka — **Samouczek logiki zdań i logiki kwantyfikatorów**; tematy 15–22, pliki dostępne na stronie: http://kpaprzycka.swps.edu.pl/xSamouczek/xSamouczek.html
- Jerzy Pogonowski — **Logika matematyczna**; pliki krp300.pdf, krp311.pdf, krp322.pdf, krp333.pdf, krp344.pdf, krp355.pdf (plik krp366.pdf jest w opracowaniu), dostępne na stronie: www.logic.amu.edu.pl/posluga_pogon.html
- Andrzej Wiśniewski — **Logika II**; pliki dostępne na stronie:

W semestrze letnim roku akademickiego 2006–2007 zajmować się będziemy Klasycznym Rachunkiem Predykatów. Zalecane zadania do rozwiązania:

- zadania 58–123 ze zbioru *Ćwiczenia z logiki* Pani Profesor Barbary Stanosz.

Zalecane materiały dydaktyczne online:

- Katarzyna Paprzycka — **Samouczek logiki zdań i logiki kwantyfikatorów**; tematy 15–22, pliki dostępne na stronie: http://kpaprzycka.swps.edu.pl/xSamouczek/xSamouczek.html
- Jerzy Pogonowski — **Logika matematyczna**; pliki krp300.pdf, krp311.pdf, krp322.pdf, krp333.pdf, krp344.pdf, krp355.pdf (plik krp366.pdf jest w opracowaniu), dostępne na stronie: www.logic.amu.edu.pl/posluga_pogon.html
- Andrzej Wiśniewski — **Logika II**; pliki dostępne na stronie: www.kognitywistyka.amu.edu.pl

W semestrze letnim roku akademickiego 2006–2007 zajmować się będziemy Klasycznym Rachunkiem Predykatów. Zalecane zadania do rozwiązania:

- zadania 58–123 ze zbioru *Ćwiczenia z logiki* Pani Profesor Barbary Stanosz.

Zalecane materiały dydaktyczne online:

- Katarzyna Paprzycka — **Samouczek logiki zdań i logiki kwantyfikatorów**; tematy 15–22, pliki dostępne na stronie: http://kpaprzycka.swps.edu.pl/xSamouczek/xSamouczek.html
- Jerzy Pogonowski — **Logika matematyczna**; pliki krp300.pdf, krp311.pdf, krp322.pdf, krp333.pdf, krp344.pdf, krp355.pdf (plik krp366.pdf jest w opracowaniu), dostępne na stronie: www.logic.amu.edu.pl/posluga_pogon.html
- Andrzej Wiśniewski — **Logika II**; pliki dostępne na stronie: www.kognitywistyka.amu.edu.pl

Nie ma zakazu korzystania z innych źródeł.

Uwaga. Na każdych zajęciach semestru letniego poszczególni studenci i studentki będą przedstawiać zadane tematy. Maksymalny czas wystąpienia: 45 minut. Pierwsze propozycje tematów zostaną podane 15 i 16 lutego 2006 roku. Wtedy też omówione zostaną zasady prezentacji.

Uwaga. Na każdych zajęciach semestru letniego poszczególni studenci i studentki będą przedstawiać zadane tematy. Maksymalny czas wystąpienia: 45 minut. Pierwsze propozycje tematów zostaną podane 15 i 16 lutego 2006 roku. Wtedy też omówione zostaną zasady prezentacji.

W poprzednim semestrze otrzymaliście *handout* dotyczący semantyki Klasycznego Rachunku Zdań. Dzisiejsza prezentacja jest jego odpowiednikiem dla semantyki Klasycznego Rachunku Predykatów (tekst pochodzi z pliku krp300.pdf).

Uwaga. Na każdych zajęciach semestru letniego poszczególni studenci i studentki będą przedstawiać zadane tematy. Maksymalny czas wystąpienia: 45 minut. Pierwsze propozycje tematów zostaną podane 15 i 16 lutego 2006 roku. Wtedy też omówione zostaną zasady prezentacji.

W poprzednim semestrze otrzymaliście *handout* dotyczący semantyki Klasycznego Rachunku Zdań. Dzisiejsza prezentacja jest jego odpowiednikiem dla semantyki Klasycznego Rachunku Predykatów (tekst pochodzi z pliku krp300.pdf).
Później otrzymacie też podobne materiały dotyczące dedukcyjnych aspektów KRP.

Uwaga. Na każdych zajęciach semestru letniego poszczególni studenci i studentki będą przedstawiać zadane tematy. Maksymalny czas wystąpienia: 45 minut. Pierwsze propozycje tematów zostaną podane 15 i 16 lutego 2006 roku. Wtedy też omówione zostaną zasady prezentacji.

W poprzednim semestrze otrzymaliście *handout* dotyczący semantyki Klasycznego Rachunku Zdań. Dzisiejsza prezentacja jest jego odpowiednikiem dla semantyki Klasycznego Rachunku Predykatów (tekst pochodzi z pliku krp300.pdf).
Później otrzymacie też podobne materiały dotyczące dedukcyjnych aspektów KRP.

A na koniec, przed egzaminem, postaram się przygotować prezentację „zbiorczą", obejmującą to, co na egzaminie będzie wymagane.
Przypominam, że przed egzaminem planuję odrobienie zajęć, które się nie odbyły z powodu mojego udziału w konferencjach, obronach doktoratów i habilitacji, itp.

