# Metody Dowodzenia Twierdzeń
# i Automatyzacja Rozumowań
# Zaliczenie Poprawka 7.II.2017

III rok kognitywistyki UAM

**Imię i nazwisko:** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . REKINY Z GŁĘBINY

**1**. Dokonaj przekładu z notacji infiksowej na prefiksową oraz narysuj drzewo składniowe formuły:

$$\neg(p \to q) \lor (s \land \neg\neg r)$$

**2**. Znajdź koniunkcyjną postać normalną formuły:

$$(r \lor s) \to (q \land \neg p)$$

**3**. Ustal czy wniosek:

$$\exists x(R(x) \land \neg Q(x))$$

wynika tablicowo z przesłanki:

$$\neg\exists x(P(x) \land Q(x)) \land \exists x(R(x) \land P(x))$$

**4**. Ustal czy jest rezolucyjnie sprzeczny zbiór formuł:

$$\{\ s \to r,\ q \to p,\ \neg(s \to p),\ q \lor \neg r\ \}$$

**5**. Podaj:

1. Definicję zdaniowego zbioru Hintikki.
2. Sformułowanie TWIERDZENIA O ZWARTOŚCI dla KRZ.

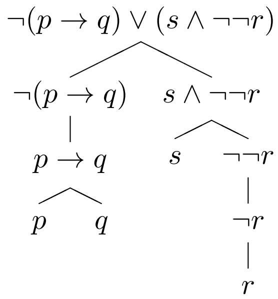
---

JERZY POGONOWSKI
Zakład Logiki i Kognitywistyki UAM
pogon@amu.edu.pl

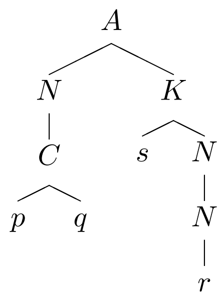
# ROZWIĄZANIA

**1**. Formuła $\neg(p \to q) \vee (s \wedge \neg\neg r)$ przekształcona do postaci prefiksowej wygląda następująco: $ANCpqKsNNr$.

Pełne drzewo składniowe tej formuły (w notacji infiksowej) wygląda następująco:



Skrócone drzewo składniowe tej formuły (w notacji prefiksowej) wygląda następująco:



**2**. Działamy wedle podanego algorytmu:

$$\begin{array}{l}
\langle [\underline{(r \vee s) \to (q \wedge \neg p)}] \rangle \\
\langle [\neg(r \vee s), \underline{q \wedge \neg p}] \rangle \\
\langle [\underline{\neg(r \vee s), q}], [\neg(r \vee s), \neg p] \rangle \\
\langle [\neg r, q], [\neg s, q], [\underline{\neg(r \vee s)}, \neg p] \rangle \\
\langle [\neg r, q], [\neg s, q], [\neg r, \neg p], [\neg s, \neg p] \rangle
\end{array}$$

Zauważmy, że badana formuła nie jest tautologią KRZ, ponieważ nie jest tak, iżby każda alternatywa elementarna wchodząca w skład powyższej koniunkcji zawierała parę literałów komplementarnych.

**3**. Budujemy tablicę analityczną dla przesłanki oraz zaprzeczonego wniosku:

$$\neg\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \wedge \exists x(R(x) \wedge P(x))\ ^{1.\wedge}$$

$$\neg\exists x(R(x) \wedge \neg Q(x))\ ^{4.*a}$$

$$(1_g)\ \neg\exists x(P(x) \wedge Q(x))\ ^{3.*a}$$

$$(1_d)\ \exists x(R(x) \wedge P(x))\ ^{2.\surd a}$$

$$(2)\ R(a) \wedge P(a)\ ^{5.\wedge}$$

$$(3)\ \neg(P(a) \wedge Q(a))\ ^{6.\neg\wedge}$$

$$(4)\ \neg(R(a) \wedge \neg Q(a))\ ^{7.\neg\wedge}$$

$$(5_g)\ R(a)$$

$$(5_d)\ P(a)$$

$$\begin{array}{cc}
(6_l)\ \neg P(a) & (6_p)\ \neg Q(a) \\
| & \begin{array}{cc} (7_l)\ \neg R(a) & (7_p)\ \neg\neg Q(a) \\ | & | \\ \times_{5_g,7_l} & \times_{6_p,7_p} \end{array} \\
\times_{5_d,6_l} &
\end{array}$$

Wszystkie gałęzie tablicy analitycznej są zamknięte, a więc wniosek wynika tablicowo z przesłanki.

**4**. Pokażemy, że z podanego zbioru formuł można wyprowadzić rezolucyjnie klauzulę pustą, czyli że zbiór ten jest rezolucyjnie sprzeczny:

| | | |
|---|---|---|
| 1. | $[s \to r]$ | |
| 2. | $[q \to p]$ | |
| 3. | $[\neg(s \to p)]$ | |
| 4. | $[q \vee \neg r]$ | |
| 5. | $[\neg s, r]$ | $\beta$,1 |
| 6. | $[\neg q, p]$ | $\beta$,2 |
| 7. | $[s]$ | $\alpha$,3 |
| 8. | $[\neg p]$ | $\alpha$,3 |
| 9. | $[q, \neg r]$ | $\beta$,4 |
| 10. | $[r]$ | RR:5,7 |
| 11. | $[q]$ | RR:9,10 |
| 12. | $[p]$ | RR:6,11 |
| 13. | [ ] | RR:8,12 |

**5.1**. Zbiór $\mathbf{H}$ formuł języka KRZ nazywamy *zdaniowym zbiorem Hintikki*, jeśli:

1. Dla dowolnej zmiennej zdaniowej $p$, zachodzi co najmniej jedno z dwojga: $p \notin \mathbf{H}$ lub $\neg p \notin \mathbf{H}$
2. $\bot \notin \mathbf{H}$ oraz $\neg \top \notin \mathbf{H}$;
3. Jeśli $\neg\neg\psi \in \mathbf{H}$, to $\psi \in \mathbf{H}$;
4. Jeśli $\alpha \in \mathbf{H}$, to $\alpha_1 \in \mathbf{H}$ oraz $\alpha_2 \in \mathbf{H}$;
5. Jeśli $\beta \in \mathbf{H}$, to $\beta_1 \in \mathbf{H}$ lub $\beta_2 \in \mathbf{H}$.

**5.2**. TWIERDZENIE O ZWARTOŚCI. Niech $S$ będzie zbiorem formuł języka KRZ. Jeśli każdy skończony podzbiór zbioru $S$ jest spełnialny, to $S$ jest spełnialny.

---

Wszystkie prace zaliczeniowe są zarchiwizowane w pokoju 80. Każdy ze słuchaczy może obejrzeć swoją pracę w godzinach dyżuru wykładowcy.

JERZY POGONOWSKI
Zakład Logiki i Kognitywistyki UAM
pogon@amu.edu.pl