Językoznawstwo i Nauki o Informacji I . . . . 8 stycznia 2014

Imię i nazwisko: . . . . MARCOWE ZAJĄCZKI

1. Pokaż, że w systemie założeniowym KRZ formuła β wyprowadzalna jest z formuł:

$$(\alpha \to \beta) \to \gamma, \quad \neg\gamma \wedge \neg\delta, \quad (\alpha \to \beta) \vee \lambda, \quad \lambda \to (\gamma \vee \beta)$$

Rozwiązanie

1.	$(\alpha \to \beta) \to \gamma$	założenie
2.	$\neg\gamma \wedge \neg\delta$	założenie
3.	$(\alpha \to \beta) \vee \lambda$	założenie
4.	$\lambda \to (\gamma \vee \beta)$	założenie
5.	$\neg\gamma$	OK: 2
6.	$\neg(\alpha \to \beta)$	MT: 1,5
7.	λ	OA: 3,6
8.	$\gamma \vee \beta$	RO: 4,7
9.	β	OA: 8,5.

2. Udowodnij, że jest sprzecznym zbiorem formuł: $\{\alpha \to \beta,\ \gamma \to \delta,\ \neg\beta \vee \gamma,\ \alpha \wedge \neg\delta\}$.

Rozwiązanie

1.	$\alpha \to \beta$	założenie
2.	$\gamma \to \delta$	założenie
3.	$\neg\beta \vee \gamma$	założenie
4.	$\alpha \wedge \neg\delta$	założenie
5.	α	OK: 4
6.	β	RO: 1, 5
7.	$\neg\delta$	OK: 4
8.	$\neg\gamma$	MT: 2, 7
9.	$\neg\beta$	OA: 3, 8
10.	$\perp$	sprzeczność: 6, 9.

3. Udowodnij, że w systemie założeniowym KRZ wyprowadzalna jest reguła NK negowania koniunkcji.

Rozwiązanie

Reguła negowania koniunkcji ma postać: $\frac{\neg(\alpha\wedge\beta)}{\neg\alpha\vee\neg\beta}$. Trzeba więc pokazać, że z założenia $\neg(\alpha \wedge \beta)$ można otrzymać $\neg\alpha \vee \neg\beta$. Przeprowadzimy dowód nie wprost, zakładając przy tym, że wcześniej wyprowadzona została reguła NA $\frac{\neg(\alpha\vee\beta)}{\neg\alpha\wedge\neg\beta}$ negowania alternatywy:

1.	$\neg(\alpha \wedge \beta)$	założenie
2.	$\neg(\neg\alpha \vee \neg\beta)$	z.d.n.
3.	$\neg\neg\alpha \wedge \neg\neg\beta$	NA: 2
4.	$\neg\neg\alpha$	OK: 3
5.	$\neg\neg\beta$	OK: 3
6.	α	ON: 4
7.	β	ON: 5
8.	$\alpha \wedge \beta$	DK: 6,7.
9.	$\perp$	sprzeczność: 1, 8.

Językoznawstwo i Nauki o Informacji I .... 8 stycznia 2014

Imię i nazwisko: .... KWIETNIOWE KRÓLICZKI

1. Pokaż, że w systemie założeniowym KRZ formuła λ wyprowadzalna jest z formuł:

$$(\alpha \vee \beta) \to \gamma, \quad \neg\delta, \quad (\gamma \vee \delta) \to \lambda, \quad \delta \vee \alpha$$

Rozwiązanie

1.	$(\alpha \vee \beta) \to \gamma$	założenie
2.	$\neg\delta$	założenie
3.	$(\gamma \vee \delta) \to \lambda$	założenie
4.	$\delta \vee \alpha$	założenie
5.	α	OA: 4,2
6.	$\alpha \vee \beta$	DA: 5
7.	γ	RO: 1,6
8.	$\gamma \vee \delta$	DA: 7
9.	λ	RO: 3,8.

2. Udowodnij, że jest sprzecznym zbiorem formuł: $\{\alpha \vee \neg\beta,\ \gamma \to \beta,\ \neg(\delta \wedge \neg\gamma),\ \delta \wedge \neg\alpha\}$.

Rozwiązanie

1.	$\alpha \vee \neg\beta$	założenie
2.	$\gamma \to \beta$	założenie
3.	$\neg(\delta \wedge \neg\gamma)$	założenie
4.	$\delta \wedge \neg\alpha$	założenie
5.	$\neg\alpha$	OK: 4
6.	$\neg\beta$	OA: 1, 5
7.	$\neg\gamma$	MT: 2, 6
8.	δ	OK: 4
9.	$\delta \wedge \neg\gamma$	DK: 8, 7
10.	$\perp$	sprzeczność: 3, 9.

3. Udowodnij, że w systemie założeniowym KRZ wyprowadzalna jest reguła NA negowania alternatywy.

Rozwiązanie

Reguła NA negowania alternatywy ma postać: $\frac{\neg(\alpha\vee\beta)}{\neg\alpha\wedge\neg\beta}$. Trzeba więc otrzymać $\neg\alpha \wedge \neg\beta$ z założenia $\neg(\alpha \vee \beta)$. Ostatni krok dowodu będzie wykorzystywał regułę DK dołączania koniunkcji, a wcześniej otrzymać musimy oba jej człony. Budujemy dowód z założeniami dodatkowymi:

1.	$\neg(\alpha \vee \beta)$	założenie
1.1.	α	założenie dodatkowe
1.2.	$\alpha \vee \beta$	DA: 1.1.
2.	$\alpha \to (\alpha \vee \beta)$	1.1.$\Rightarrow$1.2.
3.	$\neg\alpha$	MT: 2,1
3.1.	β	założenie dodatkowe
3.2.	$\alpha \vee \beta$	DA: 2.1.
4.	$\beta \to (\alpha \vee \beta)$	2.1.$\Rightarrow$2.2.
5.	$\neg\beta$	MT: 4,1
5.	$\neg\alpha \wedge \neg\beta$	DK: 3,5.