Składnia języka KRP

Składnia języka KRP

Niech I, J, K będą dowolnymi zbiorami. Rozpatrzmy alfabet $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_3 \cup \Sigma_4 \cup \Sigma_5 \cup \Sigma_6$, gdzie:

Składnia języka KRP

Niech I, J, K będą dowolnymi zbiorami. Rozpatrzmy alfabet $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_3 \cup \Sigma_4 \cup \Sigma_5 \cup \Sigma_6$, gdzie:

- $\Sigma_1 = \{x_0, x_1, x_2, \ldots\}$ — *zmienne indywiduowe*,
- $\Sigma_2 = \{P_i^{n_i}\}_{i \in I}$ $(n_i \in \mathcal{N})$ — *predykaty*,
- $\Sigma_3 = \{f_j^{n_j}\}_{j \in J}$ $(n_j \in \mathcal{N})$ — *symbole funkcyjne*,
- $\Sigma_4 = \{a_k\}_{k \in K}$ — *stałe indywiduowe*,
- $\Sigma_5 = \{\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \leftrightarrow, \forall, \exists\}$ — *stałe logiczne*,
- $\Sigma_6 = \{, \, , \, (,)\}$ — *symbole pomocnicze*.

Składnia języka KRP

Niech I, J, K będą dowolnymi zbiorami. Rozpatrzmy alfabet $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_3 \cup \Sigma_4 \cup \Sigma_5 \cup \Sigma_6$, gdzie:

$\Sigma_1 = \{x_0, x_1, x_2, \ldots\}$ — *zmienne indywiduowe*,
$\Sigma_2 = \{P_i^{n_i}\}_{i \in I}$ $(n_i \in \mathcal{N})$ — *predykaty*,
$\Sigma_3 = \{f_j^{n_j}\}_{j \in J}$ $(n_j \in \mathcal{N})$ — *symbole funkcyjne*,
$\Sigma_4 = \{a_k\}_{k \in K}$ — *stałe indywiduowe*,
$\Sigma_5 = \{\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \leftrightarrow, \forall, \exists\}$ — *stałe logiczne*,
$\Sigma_6 = \{, \; , (,)\}$ — *symbole pomocnicze*.

$P_i^{n_i}$ nazywamy n_i-*argumentowym predykatem*, $f_j^{n_j}$ nazywamy n_j-*argumentowym symbolem funkcyjnym*, symbol $\forall$ nazywamy *kwantyfikatorem generalnym*, a symbol $\exists$ *kwantyfikatorem egzystencjalnym*. Symbole: $\wedge$ (*koniunkcja*), $\vee$ (*alternatywa*), $\rightarrow$ (*implikacja*), $\neg$ (*negacja*) i $\leftrightarrow$ (*równoważność*) znane są z wykładu semestru zimowego.

Składnia języka KRP

Niech I, J, K będą dowolnymi zbiorami. Rozpatrzmy alfabet $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_3 \cup \Sigma_4 \cup \Sigma_5 \cup \Sigma_6$, gdzie:

- $\Sigma_1 = \{x_0, x_1, x_2, \ldots\}$ — *zmienne indywiduowe*,
- $\Sigma_2 = \{P_i^{n_i}\}_{i \in I}$ $(n_i \in \mathcal{N})$ — *predykaty*,
- $\Sigma_3 = \{f_j^{n_j}\}_{j \in J}$ $(n_j \in \mathcal{N})$ — *symbole funkcyjne*,
- $\Sigma_4 = \{a_k\}_{k \in K}$ — *stałe indywiduowe*,
- $\Sigma_5 = \{\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \leftrightarrow, \forall, \exists\}$ — *stałe logiczne*,
- $\Sigma_6 = \{, \ , (,)\}$ — *symbole pomocnicze*.

$P_i^{n_i}$ nazywamy n_i-*argumentowym predykatem*, $f_j^{n_j}$ nazywamy n_j-*argumentowym symbolem funkcyjnym*, symbol $\forall$ nazywamy *kwantyfikatorem generalnym*, a symbol $\exists$ *kwantyfikatorem egzystencjalnym*. Symbole: $\wedge$ (*koniunkcja*), $\vee$ (*alternatywa*), $\rightarrow$ (*implikacja*), $\neg$ (*negacja*) i $\leftrightarrow$ (*równoważność*) znane są z wykładu semestru zimowego.

Zbiór $\sigma = \Sigma_2 \cup \Sigma_3 \cup \Sigma_4$ nazwiemy *sygnaturą*. W dalszym ciągu mówić będziemy o pewnej ustalonej sygnaturze σ.

Wyrażeniem języka KRP nazywamy każdy skończony ciąg symboli alfabetu tego języka.

Wyrażeniem języka KRP nazywamy każdy skończony ciąg symboli alfabetu tego języka.

Definicja *termu* języka KRP jest indukcyjna:

Wyrażeniem języka KRP nazywamy każdy skończony ciąg symboli alfabetu tego języka.

Definicja *termu* języka KRP jest indukcyjna:

- (i) wszystkie zmienne indywiduowe x_n oraz wszystkie stałe indywiduowe a_k są termami;

Wyrażeniem języka KRP nazywamy każdy skończony ciąg symboli alfabetu tego języka.

