

# Metafory poznawcze w matematyce

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki Stosowanej UAM

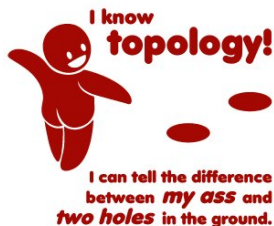
[www.logic.amu.edu.pl](http://www.logic.amu.edu.pl)

[pogon@amu.edu.pl](mailto:pogon@amu.edu.pl)

24.X.2013, Kraków

## Plan na dziś:

- Kilka uwag krytycznych dotyczących: Lakoff, G., Núñez, R.E. 2000. *Where Mathematics Comes From. How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. Basic Books, New York.



W prezentacji wykorzystujemy ilustracje dostępne w sieci.

# Welcome to Israel, a mecca for tourists!

- Lakoff, G., Johnson, M. 1980. *Metaphors we live by*. The University of Chicago. Z *Postawia*:  
*W rzeczywistości widzieć coś poza metaforą można jedynie posługując się inną metaforą. Wygląda na to, że zdolność pojmowania doświadczeń za pośrednictwem metafory jest kolejnym zmysłem, jak wzrok, dotyk czy słuch, a metafora dostarcza jedyne sposobu postrzegania i doświadczenia znacznej części świata rzeczywistego. Metafora jest takim samym i równie cennym elementem naszego funkcjonowania co zmysł dotyku.*
  - Dwa paradygmaty AI.
- 
- Do czego nawiązuje lingwistyka kognitywna?
  - Od czego dystansuje się lingwistyka kognitywna?

# Metafory poznawcze

*Język jawi się nam jako źródło danych mogących doprowadzić nas do ogólnych zasad rozumienia. Te ogólne zasady dotyczą całych systemów pojęć, nie zaś pojedynczych słów czy pojedynczych pojęć. Stwierdziliśmy już, że takie zasady mają często strukturę metafor i że dotyczą one pojmowania pewnego rodzaju doświadczenia w terminach innego rodzaju doświadczenia. (Metafory w naszym życiu, str. 143.)*

- Przykłady metafor poznawczych: *argument is war*, *czas to pieniądz*,
  - metafory orientacyjne,
  - metafory ontologiczne.
- Schematy, amalgamaty, ramy, przestrzenie pojęciowe.
- Lingwistyka kognitywna a lingwistyka diachroniczna.

# Matematyka ucieleśniona i osadzona

- 1 Umysł jest ucieleśniony, a zatem natura naszych ciał, mózgów oraz codziennego funkcjonowania kształtuje ludzkie pojęcia i rozumowania, w szczególności matematyczne.
- 2 Większość procesów myślowych (w tym tych związanych z matematyką) jest niedostępna naszej świadomości.
- 3 Abstrakcje ujmujemy w postaci metafor pojęciowych, przenosząc pojęcia związane z aktywnością sensoro-motoryczną do innych dziedzin, w tym dziedzin matematycznych.

„Conceptual metaphor is a cognitive mechanism for allowing us to reason about one kind of thing as if it were another. [...] It is a grounded, inference-preserving cross-domain mapping – a neural mechanism that allows us to use the inferential structure of one conceptual domain (say, geometry) to reason about another (say, arithmetic).”

# Metafory poznawcze w matematyce

- Metafory bazujące w arytmetyce: grupowanie obiektów, konstruowanie obiektów, droga do celu, jednostka pomiarowa.
  - Złącze metaforyczne: oś liczbowa.
- 
- BMI – *podstawowa metafora nieskończoności* (Basic Metaphor of Infinity). Punktem wyjścia jest rozumienie procesów jako ruchów, przy czym procesy ciągłe, bez wyraźnego ich zakończenia, ujmowane są jako (dyskretne) procesy powtarzalne. Uzasadnienia dla takich metafor znajdują autorzy m.in. w systemach aspektowych języków etnicznych. Twierdzą, że wynik BMI jest w każdym przypadku jednoznaczny.

## Przykłady autorów

- Arytmetyka: metafory bazujące i oś liczbowa
  - Algebra: pojęcie *istoty* (*essence*)
  - Zbiory: metafora pojemnika
- 
- Granice i liczby rzeczywiste: BMI w działaniu
  - Nieskończenie małe: liczby *ziarniste*
  - Liczby pozaskończone: jeszcze raz BMI
- 
- Punkty i kontinuum: ciągłość *naturalna* i matematyczna
  - Metafory Dedekinda (wedle autorów)
  - Metafory Weierstrassa (wedle autorów)

# Recenzje

- Hohol, M.L. 2011. Matematyczność ucieleśniona. W: B. Brożek, J. Mączka, W.P. Grygiel, M. L. Hohol (red.) *Oblicza racjonalności*. Copernicus Center Press, Kraków, 143–166.
- Auslander: zaawansowane pojęcia matematyczne żyją własnym życiem.
- Devlin: analogia szachowa, szukanie wzorców.
- Siegfried: przewidywanie faktów fizycznych przez matematykę.
- Voorhees: mieszanie myślenia życzeniowego z konstrukcjami matematycznymi.
- Henderson: wyobrażenia oraz punkty widzenia.
- Madden: idiosynkrazje w uczeniu się matematyki.
- Elglay, Quek: brak badań empirycznych.
- Schiralli, Sinclair: matematyka pojęciowa oraz wyobrażeniowa.



# Niektóre wyzwania dla matematyki ucieleśnionej

- Teoria mnogości:

- Skala alefów. Schemat aksjomatu zastępowania. Ufundowanie.
- *Opisywanie a definiowanie.*
- Aksjomaty istnienia dużych liczb kardynalnych.

- Topologia:

- Sfera Alexandra, krzywa Knastera, jeziora Wady.
- Różne pojęcia wymiaru topologicznego.
- Twierdzenie Smale'a.

- Analiza:

- Sfery egzotyczne.
- Szereg najwolniej rozbieżny? Mówisz – masz! BMI!
- Równość prawie wszędzie.

# Agnostycyzm matematyczny

- Metafory pojęciowe a poprawność konstrukcji matematycznych.
  - Porzucanie metafor w twórczości matematycznej.
  - Czy matematyka ucieleśniona jest w stanie wyjaśnić np.:
    - zmiany intuicji matematycznych?
    - wzajemne kolizje intuicji matematycznych?
    - błędzenie w twórczości matematycznej?
- 
- Poziomy rozumienia i tworzenia matematyki.
  - Kontekst odkrycia a treści podręcznikowe.
  - Skuteczność matematyki w nauce.
  - Agnostycyzm matematyczny.

# Czy szkoła oducza kreatywności?

- Między skrajnościami: *New Math* i *Embodied Mathematics*
  - *W szkole to nie matematyka ma być nowoczesna, ale jej nauczanie.*  
René Thom.
- 
- Przemoc symboliczna szkoły
  - Kim jest Humanistka?

# Koniec

- Uprzejmie dziękuję organizatorom za umożliwienie mi wygłoszenia odczytu.
  - Nie jestem ani kognitywistą, ani antykognitywistą. Moje uwagi to tylko refleksje czytelnika *Where mathematics comes from*, amatorsko interesującego się matematyką.
- 
- Lakoff i Núñez proponują ciekawe *zewnętrzne* spojrzenie na matematykę.
  - W odczuciu piszącego te słowa, koncepcja matematyki ucieleśnionej nie jawi się jako trafnie opisująca tworzenie matematyki.
  - Sprawą dyskusyjną jest również jej ewentualne wykorzystanie w dydaktyce matematyki.