Imię i nazwisko: ....MYSZASTE

A. Czy następujące zdania tworzą zbiór tablicowo sprzeczny? Jeśli tak, to napisz odpowiedź pełnym zdaniem. Jeśli nie, to zbuduj świat, w którym prawdziwe są te zdania.
Co najmniej jeden Pierzasty jest Ogoniasty. Co więcej, każdy Myszasty jest Pierzasty. Pewien Ogoniasty jest Myszasty.

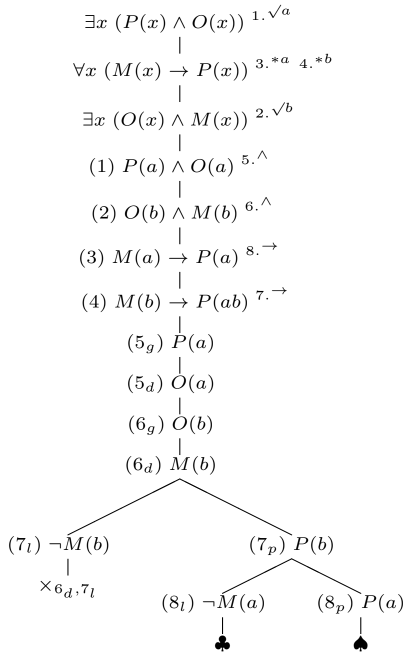
Rozwiązanie. Wprowadźmy oznaczenia:

- $P(x)$ – x jest Pierzasty
- $M(x)$ – x jest Myszasty
- $O(x)$ – x jest Ogoniasty.

Rozważane zdania mają następujące schematy:

$$\exists x\ (P(x) \wedge O(x))$$
$$\forall x\ (M(x) \rightarrow P(x))$$
$$\exists x\ (O(x) \wedge M(x))$$

Budujemy tablicę analityczną rozpoczynającą się od tych formuł:



Tablica ma dwie gałęzie otwarte, a zatem rozważane zdania tworzą zbiór tablicowo niesprzeczny. Są one wszystkie prawdziwe w następujących interpretacjach (odpowiadających gałęziom otwartym powyższej tablicy):

♣	P	M	O
a	+	$-$	+
b	+	+	+

♠	P	M	O
a	+	?	+
b	+	+	+

B. Czy wniosek wynika tablicowo z przesłanek? Jeśli wynika, to napisz odpowiedź pełnym zdaniem. Jeśli nie wynika, to zbuduj świat, w którym prawdziwe są przesłanki, a fałszywy wniosek.
Wszystkie Myszaste są Ogoniaste. Ponadto, pewien Ogoniasty jest Pierzasty. Wynika z tego, że wśród Pierzastych jest Myszasty.

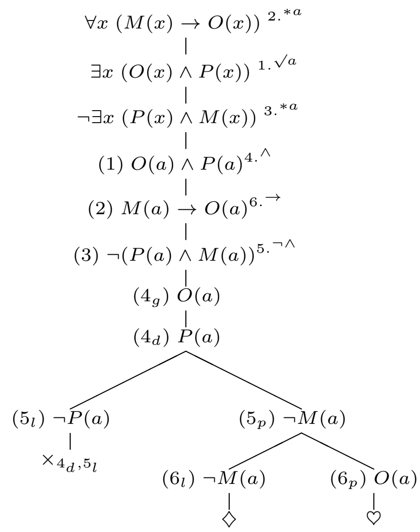
Rozwiązanie. Wprowadźmy oznaczenia:

- $P(x)$ – x jest Pierzasty
- $M(x)$ – x jest Myszasty
- $O(x)$ – x jest Ogoniasty.