Definicja *termu* języka KRP jest indukcyjna:

- (i) wszystkie zmienne indywiduowe x_n oraz wszystkie stałe indywiduowe a_k są termami;
- (ii) jeśli $t_1, \ldots, t_{n_j}$ są dowolnymi termami, to wyrażenie $f_j^{n_j}(t_1, \ldots, t_{n_j})$ jest termem;

Wyrażeniem języka KRP nazywamy każdy skończony ciąg symboli alfabetu tego języka.

Definicja *termu* języka KRP jest indukcyjna:

- (i) wszystkie zmienne indywiduowe x_n oraz wszystkie stałe indywiduowe a_k są termami;
- (ii) jeśli $t_1, \ldots, t_{n_j}$ są dowolnymi termami, to wyrażenie $f_j^{n_j}(t_1, \ldots, t_{n_j})$ jest termem;
- (iii) nie ma innych termów (języka KRP) prócz zmiennych indywiduowych oraz stałych indywiduowych oraz tych termów, które można skonstruować wedle reguły (ii).

Formułą atomową języka KRP nazywamy każde wyrażenie postaci $P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$, gdzie $t_1, \ldots, t_{n_i}$ są dowolnymi termami.

Formułą atomową języka KRP nazywamy każde wyrażenie postaci $P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$, gdzie $t_1, \ldots, t_{n_i}$ są dowolnymi termami.

Definicja *formuły* języka KRP jest indukcyjna:

Formułą atomową języka KRP nazywamy każde wyrażenie postaci $P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$, gdzie $t_1, \ldots, t_{n_i}$ są dowolnymi termami.

Definicja *formuły* języka KRP jest indukcyjna:

- (i) każda formuła atomowa jest formułą;

Formułą atomową języka KRP nazywamy każde wyrażenie postaci $P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$, gdzie $t_1, \ldots, t_{n_i}$ są dowolnymi termami.

Definicja *formuły* języka KRP jest indukcyjna:

- (i) każda formuła atomowa jest formułą;
- (ii) jeśli A jest dowolną formułą, to wyrażenia $\neg(A)$, $\forall x_n\ (A)$, $\exists x_n\ (A)$ są formułami;

Formułą atomową języka KRP nazywamy każde wyrażenie postaci $P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$, gdzie $t_1, \ldots, t_{n_i}$ są dowolnymi termami.

Definicja *formuły* języka KRP jest indukcyjna:

- (i) każda formuła atomowa jest formułą;
- (ii) jeśli A jest dowolną formułą, to wyrażenia $\neg(A)$, $\forall x_n\,(A)$, $\exists x_n\,(A)$ są formułami;
- (iii) jeśli A i B są dowolnymi formułami, to wyrażenia $(A) \wedge (B)$, $(A) \vee (B)$, $(A) \rightarrow (B)$, $(A) \leftrightarrow (B)$ są formułami;

Formułą atomową języka KRP nazywamy każde wyrażenie postaci $P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$, gdzie $t_1, \ldots, t_{n_i}$ są dowolnymi termami.

Definicja *formuły* języka KRP jest indukcyjna:

- (i) każda formuła atomowa jest formułą;
- (ii) jeśli A jest dowolną formułą, to wyrażenia $\neg(A)$, $\forall x_n\ (A)$, $\exists x_n\ (A)$ są formułami;
- (iii) jeśli A i B są dowolnymi formułami, to wyrażenia $(A) \wedge (B)$, $(A) \vee (B)$, $(A) \rightarrow (B)$, $(A) \leftrightarrow (B)$ są formułami;
- (iv) nie ma innych formuł (języka KRP) prócz tych, które można utworzyć wedle reguł (i)–(iii).

Wyrażenie A w dowolnej formule o postaci $\forall x_n\ (A)$ lub o postaci $\exists x_n\ (A)$ nazywamy *zasięgiem* odpowiedniego kwantyfikatora.

Wyrażenie A w dowolnej formule o postaci $\forall x_n\ (A)$ lub o postaci $\exists x_n\ (A)$ nazywamy *zasięgiem* odpowiedniego kwantyfikatora.

Zmienna x_n występująca na danym miejscu w formule A jest *na tym miejscu związana*, jeżeli jest ona podpisana pod którymś z kwantyfikatorów lub też znajduje się w zasięgu jakiegoś kwantyfikatora, pod którym podpisana jest również zmienna x_n.

Wyrażenie A w dowolnej formule o postaci $\forall x_n\ (A)$ lub o postaci $\exists x_n\ (A)$ nazywamy *zasięgiem* odpowiedniego kwantyfikatora.

Zmienna x_n występująca na danym miejscu w formule A jest *na tym miejscu związana*, jeżeli jest ona podpisana pod którymś z kwantyfikatorów lub też znajduje się w zasięgu jakiegoś kwantyfikatora, pod którym podpisana jest również zmienna x_n.
Jeżeli zmienna x_n, występująca na danym miejscu w formule A, nie jest na tym miejscu związana, to mówimy, że jest ona *na tym miejscu wolna w* A.

Wyrażenie A w dowolnej formule o postaci $\forall x_n\ (A)$ lub o postaci $\exists x_n\ (A)$ nazywamy *zasięgiem* odpowiedniego kwantyfikatora.

