

# Naukoznawstwo

Michał Lipnicki

Zakład Logiki Stosowanej UAM

26 listopada 2009

# Plan

Dzisiejsze zajęcia będą miały charakter teoretyczno-praktyczny:

- scharakteryzujemy sobie różne rodzaje wnioskowań.
- oraz wykonamy kilka ćwiczeń.

# Wnioskowanie w znaczeniu szerokim

**Wnioskowanie** polega na dochodzeniu do nowych, nieznanych zdań na podstawie jakichś zdań uznanych wcześniej.

Na tej samej podstawie możemy zwiększać pewność, z jaką dane zdanie jest uznawane.

Zdania wcześniej uznane stanowią **przesłanki**, zdania na ich podstawie uznawane stanowią **wniosek**.

# Wnioskowanie dedukcyjne i niededukcyjne

## Wnioskowanie dedukcyjne (w wąskim znaczeniu)

Jest to rodzaj wnioskowania, w którym wniosek wynika w sposób logiczny z przesłanek. Wnioskowanie takie jest **niezawodne** - prawdziwe przesłanki prowadzą do prawdziwego wniosku.

## Wynikanie

Zdanie  $Z_2$  **wynika logicznie** ze zdania  $Z_1$  wtedy i tylko wtedy, gdy okres warunkowy, którego poprzednikiem jest  $Z_1$ , a następnikiem  $Z_2$  jest prawdą logiczną.

## Wnioskowania niededukcyjne

Są to wnioskowania uprawdopodobniające, wniosek nie wynika logicznie z przesłanek. Ponadto prawdziwość przesłanek nie gwarantuje prawdziwości wniosku. Są to wnioskowania **zawodne**.

# Rodzaje wnioskowań niededukcyjnych

Przykłady wnioskowań niededukcyjnych:

- indukcja enumeracyjna niezupełna,
- wnioskowanie redukcyjne,
- wnioskowanie przez analogię,
- wnioskowanie statystyczne.

# Schematy wnioskowania

Wnioskowania można przedstawiać w postaci schematów, które ułatwiają analizę ich poprawności.

- Na przykład wyrażenie:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Jeżeli Jan jest u Staśka, to piją wódkę} \\ \text{Jan jest u Staśka} \end{array}}{\text{A więc panowie piją}}$$

- jest przykładem realizacji niezawodnego schematu formalnego opierającego się na prawie *modus ponens*  $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ , gdzie przesłankami są elementy składowe poprzednika implikacji, a następnik jest wnioskiem.

$$\frac{\begin{array}{l} \text{jeżeli } p, \text{ to } q \\ p \end{array}}{\text{A więc } q}$$

# Schematy wnioskowania

Zbadajmy wypowiedź:

Jeżeli wiesz, że umarłeś, to umarłeś. Jeżeli wiesz, że umarłeś, to nie umarłeś. Zatem nie wiesz, że umarłeś.

Powyższa wypowiedź może zostać ujęta w postaci następującego schematu;

Jeżeli  $p$ , to  $q$

Jeśli  $p$  to  $\neg q$

---

zatem  $\neg p$

Powyższy schemat jest niezawodny - opiera się na prawie logicznym postaci  $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p$ .

# Schematy wnioskowania

## Zbadaj poprawność wnioskowania:

Jeżeli raz jeszcze podam się do dymisji, będzie to zdaniem samego króla próba pozbawienia państwa pierwszego uczciwego ministra, a próba taka jest właściwie zdradą, ba, zdradą stanu. Jeżeli jednak nie podam się do dymisji, mimo iż wiem, że na to stanowisko się nie nadaję, to - niech mnie diabli wezmą - czyż to nie będzie zdrada stanu! Wszystko jedno co zrobię, zawsze będzie to zdrada? To po prostu rozpacz!

[z: Hašek, J., *Bajka o tragicznym końcu pewnego uczciwego ministra*, [w]: Hašek, J., *Tasiemiec Księżnej Pani*, Kraków 2009]



# Entymematy

Wnioskowanie, w którym jakaś przesłanka została przemilczana, często ze względu na jej oczywistość, nazywa się **entymematem**.

Przykład:

Każdy człowiek jest odpowiedzialny za swoje czyny, zatem Jan jest odpowiedzialny za swoje czyny.