Rozważane wnioskowanie ma następujący schemat:

$$\begin{array}{c} \forall x\ (M(x) \rightarrow O(x)) \\ \exists x\ (O(x) \wedge P(x)) \\ \hline \exists x\ (P(x) \wedge M(x)) \end{array}$$

Budujemy tablicę analityczną dla przesłanek oraz zaprzeczonego wniosku:



Tablica ma dwie gałęzie otwarte, a zatem wniosek nie wynika tablicowo z przesłanek. Interpretacjami, w których prawdziwe są przesłanki natomiast fałszywy jest wniosek są (każda z gałęzi otwartych wyznacza tę samą interpretację):

$\diamondsuit$	P	M	O
a	+	–	+

$\heartsuit$	P	M	O
a	+	–	+

C. Ustal, czy wniosek $\exists x \forall y\ (P(x,y) \rightarrow P(y,x))$ wynika tablicowo z przesłanki: $\forall x \forall y\ (P(x,y) \rightarrow P(y,x)) \wedge \exists x \forall y\ P(x,y)$.

Rozwiązanie.
Budujemy tablicę analityczną dla przesłanki oraz zaprzeczonego wniosku, czyli dla: $\forall x \forall y\ (P(x,y) \rightarrow P(y,x)) \wedge \exists x \forall y\ P(x,y)$ oraz $\neg \exists x \forall y\ (P(x,y) \rightarrow P(y,x))$:

$$\forall x \forall y\ (P(x,y) \rightarrow P(y,x)) \wedge \exists x \forall y\ P(x,y)\ ^{1.\wedge}$$
$$\neg \exists x \forall y\ (P(x,y) \rightarrow P(y,x))\ ^{3.*a}$$
$$(1_g)\ \forall x \forall y\ (P(x,y) \rightarrow P(y,x))\ ^{4.*a}$$
$$(1_d)\ \exists x \forall y\ P(x,y)\ ^{2.\surd a}$$
$$(2)\ \forall y\ P(a,y)$$
$$(3)\ \neg \forall y\ (P(a,y) \rightarrow P(y,a))$$
$$(4)\ \forall y\ (P(a,y) \rightarrow P(y,a))$$
$$\times_{3,4}$$

Wszystkie gałęzie tablicy dla przesłanki oraz zaprzeczonego wniosku są zamknięte, a to oznacza, że wniosek wynika tablicowo z przesłanek.

Imię i nazwisko: .... OGONIASTE

A. Czy następujące zdania tworzą zbiór tablicowo sprzeczny? Jeśli tak, to napisz odpowiedź pełnym zdaniem. Jeśli nie, to zbuduj świat, w którym prawdziwe są te zdania.
Wszystkie Myszaste są Ogoniaste. Ponadto, pewien Ogoniasty jest Pierzasty. Wśród Pierzastych jest Myszasty.

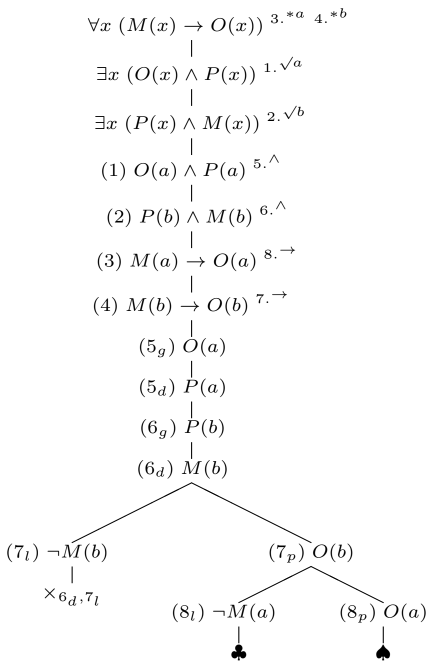
Rozwiązanie. Wprowadźmy oznaczenia:

- $P(x)$ – x jest Pierzasty
- $M(x)$ – x jest Myszasty
- $O(x)$ – x jest Ogoniasty.