Zmienna x_n występująca na danym miejscu w formule A jest *na tym miejscu związana*, jeżeli jest ona podpisana pod którymś z kwantyfikatorów lub też znajduje się w zasięgu jakiegoś kwantyfikatora, pod którym podpisana jest również zmienna x_n.
Jeżeli zmienna x_n, występująca na danym miejscu w formule A, nie jest na tym miejscu związana, to mówimy, że jest ona *na tym miejscu wolna w* A.

Mówimy, że x_n jest *zmienną wolną w* A wtedy i tylko wtedy, gdy przynajmniej na jednym miejscu zmienna ta jest wolna w A.

Wyrażenie A w dowolnej formule o postaci $\forall x_n\ (A)$ lub o postaci $\exists x_n\ (A)$ nazywamy *zasięgiem* odpowiedniego kwantyfikatora.

Zmienna x_n występująca na danym miejscu w formule A jest *na tym miejscu związana*, jeżeli jest ona podpisana pod którymś z kwantyfikatorów lub też znajduje się w zasięgu jakiegoś kwantyfikatora, pod którym podpisana jest również zmienna x_n.
Jeżeli zmienna x_n, występująca na danym miejscu w formule A, nie jest na tym miejscu związana, to mówimy, że jest ona *na tym miejscu wolna w* A.

Mówimy, że x_n jest *zmienną wolną w* A wtedy i tylko wtedy, gdy przynajmniej na jednym miejscu zmienna ta jest wolna w A.
Formuły nie zawierające żadnych zmiennych wolnych nazywamy *zdaniami* (języka KRP).

Semantyka języka KRP

Semantyka języka KRP

Nazwiemy *interpretacją języka o sygnaturze* σ dowolny układ $\langle M, \sigma, \triangle \rangle$, gdzie M jest zbiorem, a $\triangle$ funkcją (*funkcją denotacji*) o dziedzinie σ, która przyporządkowuje:

Semantyka języka KRP

Nazwiemy *interpretacją języka o sygnaturze* σ dowolny układ $\langle M, \sigma, \triangle \rangle$, gdzie M jest zbiorem, a $\triangle$ funkcją (*funkcją denotacji*) o dziedzinie σ, która przyporządkowuje:

- każdej stałej indywiduowej a_k element $\triangle(a_k) \in M$;

Semantyka języka KRP

Nazwiemy *interpretacją języka o sygnaturze σ* dowolny układ $\langle M, \sigma, \triangle \rangle$, gdzie M jest zbiorem, a $\triangle$ funkcją (*funkcją denotacji*) o dziedzinie σ, która przyporządkowuje:

- każdej stałej indywiduowej a_k element $\triangle(a_k) \in M$;
- każdemu predykatowi $P_i^{n_i}$ relację n_i-argumentową $\triangle(P_i^{n_i}) \subseteq M^{n_i}$;

Semantyka języka KRP

Nazwiemy *interpretacją języka o sygnaturze σ* dowolny układ $\langle M, \sigma, \triangle \rangle$, gdzie M jest zbiorem, a $\triangle$ funkcją (*funkcją denotacji*) o dziedzinie σ, która przyporządkowuje:

- każdej stałej indywiduowej a_k element $\triangle(a_k) \in M$;
- każdemu predykatowi $P_i^{n_i}$ relację n_i-argumentową $\triangle(P_i^{n_i}) \subseteq M^{n_i}$;
- każdemu symbolowi funkcyjnemu $f_j^{n_j}$ funkcję n_j-argumentową $\triangle(f_j^{n_j}) : M^{n_j} \rightarrow M$.

Semantyka języka KRP

Nazwiemy *interpretacją języka o sygnaturze* σ dowolny układ $\langle M, \sigma, \triangle \rangle$, gdzie M jest zbiorem, a $\triangle$ funkcją (*funkcją denotacji*) o dziedzinie σ, która przyporządkowuje:

- każdej stałej indywiduowej a_k element $\triangle(a_k) \in M$;
- każdemu predykatowi $P_i^{n_i}$ relację n_i-argumentową $\triangle(P_i^{n_i}) \subseteq M^{n_i}$;
- każdemu symbolowi funkcyjnemu $f_j^{n_j}$ funkcję n_j-argumentową $\triangle(f_j^{n_j}) : M^{n_j} \rightarrow M$.

Wtedy *strukturami relacyjnymi sygnatury* σ są dowolne układy $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$, gdzie $\triangle$ jest funkcją denotacji, a $\triangle[\sigma]$ oznacza ciąg (indeksowany elementami zbioru $I \cup J \cup K$) wszystkich wartości funkcji σ. Jeśli $\mathfrak{M} = \langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ jest strukturą relacyjną, to M nazywamy *uniwersum* $\mathfrak{M}$.