**Przesłanką entymematyczną** jest tu zdanie: „Jan jest człowiekiem”

**Uwaga!**

Przesłanka entymematyczna może być zdaniem fałszywym lub bezpodstawnie przyjętym. Ujawnienie przesłanek entymematycznych jest jednym ze sposobów wykrywania błędów logicznych.

# Entymematy

Proszę dobrać odpowiednie przesłanki entymematyczne, tak, aby wykazać, że wniosek wynika w sposób dedukcyjny z przesłanek.

Niektórzy chrześcijanie w czasach cesarza Trajana zajmowali w Rzymie wyższe urzędy, a więc musieli być obywatelami rzymskimi.

Wieloryb jest ssakiem, a zatem nie jest rybą.

# Wnioskowanie bezpośrednie

We wnioskowaniu bezpośrednim wniosek uznaje się na podstawie tylko jednej przesłanki.

Cały proces opiera się na operacjach wykonywanych na **zdaniach kategorycznych**. Przyjmijmy symbolikę:

- $SaP$  oznacza zdanie ogólnotwierdzące - każde  $S$  jest  $P$ ;
- $SiP$  oznacza zdanie szczegółotwierdzące - niektóre  $S$  jest/są  $P$ ;
- $SeP$  oznacza zdanie ogólnoprzeczące - żadne  $S$  nie są  $P$ ;
- $SoP$  oznacza zdanie szczegółoprzeczące - niektóre  $S$  nie są  $P$ .

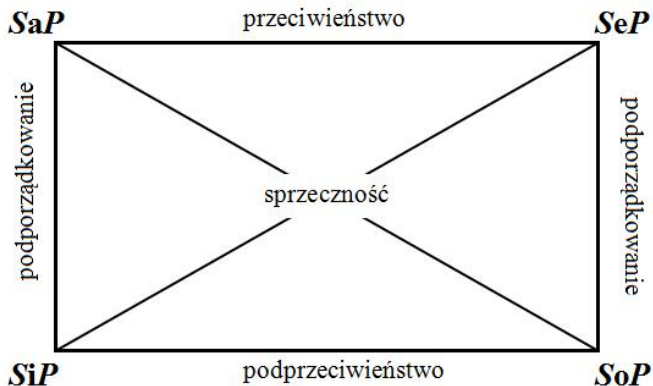
# Wnioskowanie bezpośrednie

Możemy wyróżnić następujące rodzaje wnioskowania bezpośredniego:

- Wnioskowanie przez konwersję - Każdy polityk kłamie. Zatem: niektórzy kłamcy są politykami. [ $SaP \rightarrow PiS$ ]
- Wnioskowanie przez obwersję - Niektórzy kibice nie są agresywni. Zatem: niektórzy kibice są nieagresywni. [ $SoP \rightarrow SiP$ ]
- Wnioskowanie przez kontrapozycję - Każdy szlachetny człowiek jest prawdomówny. Zatem: każdy człowiek nieprawdomówny jest nieszlachetny. [ $SaP \rightarrow P'aS$ ]
- Wnioskowanie przez inwersję - Każdy Polak to Katolik. Zatem: pewni nie-polacy to nie-Katolicy. [ $SaP \rightarrow S'oP$ ]

# Kwadrat logiczny

Przy pomocy kwadratu logicznego przedstawia się w sposób graficzny takie związki między zdaniami kategorycznymi, jak: sprzeczność, przeciwieństwo, podprzeciwieństwo i podporządkowanie.



# Kwadrat logiczny

- Zdania sprzeczne nie mogą być jednocześnie prawdziwe lub fałszywe.
- Zdania przeciwne nie mogą być jednocześnie prawdziwe, natomiast mogą być fałszywe.
- Zdania podprzeciwne nie mogą być jednocześnie fałszywe, ale mogą być prawdziwe.
- Zdanie A jest podporządkowane zdaniu B, jeżeli B jest zdaniem ogólnym, a A zdaniem szczegółowym.

