

MARZENIA O MONOGAMII (SEMANTYCZNEJ)

[Abstrakt, LV Konferencja Historii Logiki, Kraków 2009]

JERZY POGONOWSKI

Zakład Logiki Stosowanej UAM

www.logic.amu.edu.pl

pogon@amu.edu.pl

W odczycie omawiamy rolę *aksjomatów ekstremalnych* w metalogice. Przypominamy ustalenia z pracy: Carnap, R. Bachmann, F. 1936. Über Extremalaxiome. *Erkenntnis* **6**, 166–188. Aksjomaty ekstremalne miałyby „wymuszać” jednoznaczność (kategoryczność) odniesienia przedmiotowego teorii bądź przesądzać o jej zupełności, a także charakteryzować *strukturę* jej modeli jako pod ustalonymi względami *minimalną* lub *maksymalną*. Niektóre znane aksjomaty ekstremalne to:

- *Aksjomat zupełności* w *Grundlagen der Geometrie* Hilberta (zastąpiony później *aksjomatem ciągłości*). Miał to być aksjomat *maksymalności* (struktury).
- *Aksjomaty minimalności* w teorii mnogości:
 - *Aksjomat ograniczenia* Fraenkla (nie ma innych zbiorów niż te, których istnienia można dowieść z aksjomatów teorii mnogości).
 - *Aksjomat konstruowalności* Gödla. Wszystkie zbiory są konstruowalne.
 - *I i II aksjomat ograniczenia* z *Foundations of set theory* Fraenkla, Bar Hillela i Levy’ego. Np. II aksjomat ograniczenia głosi, że: wszystkie zbiory są konstruowalne i nie istnieje *zbiór* przechodni, będący modelem ZF.
 - *Aksjomat kanoniczności* Suszki (niezależnie: propozycja Myhill). Wszystkie zbiory mają *nazwy* (w precyzyjnie określonym sensie).
- *Aksjomat maksymalności* von Neumanna (klasa jest właściwa dokładnie wtedy, gdy jest równoliczna z klasą wszystkich zbiorów).
- *Aksjomaty istnienia dużych liczb kardynalnych*. Od propozycji Zermela hierarchii dziedzin normalnych do ustaleń Woodina i innych.
- *Aksjomat (schemat) indukcji* w arytmetyce. Miał to być aksjomat *minimalności* (struktury).

Jak wiadomo, ustanowienie kategoryczności lub zupełności teorii za pomocą aksjomatów ekstremalnych należy do rzadkości. W klasycznej teorii modeli rolę rozważań dotyczących ewentualnych aksjomatów ekstremalnych przejęły chyba ustalenia dotyczące m.in.: *kategoryczności w mocy* oraz szczególnych typów modeli (*pierwszych, atomowych, nasyconych, uniwersalnych*, itp.). We współczesnej teorii modeli do tego obszaru zaliczyć możemy np. ustalenia czynione w *teorii klasyfikacji*.

Pojęcie aksjomatu ekstremalnego można też, jak się zdaje, powiązać z *twierdzeniami o reprezentacji* w matematyce (np.: *Lemat Mostowskiego o kontrakcji*) oraz z pojęciem *modelu zamierzonego* teorii.