Rozważane zdania mają następujące schematy:

$$\forall x\ (M(x) \to O(x))$$
$$\exists x\ (O(x) \wedge P(x))$$
$$\exists x\ (P(x) \wedge M(x))$$

Budujemy tablicę analityczną rozpoczynającą się od tych formuł:



Tablica ma dwie gałęzie otwarte, a zatem rozważane zdania tworzą zbiór tablicowo niesprzeczny. Są one wszystkie prawdziwe w następujących interpretacjach (odpowiadających gałęziom otwartym powyższej tablicy):

♣	P	M	O
a	+	$-$	+
b	+	+	+

♠	P	M	O
a	+	?	+
b	+	+	+

B. Czy wniosek wynika tablicowo z przesłanek? Jeśli wynika, to napisz odpowiedź pełnym zdaniem. Jeśli nie wynika, to zbuduj świat, w którym prawdziwe są przesłanki, a fałszywy wniosek.
Co najmniej jeden Pierzasty jest Ogoniasty. Co więcej, każdy Myszasty jest Pierzasty. Wynika z tego, że pewien Ogoniasty jest Myszasty.

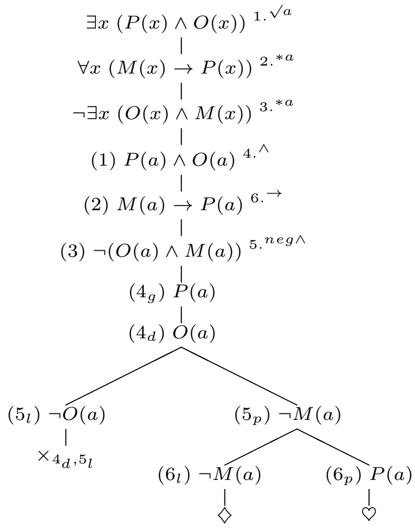
Rozwiązanie. Wprowadźmy oznaczenia:

- $P(x)$ – x jest Pierzasty
- $M(x)$ – x jest Myszasty
- $O(x)$ – x jest Ogoniasty.

Rozważane wnioskowanie ma następujący schemat:

$$\begin{array}{c} \exists x\ (P(x) \wedge O(x)) \\ \forall x\ (M(x) \to P(x)) \\ \hline \exists x\ (O(x) \wedge M(x)) \end{array}$$

Budujemy tablicę analityczną dla przesłanek oraz zaprzeczonego wniosku:



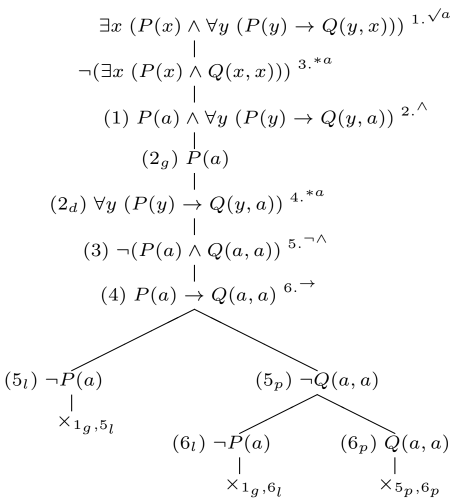
Tablica ma dwie gałęzie otwarte, a zatem wniosek nie wynika tablicowo z przesłanek. Interpretacjami, w których prawdziwe są przesłanki natomiast fałszywy jest wniosek są (każda z gałęzi otwartych wyznacza tę samą interpretację):

$\diamondsuit$	P	M	O
a	+	–	+

$\heartsuit$	P	M	O
a	+	–	+

C. Ustal, czy wniosek $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x, x))$ wynika tablicowo z przesłanki: $\exists x\ (P(x) \wedge \forall y\ (P(y) \to Q(y, x)))$.

Rozwiązanie.
Budujemy tablicę analityczną dla przesłanki oraz zaprzeczonego wniosku, czyli dla: $\exists x\ (P(x) \wedge \forall y\ (P(y) \to Q(y, x)))$ oraz $\neg(\exists x\ (P(x) \wedge Q(x, x)))$:



Wszystkie gałęzie tablicy dla przesłanki oraz zaprzeczonego wniosku są zamknięte, a to oznacza, że wniosek wynika tablicowo z przesłanek.