# Prawa kwadratu logicznego

Prawa kwadratu logicznego dla zdań sprzecznych:

- $SaP \rightarrow \neg(SoP)$ ,  $\neg(SaP) \rightarrow SoP$ ;
- $SeP \rightarrow \neg(SiP)$ ,  $\neg(SeP) \rightarrow SiP$ ;
- $SiP \rightarrow \neg(SeP)$ ,  $\neg(SiP) \rightarrow SeP$ ;
- $SoP \rightarrow \neg(SaP)$ ,  $\neg(SoP) \rightarrow SaP$ .

Dla zdań przeciwnych:

$SaP \rightarrow \neg(SeP)$ ,  $SeP \rightarrow \neg(SaP)$ .

Dla zdań podprzeciwnych:

$\neg(SiP) \rightarrow SeP$ ,  $\neg(SoP) \rightarrow SiP$ .

Dla zdań podporządkowanych (prawa subalternacji):

$SaP \rightarrow SiP$ ,  $SeP \rightarrow SoP$ .

# Wnioskowanie bezpośrednie a nazwy puste

Niektóre formy wnioskowania bezpośredniego tracą swoją ważność w odniesieniu do **nazw pustych**.

- Przy słabym rozumieniu zdań ogólnych, tj. takich, że stwierdzają one jedynie zawieranie się zakresu podmiotu w zakresie orzecznika, przestaje być niezawodne wnioskowanie opierające się na prawie konwersji [ $SaP \rightarrow PiS$ ]. Sprawdźmy wnioskowanie dla:  $S$  - „człowiek dwustuletni”,  $P$  - „stary”.
- Przy mocnym rozumieniu zdań ogólnych, tj. takich, że nie tylko stwierdzają one zawieranie się zakresu podmiotu w zakresie orzecznika, ponadto stwierdzają istnienie desygnatów nazwy  $S$ , przestaje być niezawodne wnioskowanie oparte na prawie kwadratu logicznego  $\neg(SaP) \rightarrow SoP$ .



# Wnioskowanie bezpośrednie a nazwy powszechne

Nazwy powszechne swoim zakresem obejmują zakres każdej innej nazwy, np. „przedmiot”, stąd zaprzeczenie nazwy powszechnej jest nazwą pustą - „nie-przedmiot”.

Dlatego pewne formy wnioskowania bezpośredniego nie są ważne w zastosowaniu do nazw powszechnych.

- Przykładem jest wnioskowanie przebiegające wg prawa inwersji:  
[ $SaP \rightarrow S'oP$ ].

Podstawmy za  $S$  nazwę „przedmiot”, za  $P$  - „coś”.

# Wnioskowanie sylogistyczne

Wnioskowanie sylogistyczne opiera się na dwóch przesłankach; zarówno przesłanki, jak i wniosek są klasycznymi zdaniami kategorycznymi, przy czym przesłanki mają jeden i tylko jeden termin wspólny i każdy z terminów wniosku występuje w jednej i tylko jednej przesłance.

Przykład wnioskowania:

Każdy uczestnik imprezy zasnął przed północą. Jarosław był na imprezie, zatem Jarosław zasnął przed północą.

$$MaP$$
$$SaM$$

---

$$SaP$$

# Wnioskowanie sylogistyczne

Podstawą powyższego sylogizmu, jako schematu wnioskowania jest prawo logiczne:

- $(MaP \wedge SaM) \rightarrow SaP$

# Tryby sylogistyczne

Sylogizmy rozumiane jako schematy wnioskowania nazywa się **trybami sylogistycznymi**. Tezami sylogistyki są 24 tryby. Oto niektóre z nich:

## Tryb Celarent

$$MeP$$

$$SaM$$


---


$$SeP$$

Żaden człowiek rozsądny nie ma irracjonalnych poglądów.  
Każdy Polak to człowiek rozsądny. Zatem: żaden Polak nie ma irracjonalnych poglądów.

## Tryb Baroco

$$PaM$$

$$SoM$$


---


$$SoP$$

Każda ryba ma skrzela.  
Niektóre zwierzęta żyjące w wodzie nie mają skrzeli. Zatem: niektóre zwierzęta żyjące w wodzie nie są rybami.

## Tryby sylogistyczne

## Tryb Camenes

 $PaM$  $MeS$ 

—

 $SeP$ 

Każdy prezenter TV ma elegancką fryzurę. Nikt, kto ma elegancką fryzurę, nie jest dziadem. Zatem: żaden dziad nie jest prezydentem TV.