Wartościowaniem zmiennych w uniwersum M nazywamy dowolny nieskończony przeliczalny ciąg $w = \langle w_n \rangle$ elementów zbioru M. Gdy

Wartościowaniem zmiennych w uniwersum M nazywamy dowolny nieskończony przeliczalny ciąg $w = \langle w_n \rangle$ elementów zbioru M. Gdy $w = \langle w_n \rangle = \langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}, \ldots \rangle$

Wartościowaniem zmiennych w uniwersum M nazywamy dowolny nieskończony przeliczalny ciąg $w = \langle w_n \rangle$ elementów zbioru M. Gdy $w = \langle w_n \rangle = \langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}, \ldots \rangle$
jest wartościowaniem w M oraz $m \in M$, to przez w_m^i oznaczamy wartościowanie

Wartościowaniem zmiennych w uniwersum M nazywamy dowolny nieskończony przeliczalny ciąg $w = \langle w_n \rangle$ elementów zbioru M. Gdy $w = \langle w_n \rangle = \langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}, \ldots \rangle$ jest wartościowaniem w M oraz $m \in M$, to przez w_m^i oznaczamy wartościowanie $\langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, m, w_{i+1}, \ldots \rangle$.

Wartościowaniem zmiennych w uniwersum M nazywamy dowolny nieskończony przeliczalny ciąg $w = \langle w_n \rangle$ elementów zbioru M. Gdy $w = \langle w_n \rangle = \langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}, \ldots \rangle$
jest wartościowaniem w M oraz $m \in M$, to przez w^i_m oznaczamy wartościowanie $\langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, m, w_{i+1}, \ldots \rangle$.
Jeśli t jest termem sygnatury σ, $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ strukturą relacyjną sygnatury σ oraz $w = \langle w_i \rangle$ jest wartościowaniem zmiennych w M, to *wartość termu t w strukturze $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ przy wartościowaniu w*, oznaczana przez $\triangle_w(t)$ określona jest indukcyjnie:

Wartościowaniem zmiennych w uniwersum M nazywamy dowolny nieskończony przeliczalny ciąg $w = \langle w_n \rangle$ elementów zbioru M. Gdy
$w = \langle w_n \rangle = \langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}, \ldots \rangle$
jest wartościowaniem w M oraz $m \in M$, to przez w^i_m oznaczamy wartościowanie $\langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, m, w_{i+1}, \ldots \rangle$.
Jeśli t jest termem sygnatury σ, $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ strukturą relacyjną sygnatury σ oraz $w = \langle w_i \rangle$ jest wartościowaniem zmiennych w M, to *wartość termu t w strukturze $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ przy wartościowaniu w*, oznaczana przez $\triangle_w(t)$ określona jest indukcyjnie:

- gdy t jest zmienną x_i, to $\triangle_w(t) = w_i$;

Wartościowaniem zmiennych w uniwersum M nazywamy dowolny nieskończony przeliczalny ciąg $w = \langle w_n \rangle$ elementów zbioru M. Gdy $w = \langle w_n \rangle = \langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}, \ldots \rangle$
jest wartościowaniem w M oraz $m \in M$, to przez w^i_m oznaczamy wartościowanie $\langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, m, w_{i+1}, \ldots \rangle$.
Jeśli t jest termem sygnatury σ, $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ strukturą relacyjną sygnatury σ oraz $w = \langle w_i \rangle$ jest wartościowaniem zmiennych w M, to *wartość termu t w strukturze $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ przy wartościowaniu w*, oznaczana przez $\triangle_w(t)$ określona jest indukcyjnie:

- gdy t jest zmienną x_i, to $\triangle_w(t) = w_i$;
- gdy t jest stałą a_k, to $\triangle_w(t) = \triangle(a_k)$;

Wartościowaniem zmiennych w uniwersum M nazywamy dowolny nieskończony przeliczalny ciąg $w = \langle w_n \rangle$ elementów zbioru M. Gdy $w = \langle w_n \rangle = \langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}, \ldots \rangle$
jest wartościowaniem w M oraz $m \in M$, to przez w^i_m oznaczamy wartościowanie $\langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, m, w_{i+1}, \ldots \rangle$.
Jeśli t jest termem sygnatury σ, $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ strukturą relacyjną sygnatury σ oraz $w = \langle w_i \rangle$ jest wartościowaniem zmiennych w M, to *wartość termu t w strukturze $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ przy wartościowaniu w*, oznaczana przez $\triangle_w(t)$ określona jest indukcyjnie:

- gdy t jest zmienną x_i, to $\triangle_w(t) = w_i$;
- gdy t jest stałą a_k, to $\triangle_w(t) = \triangle(a_k)$;
- gdy t jest termem złożonym postaci $f^{n_j}_j(t_1, \ldots, t_{n_j})$, gdzie $t_1, \ldots, t_{n_j}$ są termami, to $\triangle_w(t) = \triangle(f^{n_j}_j)(\triangle_w(t_1), \ldots, \triangle_w(t_{n_j}))$.

Wartościowaniem zmiennych w uniwersum M nazywamy dowolny nieskończony przeliczalny ciąg $w = \langle w_n \rangle$ elementów zbioru M. Gdy $w = \langle w_n \rangle = \langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}, \ldots \rangle$ jest wartościowaniem w M oraz $m \in M$, to przez w^i_m oznaczamy wartościowanie $\langle w_0, w_1, \ldots, w_{i-1}, m, w_{i+1}, \ldots \rangle$.