## Tryb Ferison

 $MeP$  $MiS$ 

—

 $SoP$ 

Żaden członek zarządu nie jest uczciwy. Niektórzy członkowie zarządu grają po godzinach w polo. Zatem: niektóre osoby grające po godzinach w polo nie są uczciwe.

# Błędy formalne

Z błędem formalnym mamy do czynienia w przypadku, kiedy wniosek nie wynika w sposób logiczny z przesłanek, a przypisuje się mu pewność równą przesłankom.

## Błąd wnioskowania z prawdziwości następnika implikacji

Wnioskowanie przebiega wg zawodnego schematu:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{jeśli } p, \text{ to } q \\ q \end{array}}{\text{zatem: } p}$$

Na przykład:

Jeżeli mam rację, to zmienisz swoje zdanie. Zmieniłeś swoje zdanie, zatem miałem rację.

# Błędy formalne

## Błędna konwersja zdania ogólnotwierdzącego

Błąd ten powstaje, gdy wnioskujemy wg schematu:

$$\text{każde } S \text{ jest } P$$

---

zatem: każde  $P$  jest  $S$

Przykład:

Każdy magister jest absolwentem wyższej uczelni, zatem każdy absolwent wyższej uczelni ma tytuł magistra.

# Błędy formalne

## Błąd wnioskowania z negacji poprzednika implikacji

Błąd ten powstaje, gdy wnioskujemy wg zawodnego schematu:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{jeśli } p \text{ to } q \\ \text{nie-}p \end{array}}{\text{zatem: nie-}q}$$

Przykład:

Jeśli czytałeś ostatni numer Faktu, to wiesz, że Edyta Górniak przytyła. Nie czytałeś ostatniego numeru Faktu, zatem nie wiesz, że Edyta Górniak przytyła.



# Błędne koło w rozumowaniu

Jeżeli we wnioskowaniu przy wyprowadzaniu jakiegoś wniosku  $W$  oparto się na przesłankach  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , a następnie przy uzasadnianiu przesłanki powołano się na zdanie  $W$ , w takiej sytuacji mamy do czynienia z **błędym kołem rozumowania**

Na przykład można z przesłanki mówiącej, że Leonardo da Vinci to genialny artysta wywnioskować, że stworzył on arcydzieła. Natomiast jeżeli dochodzi do próby uzasadnienia poglądu o genialności Leonarda da Vinci, to powołuje się na to, że stworzył on arcydzieła.

# Błąd materialny

Jeżeli przynajmniej jedna z przesłanek użytych we wnioskowaniu jest zdaniem fałszywym, to mówimy o **błędzie materialnym** we wnioskowaniu. Takie wnioskowanie może (ale nie musi) prowadzić do fałszywego wniosku.

## Przykład

Nikt rozmyślnie nie szkodzi sam sobie, tak więc kto potrafi odróżnić dobro od zła, ten wybierze zawsze dobro, gdyby bowiem wybrał zło, szkodziłby sam sobie.

Nieprawdziwa wydaje się być przesłanka mówiąca, że *gdy ktoś wybiera zło, szkodzi sam sobie*.

# Błąd materialny

## Ćwiczenie

Proszę zbadać poprawność materialną argumentów:

---

Czymś o wiele cięższym niż fałszowanie pieniędzy, z których jest korzyść w życiu doczesnym, jest fałszowanie wiary, od której zależy życie duszy. Stąd też, skoro fałszerzy pieniędzy, czy innych przestępców władcy świeccy słusznie skazują na śmierć, o ileż słuszniej jest nie tylko ekskomunikować, ale tracić heretyków, skoro tylko dowiedzie się im herezji. [św. Tomasz z Akwinu]

# Wnioskowanie indukcyjne

Zagadnienia dotyczące wnioskowania indukcyjnego zostały przedstawione na wcześniejszych zajęciach.

W związku z tym ograniczymy się jedynie do krótkiej powtórki.

## Wnioskowania niemonotoniczne

Są to wnioskowania takiego typu, w których zwiększając zbiór przesłanek - pomniejszamy zbiór wniosków. Indukcja jest wnioskowaniem niemonotonicznym.

## Wnioskowania monotoniczne

Wnioskowania dedukcyjne z kolei mają charakter monotoniczny. Znaczy to, że zwiększając zbiór przesłanek nie pomniejszamy zbioru wniosków.

# Wnioskowanie indukcyjne

Przypomnijmy sobie dwa podstawowe rodzaje indukcji:

## Indukcja enumeracyjna

Indukcja enumeracyjna jest to wnioskowanie przebiegające wg schematu:

Przedmiot  $x$  należący do pewnej klasy  $X$  posiada pewną cechę  $A$ ;

przedmiot  $x_1$  należący do tej samej klasy  $X$  również posiada cechę  $A$ ;

...

przedmiot  $x_n$  należący do klasy  $X$  posiada cechę  $A$ ;

nie stwierdzono istnienia przedmiotu  $y$ , należącego do  $X$ , który nie posiadałby cechy  $A$ .

Tym samym wszystkie przedmioty należące do klasy  $X$  posiadają cechę  $A$ .

# Wnioskowanie indukcyjne

## Indukcja eliminacyjna

We wnioskowaniu tym na podstawie jednostkowych obserwacji dochodzimy do wniosków stwierdzających związki przyczynowe.

Przykładem indukcji eliminacyjnej są tzw. kanony Milla:

- kanon jednej zgodności,
- kanon jednej różnicy,
- kanon zmian współtowarzyszących,
- kanon połączonych metod zgodności i różnicy,
- kanon różnic.

# Wnioskowanie przez analogię

Wnioskowanie przez analogię może być dwojaki:

Przesłanki stwierdzają, że każdy z kolejno napotkanych przedmiotów pewnego rodzaju miał pewną własność. Z kolei we wniosku stwierdzamy, że i następny napotkany przedmiot tego rodzaju będzie posiadał tę własność. Stopień prawdopodobieństwa wniosku jest w tym przypadku zależny od tego, czy własność, o której mowa jest „podstawową” dla rozważanych przedmiotów, czy tylko drugorzędną, oraz od tego czy wiele przedmiotów danego rodzaju zbadano.

# Wnioskowanie przez analogię

W drugim przypadku przez określenie „wnioskowanie przez analogię” rozumie się rozumowanie, w którym na podstawie przesłanek stwierdzających, że przedmiot X jest pod względem pewnych cech podobny do przedmiotu Y, dochodzi się do wniosku stwierdzającego, że przedmiot X jest podobny do przedmiotu Y pod względem jeszcze jednej cechy. Tak jak w poprzednim przypadku, prawdopodobieństwo wniosku zależy od tego, czy pomiędzy rozważanymi cechami porównywanych przedmiotów zachodzi wewnętrzny związek, czy tylko powierzchowny.



# Wnioskowanie przez analogię

## Przykład

Poznaliśmy prezentera TV (jakiegoś X-a) i stwierdzamy, że jest to człowiek o nienaganych manierach, błyskotliwej inteligencji, eleganckiej fryzurze, znający języki: angielski, niemiecki oraz sanskryt. Jakiś czas później poznaliśmy kolejnego prezentera TV (jakiegoś Y-ka) i tak samo był to człowiek o nienaganych manierach, błyskotliwej inteligencji, kto wie czy nie bardziej eleganckiej fryzurze. Ponadto dowiedzieliśmy się, że zna on angielski i niemiecki. Wówczas zakładamy, opierając na zasadzie analogii, że i on zna sanskryt.

# Wnioskowanie statystyczne

Zanim zajmiemy się wnioskowaniami statystycznymi - proponuję rozerwać się, rozwiązując zagadkę statystyczną.

## Zagadka

W pewnym ogródku kwiatowym każdy kwiat był albo czerwony, albo żółty, albo niebieski i były tam kwiaty wszystkich tych trzech kolorów. Do ogródka zajrzał kiedyś statystyk i zauważył, że jakkolwiek wybrać trzy kwiaty, to co najmniej jeden z nich będzie czerwony. Inny statystyk odwiedzający ogródek stwierdził, że jakkolwiek wybrać trzy kwiaty, to co najmniej jeden z nich będzie żółty.

Dwie studentki logiki usłyszawszy o tym, wdały się w spór. Pierwsza powiedziała: *Wynika z tego, że jakkolwiek wybierzesz trzy kwiaty, to co najmniej jeden z nich będzie niebieski, nieprawdaż?* Na co druga odrzekła: *Oczywiście, że nie!*

Która z nich miała rację i dlaczego?