Jeśli t jest termem sygnatury σ, $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ strukturą relacyjną sygnatury σ oraz $w = \langle w_i \rangle$ jest wartościowaniem zmiennych w M, to *wartość termu t w strukturze $\langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ przy wartościowaniu w*, oznaczana przez $\triangle_w(t)$ określona jest indukcyjnie:

- gdy t jest zmienną x_i, to $\triangle_w(t) = w_i$;
- gdy t jest stałą a_k, to $\triangle_w(t) = \triangle(a_k)$;
- gdy t jest termem złożonym postaci $f^{n_j}_j(t_1, \ldots, t_{n_j})$, gdzie $t_1, \ldots, t_{n_j}$ są termami, to $\triangle_w(t) = \triangle(f^{n_j}_j)(\triangle_w(t_1), \ldots, \triangle_w(t_{n_j}))$.

Można pokazać, że wartość termu przy danym wartościowaniu zmiennych zależy jedynie od wartości nadanych przy tym wartościowaniu zmiennym występującym w rozważanym termie.

Niech $\mathfrak{M} = \langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ będzie strukturą relacyjną sygnatury σ, w wartościowaniem w M, a A formułą sygnatury σ. Definicja relacji $\mathfrak{M} \models_w A$ *spełniania formuły A w strukturze $\mathfrak{M}$ przez wartościowanie w* ma następującą postać indukcyjną:

Niech $\mathfrak{M} = \langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ będzie strukturą relacyjną sygnatury σ, w wartościowaniem w M, a A formułą sygnatury σ. Definicja relacji $\mathfrak{M} \models_w A$ *spełniania formuły A w strukturze $\mathfrak{M}$ przez wartościowanie w* ma następującą postać indukcyjną:

- (a*) $\mathfrak{M} \models_w P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$ wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi $\triangle(P_i^{n_i})(\triangle_w(t_1), \ldots, \triangle_w(t_{n_i}))$;

Niech $\mathfrak{M} = \langle M, \triangle[\sigma]\rangle$ będzie strukturą relacyjną sygnatury σ, w wartościowaniem w M, a A formułą sygnatury σ. Definicja relacji $\mathfrak{M} \models_w A$ *spełniania formuły A w strukturze $\mathfrak{M}$ przez wartościowanie w* ma następującą postać indukcyjną:

- (a*) $\mathfrak{M} \models_w P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$ wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi $\triangle(P_i^{n_i})(\triangle_w(t_1), \ldots, \triangle_w(t_{n_i}))$;
- (b*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \wedge (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ oraz $\mathfrak{M} \models_w B$;

Niech $\mathfrak{M} = \langle M, \triangle[\sigma]\rangle$ będzie strukturą relacyjną sygnatury σ, w wartościowaniem w M, a A formułą sygnatury σ. Definicja relacji $\mathfrak{M} \models_w A$ *spełniania formuły A w strukturze $\mathfrak{M}$ przez wartościowanie w* ma następującą postać indukcyjną:

- (a*) $\mathfrak{M} \models_w P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$ wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi $\triangle(P_i^{n_i})(\triangle_w(t_1), \ldots, \triangle_w(t_{n_i}))$;
- (b*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \wedge (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ oraz $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (c*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \vee (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ lub $\mathfrak{M} \models_w B$;

Niech $\mathfrak{M} = \langle M, \triangle[\sigma]\rangle$ będzie strukturą relacyjną sygnatury σ, w wartościowaniem w M, a A formułą sygnatury σ. Definicja relacji $\mathfrak{M} \models_w A$ *spełniania formuły A w strukturze $\mathfrak{M}$ przez wartościowanie w* ma następującą postać indukcyjną:

- (a*) $\mathfrak{M} \models_w P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$ wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi $\triangle(P_i^{n_i})(\triangle_w(t_1), \ldots, \triangle_w(t_{n_i}))$;
- (b*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \wedge (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ oraz $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (c*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \vee (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ lub $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (d*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \rightarrow (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models_w A$ lub zachodzi $\mathfrak{M} \models_w B$;

Niech $\mathfrak{M} = \langle M, \triangle[\sigma]\rangle$ będzie strukturą relacyjną sygnatury σ, w wartościowaniem w M, a A formułą sygnatury σ. Definicja relacji $\mathfrak{M} \models_w A$ *spełniania formuły A w strukturze $\mathfrak{M}$ przez wartościowanie w* ma następującą postać indukcyjną:

- (a*) $\mathfrak{M} \models_w P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$ wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi $\triangle(P_i^{n_i})(\triangle_w(t_1), \ldots, \triangle_w(t_{n_i}))$;
- (b*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \wedge (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ oraz $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (c*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \vee (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ lub $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (d*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \rightarrow (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models_w A$ lub zachodzi $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (e*) $\mathfrak{M} \models_w \neg(A)$ wtedy i tylko wtedy, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models_w A$;

Niech $\mathfrak{M} = \langle M, \triangle[\sigma]\rangle$ będzie strukturą relacyjną sygnatury σ, w wartościowaniem w M, a A formułą sygnatury σ. Definicja relacji $\mathfrak{M} \models_w A$ *spełniania formuły A w strukturze $\mathfrak{M}$ przez wartościowanie w* ma następującą postać indukcyjną:

- (a*) $\mathfrak{M} \models_w P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$ wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi $\triangle(P_i^{n_i})(\triangle_w(t_1), \ldots, \triangle_w(t_{n_i}))$;
- (b*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \wedge (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ oraz $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (c*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \vee (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ lub $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (d*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \rightarrow (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models_w A$ lub zachodzi $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (e*) $\mathfrak{M} \models_w \neg(A)$ wtedy i tylko wtedy, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models_w A$;
- (f*) $\mathfrak{M} \models_w \forall x_i\ (A)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_{w_m^i} A$ dla każdego $m \in M$;