(Zagadka pochodzi z: Smullyan, R., *Przedrzeźniać przedrzeźniacza*, Warszawa, 2007.)

# Wnioskowanie statystyczne

*Zdania statystyczne* odnoszą się do cech rozmaitych zbiorowości traktowanych jako całość.

Dane ujmowane takimi zdaniami odzwierciedlają szereg prawidłowości dotyczących otaczającej nas rzeczywistości. Ponadto pozwalają na odkrywanie i wyjaśnianie takich prawidłowości.

Niepożądaną cechą zdań statystycznych jest to, że często są mylnie rozumiane, a zawarte w nich informacje błędnie interpretowane. Dlatego zdania statystyczne są chętnie wykorzystywane w celach manipulacyjnych.

Na dzisiejszych zajęciach poruszymy tylko kilka podstawowych problemów związanych z wnioskowaniem statystycznym. Będziemy korzystać z zagadnień omawianych w podręczniku: Szymanek, K., Wieczorek, K., Wójcik, S., *Sztuka argumentacji. Ćwiczenia w badaniu argumentów*, Warszawa, 2004.

# Wnioskowanie statystyczne

Zacznijmy od wprowadzenia kilku użytecznych pojęć.

*Populacją* nazywamy zbiorowość, do której odnosi się dane zdanie statystyczne. Większość zdań statystycznych dotyczy rozmaitych parametrów charakteryzujących populację.

**Frakcja** elementów posiadających cechę  $C$  w populacji  $P$  jest to liczba określająca, jaka część elementów populacji  $P$  posiada cechę  $C$ . Frakcję obliczamy, dzieląc liczbę przedmiotów posiadających cechę  $C$ , przez liczebność populacji  $P$ . Tę zależność można wyrazić wzorem:

$$\frac{O_C}{n}$$

Gdzie:  $O_C$  to łączna ilość przedmiotów posiadających cechę  $C$ , a  $n$  to liczebność całej populacji  $P$ .

# Wnioskowanie statystyczne

Przykłady zdań wyrażające frakcję pewnej cechy C w populacji P:

- Większość Polaków czyta horoskopy.
- Sejm jest w dwóch trzecich opanowany przez masonerię.
- Słoń ma trąbę.
- Tygrys nie występuje w Afryce (w naturalnym środowisku).
- Co czwarty mieszkaniec Poznania jest kibicem Lecha.

# Wnioskowanie statystyczne

**Zależność statystyczna** między cechami A i B w obrębie populacji ma miejsce wtedy, gdy informacja o posiadaniu przez wybrany element jednej z tych cech ma wpływ (dodatni lub ujemny) na ocenę szansy posiadania przez ten element drugiej cechy.

- Cecha A jest zależna **pozytywnie** od cechy B w populacji P, jeżeli:  
$$\frac{C_A}{n} < \frac{C_{A \cap B}}{C_B}.$$
- Cecha A jest zależna **negatywnie** od cechy B w populacji P, jeżeli:  
$$\frac{C_A}{n} > \frac{C_{A \cap B}}{C_B}.$$
- Cechy A i B są **niezależne** w populacji P, jeżeli:  
$$\frac{C_A}{n} = \frac{C_{A \cap B}}{C_B}.$$

# Wnioskowanie statystyczne

## Definicja bardziej intuicyjna

Cecha A jest **zbieżna** z cechą B wtedy, gdy odsetek obiektów posiadających cechę A jest większy pośród obiektów posiadających cechę B niż pośród obiektów nie posiadających cechy B.

Cecha A jest **rozbieżna** z cechą B, gdy odsetek obiektów posiadających cechę A jest mniejszy pośród obiektów posiadających cechę B niż pośród obiektów nie posiadających cechy B.

# Wnioskowanie statystyczne

Zależność statystyczna jest stopniowalna.

- Silna zbieżność statystyczna między cechami A i B oznacza, że informacja, iż dany przedmiot posiada cechę A czyni bardzo prawdopodobnym, że ten sam przedmiot ma cechę B, lub informacja, iż jakiś przedmiot ma cechę B czyni bardzo prawdopodobnym, że ten sam przedmiot ma cechę A.

Na przykład w Polsce zbieżność cech bycia mężczyzną i bycia kierowcą jest bardzo silna. Jednakże z faktu, że ktoś jest mężczyzną nie sposób wiarygodnie wnioskować, że ta sama osoba jest zawodowym kierowcą. Natomiast wiarygodnie jest wnioskowanie przeciwne - fakt bycia zawodowym kierowcą bardzo uprawdopodobnia bycie mężczyzną.



# Wnioskowanie statystyczne

## Ćwiczenie:

Grupa 100 studentów składa się z 66 kobiet i 34 mężczyzn. Pośród kobiet 22 pali papierosy, pośród mężczyzn 17. Z badać, czy w obrębie tej grupy  $S$  są statystycznie zależne:

- cecha bycia osobą palącą  $P$  i cecha bycia mężczyzną  $M$ ,
- cecha bycia osobą niepalącą  $N$  i cecha bycia kobietą  $K$ ,
- cecha bycia kobietą i bycia mężczyzną.

## Rozwiązanie:

- $P$  i  $M$  są zbieżne:  $\frac{C_P}{S} = \frac{39}{100} < \frac{C_{P \cap M}}{C_M} = \frac{17}{34}$ ,
- $N$  i  $K$  są zbieżne:  $\frac{C_N}{S} = \frac{61}{100} < \frac{C_{N \cap K}}{C_K} = \frac{44}{66}$
- $K$  i  $M$  są rozbieżne:  $\frac{C_K}{S} = \frac{66}{100} > \frac{C_{K \cap M}}{C_M} = \frac{0}{34}$

# Wnioskowanie statystyczne

**Wartość średnia** (wartość oczekiwana) parametru  $W$  w populacji  $P$  liczącej  $n$  elementów wyraża się liczbą:

$$m = \frac{W(x_1) + W(x_2) + W(x_3) + \dots + W(x_n)}{n}$$

Przykładowe zdania dotyczące wartości średniej parametrów:

- *Przeciętny Polak wypala 7,2 papierosa.* - zdanie to mówi, że jeżeli każdemu Polakowi  $x$  przypiszemy liczbę  $W(x)$  wypalanych przez niego dziennie papierosów, to w populacji złożonej ze wszystkich Polaków liczącej  $n \approx 40\text{mln}$  elementów obliczona wg powyższego wzoru średnia wartość parametru  $W$  wynosi  $m = 7,2$ .
- *Przeciętny Niemiec zarabia więcej niż przeciętny Polak.*

# Wnioskowanie statystyczne

## Ćwiczenie:

Obliczyć średnią liczbę liter w wyrazie w populacji wyrazów tworzących niniejsze zdanie.

## Rozwiązanie:

Zdanie posiada 12 wyrazów, czyli  $n = 12$ ; poszczególne wyrazy mają kolejno 8, 7, 5, 5, 1, 7, 1, 9, 7, 10, 9, 6 liter, zatem liczymy:

$\frac{8+7+5+5+1+7+1+9+7+10+9+6}{12}$ , co w sumie daje nam:

$$\frac{75}{12} = 6,25.$$

# Wnioskowanie statystyczne

**Odchylenie standardowe**  $\sigma$  parametru  $W$  w populacji  $P$  liczącej  $n$  elementów wyraża się liczbą:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(W(x_1)-m)^2+(W(x_2)-m)^2+(W(x_3)-m)^2+\dots+(W(x_n)-m)^2}{n}}$$

Odchylenie standardowe stanowi liczbową miarę rozproszenia wartości parametru  $W$  wokół średniej  $m$ .

Małe odchylenie standardowe oznacza, że wartość parametru dla przypadkowo obranego elementu populacji jest bliska wartości średniej  $m$  tego parametru.

Przedział o granicach  $m - \sigma$ ,  $m + \sigma$  bywa nazywany **obszarem zmienności** danego parametru.

# Wnioskowanie statystyczne

## Reguła trzech sigm

Jeśli wartość średnia parametru  $W$  w danej populacji wynosi  $m$ , a odchylenie standardowe  $\sigma$ , to co najmniej 88% wszystkich elementów populacji posiada wartość parametru  $W$  większą od  $m - 3\sigma$  a mniejszą niż  $m + 3\sigma$ .