Niech $\mathfrak{M} = \langle M, \triangle[\sigma] \rangle$ będzie strukturą relacyjną sygnatury σ, w wartościowaniem w M, a A formułą sygnatury σ. Definicja relacji $\mathfrak{M} \models_w A$ *spełniania formuły A w strukturze $\mathfrak{M}$ przez wartościowanie w* ma następującą postać indukcyjną:

- (a*) $\mathfrak{M} \models_w P_i^{n_i}(t_1, \ldots, t_{n_i})$ wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi $\triangle(P_i^{n_i})(\triangle_w(t_1), \ldots, \triangle_w(t_{n_i}))$;
- (b*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \wedge (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ oraz $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (c*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \vee (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ lub $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (d*) $\mathfrak{M} \models_w (A) \rightarrow (B)$ wtedy i tylko wtedy, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models_w A$ lub zachodzi $\mathfrak{M} \models_w B$;
- (e*) $\mathfrak{M} \models_w \neg(A)$ wtedy i tylko wtedy, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models_w A$;
- (f*) $\mathfrak{M} \models_w \forall x_i\ (A)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_{w_m^i} A$ dla każdego $m \in M$;
- (g*) $\mathfrak{M} \models_w \exists x_i\ (A)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_{w_m^i} A$ dla pewnego $m \in M$.

Ćwiczenie. Podaj definicję dla przypadku $\mathfrak{M} \models_w (A) \leftrightarrow (B)$.

Ćwiczenie. Podaj definicję dla przypadku $\mathfrak{M} \models_w (A) \leftrightarrow (B)$.

Jeśli $\mathfrak{M} \models_w A$ dla każdego wartościowania w, to mówimy, że formuła A jest *prawdziwa w* $\mathfrak{M}$ i piszemy wtedy $\mathfrak{M} \models A$.

Ćwiczenie. Podaj definicję dla przypadku $\mathfrak{M} \models_w (A) \leftrightarrow (B)$.

Jeśli $\mathfrak{M} \models_w A$ dla każdego wartościowania w, to mówimy, że formuła A jest *prawdziwa w* $\mathfrak{M}$ i piszemy wtedy $\mathfrak{M} \models A$. Piszemy $\mathfrak{M} \not\models A$, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models A$.

Ćwiczenie. Podaj definicję dla przypadku $\mathfrak{M} \models_w (A) \leftrightarrow (B)$.

Jeśli $\mathfrak{M} \models_w A$ dla każdego wartościowania w, to mówimy, że formuła A jest *prawdziwa w* $\mathfrak{M}$ i piszemy wtedy $\mathfrak{M} \models A$. Piszemy $\mathfrak{M} \not\models A$, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models A$. Łatwo pokazać, że gdy A jest zdaniem (tj. formułą bez zmiennych wolnych), to A jest prawdziwa w $\mathfrak{M}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ dla co najmniej jednego wartościowania w.

Ćwiczenie. Podaj definicję dla przypadku $\mathfrak{M} \models_w (A) \leftrightarrow (B)$.

Jeśli $\mathfrak{M} \models_w A$ dla każdego wartościowania w, to mówimy, że formuła A jest *prawdziwa w* $\mathfrak{M}$ i piszemy wtedy $\mathfrak{M} \models A$. Piszemy $\mathfrak{M} \not\models A$, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models A$. Łatwo pokazać, że gdy A jest zdaniem (tj. formułą bez zmiennych wolnych), to A jest prawdziwa w $\mathfrak{M}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ dla co najmniej jednego wartościowania w. Mówimy, że zdanie A jest *fałszywe* w $\mathfrak{M}$, gdy nie jest ono prawdziwe w $\mathfrak{M}$.

Ćwiczenie. Podaj definicję dla przypadku $\mathfrak{M} \models_w (A) \leftrightarrow (B)$.

Jeśli $\mathfrak{M} \models_w A$ dla każdego wartościowania w, to mówimy, że formuła A jest *prawdziwa w* $\mathfrak{M}$ i piszemy wtedy $\mathfrak{M} \models A$. Piszemy $\mathfrak{M} \not\models A$, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models A$. Łatwo pokazać, że gdy A jest zdaniem (tj. formułą bez zmiennych wolnych), to A jest prawdziwa w $\mathfrak{M}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ dla co najmniej jednego wartościowania w. Mówimy, że zdanie A jest *fałszywe* w $\mathfrak{M}$, gdy nie jest ono prawdziwe w $\mathfrak{M}$.

Tautologią (klasycznego rachunku predykatów sygnatury σ) nazywamy każdą formułę (sygnatury σ), która jest prawdziwa we wszystkich strukturach relacyjnych (sygnatury σ).

Ćwiczenie. Podaj definicję dla przypadku $\mathfrak{M} \models_w (A) \leftrightarrow (B)$.

Jeśli $\mathfrak{M} \models_w A$ dla każdego wartościowania w, to mówimy, że formuła A jest *prawdziwa w* $\mathfrak{M}$ i piszemy wtedy $\mathfrak{M} \models A$. Piszemy $\mathfrak{M} \not\models A$, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models A$. Łatwo pokazać, że gdy A jest zdaniem (tj. formułą bez zmiennych wolnych), to A jest prawdziwa w $\mathfrak{M}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ dla co najmniej jednego wartościowania w. Mówimy, że zdanie A jest *fałszywe* w $\mathfrak{M}$, gdy nie jest ono prawdziwe w $\mathfrak{M}$.

Tautologią (klasycznego rachunku predykatów sygnatury σ) nazywamy każdą formułę (sygnatury σ), która jest prawdziwa we wszystkich strukturach relacyjnych (sygnatury σ).
Jeśli $\mathfrak{M} \models A$ dla wszystkich A ze zbioru Ψ, to mówimy, że $\mathfrak{M}$ jest *modelem* Ψ i piszemy $\mathfrak{M} \models \Psi$.

Ćwiczenie. Podaj definicję dla przypadku $\mathfrak{M} \models_w (A) \leftrightarrow (B)$.

Jeśli $\mathfrak{M} \models_w A$ dla każdego wartościowania w, to mówimy, że formuła A jest *prawdziwa w $\mathfrak{M}$* i piszemy wtedy $\mathfrak{M} \models A$. Piszemy $\mathfrak{M} \not\models A$, gdy nie zachodzi $\mathfrak{M} \models A$. Łatwo pokazać, że gdy A jest zdaniem (tj. formułą bez zmiennych wolnych), to A jest prawdziwa w $\mathfrak{M}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathfrak{M} \models_w A$ dla co najmniej jednego wartościowania w. Mówimy, że zdanie A jest *fałszywe* w $\mathfrak{M}$, gdy nie jest ono prawdziwe w $\mathfrak{M}$.

Tautologią (klasycznego rachunku predykatów sygnatury σ) nazywamy każdą formułę (sygnatury σ), która jest prawdziwa we wszystkich strukturach relacyjnych (sygnatury σ).
Jeśli $\mathfrak{M} \models A$ dla wszystkich A ze zbioru Ψ, to mówimy, że $\mathfrak{M}$ jest *modelem* Ψ i piszemy $\mathfrak{M} \models \Psi$. Mówimy, że A *wynika logicznie* z Ψ wtedy i tylko wtedy, gdy każdy model Ψ jest też modelem $\{A\}$.

Uwaga terminologiczna.

Uwaga terminologiczna. W polskiej literaturze przedmiotu terminów *struktura relacyjna*, *system relacyjny* oraz *struktura algebraiczna* używa się wymiennie.

Uwaga terminologiczna. W polskiej literaturze przedmiotu terminów *struktura relacyjna*, *system relacyjny* oraz *struktura algebraiczna* używa się wymiennie. Gdy sygnatura nie zawiera predykatów, to mówimy o *algebrach*, gdy zaś sygnatura nie zawiera ani stałych ani symboli funkcyjnych, to mówimy o strukturach relacyjnych *czystych*.

Uwaga terminologiczna. W polskiej literaturze przedmiotu terminów *struktura relacyjna*, *system relacyjny* oraz *struktura algebraiczna* używa się wymiennie. Gdy sygnatura nie zawiera predykatów, to mówimy o *algebrach*, gdy zaś sygnatura nie zawiera ani stałych ani symboli funkcyjnych, to mówimy o strukturach relacyjnych *czystych*.

Uwaga notacyjna.

Uwaga terminologiczna. W polskiej literaturze przedmiotu terminów *struktura relacyjna*, *system relacyjny* oraz *struktura algebraiczna* używa się wymiennie. Gdy sygnatura nie zawiera predykatów, to mówimy o *algebrach*, gdy zaś sygnatura nie zawiera ani stałych ani symboli funkcyjnych, to mówimy o strukturach relacyjnych *czystych*.

Uwaga notacyjna. W dalszym ciągu będziemy używać pewnych, powszechnie stosowanych, uproszczeń notacyjnych. Omówione zostaną one podczas wykładów.

Uwaga terminologiczna. W polskiej literaturze przedmiotu terminów *struktura relacyjna*, *system relacyjny* oraz *struktura algebraiczna* używa się wymiennie. Gdy sygnatura nie zawiera predykatów, to mówimy o *algebrach*, gdy zaś sygnatura nie zawiera ani stałych ani symboli funkcyjnych, to mówimy o strukturach relacyjnych *czystych*.

Uwaga notacyjna. W dalszym ciągu będziemy używać pewnych, powszechnie stosowanych, uproszczeń notacyjnych. Omówione zostaną one podczas wykładów.

Uwaga organizacyjna.

Uwaga terminologiczna. W polskiej literaturze przedmiotu terminów *struktura relacyjna*, *system relacyjny* oraz *struktura algebraiczna* używa się wymiennie. Gdy sygnatura nie zawiera predykatów, to mówimy o *algebrach*, gdy zaś sygnatura nie zawiera ani stałych ani symboli funkcyjnych, to mówimy o strukturach relacyjnych *czystych*.

Uwaga notacyjna. W dalszym ciągu będziemy używać pewnych, powszechnie stosowanych, uproszczeń notacyjnych. Omówione zostaną one podczas wykładów.

Uwaga organizacyjna. Proszę nie spodziewać się, że na **każde** z naszych spotkań w semestrze letnim otrzymacie osobną prezentację. Będzie tych prezentacji kilka, w skondensowanej formie omawiających całe grupy zagadnień.