Przykład:

Jeśli średnia zarobków miesięcznych w jakimś państwie wynosi  $m = 1000\$$ , zaś odchylenie standardowe  $\sigma = 20$ , to reguła trzech sigm mówi, że zarobki przynajmniej 88% ludności zawierają się w przedziale  $(1000 - 60, 1000 + 60)$ . Czyli, o wybranym losowo obywatelu moglibyśmy z wiarygodnością 88% wnioskować, że miesięcznie zarabia kwotę z przedziału 940\$ - 1060\$.

# Wnioskowanie statystyczne

Bardzo często nie jest możliwe zbadanie całej populacji. W takich sytuacjach odwołujemy się do wnioskowania, w którym interesujący nas parametr szacujemy na podstawie zbadania **próby**.

Odczytanie z próby informacji o całości populacji jest możliwe tylko wtedy, gdy próba w jakiś sposób odzwierciedla skład populacji. Na próby nakłada się następujące warunki:

- warunek **reprezentatywności** próby - próba jest reprezentatywna, gdy w odniesieniu do dowolnej cechy zawiera taki sam odsetek elementów o tej cenie jak cała populacja.
- warunek **dostatecznej liczebności** próby - wiarygodne oszacowania statystyczne wymagają prób liczących od kilkunastu do kilkuset elementów.

Próbę nazywamy **losową** jeżeli każdy z elementów populacji ma jednakową szansę się znaleźć w próbie.

# Wnioskowanie statystyczne

Istnienie zależności statystycznej między cechami może stanowić ważny argument przemawiający za istnieniem związku przyczynowego między tymi cechami. W takich przypadkach stosuje się argumentację o schemacie:

$A$  jest zbieżne z  $B$

---

zatem:  $A$  jest przyczyną  $B$ .

lub alternatywnie:

Znaczny odsetek  $A$  jest  $B$

---

zatem  $A$  jest przyczyną  $B$ .

## Uwaga!

Do uzasadnienia zbieżności między  $A$  i  $B$  nie jest wystarczająca informacja, że znaczny odsetek  $A$  jest  $B$ . Potrzeba jeszcze wiedzieć, jaki jest odsetek  $B$  pośród ogółu obiektów nie posiadających  $A$ .

# Wnioskowanie statystyczne

Przy ocenie wnioskowania stwierdzającego pewien związek przyczynowy należy wykluczyć możliwość wytłumaczenia zbieżności  $A$  i  $B$  istnieniem tzw. **trzeciego czynnika** - takiej cechy  $C$ , która wpływa na istnienie znacznej liczby przedmiotów posiadających obie cechy  $A$  i  $B$ .

## Przykład:

Im więcej jednostek straży pożarnej bierze udział w gaszeniu pożaru, tym większe straty pożar powoduje.

„Trzecim czynnikiem” jest tutaj wielkość pożaru - im pożar większy, tym większe powoduje straty i tym więcej strażaków go gasi.



# Wnioskowanie statystyczne

## Ćwiczenia

Oceń poniższe wnioskowania:

- 1 Osoby cierpiące na alergię na ogół są zdrowsze i żyją dłużej niż osoby nie mające alergii. Zatem dobrą stroną alergii jest to, że pozwala ona uniknąć gorszych nieszczęść.
- 2 Wegetarianizm wcale nie jest zdrowy - aż 40% wegetarian w wieku 50 lat choruje na przewlekłe choroby.
- 3 Badania wykazały statystyczny związek pomiędzy długowiecznością a rzadkim korzystaniem z porad lekarza: osoby rzadko chodzące do lekarza żyją dłużej od reszty ludzi. Wniosek: kto nie chodzi do lekarza, zwiększa szanse dożycia sędziwego wieku.
- 4 Przeprowadzona w grudniu akcja „Bezpieczna droga do szkoły” zakończyła się sukcesem - w ciągu całego miesiąca tylko jedno dziecko uległo wypadkowi w drodze do szkoły.

# Wnioskowanie statystyczne

## Rozwiązania:

- 1 Być może osoby cierpiące na alergię z konieczności bardziej dbają o swoje zdrowie niż inni.
- 2 Brak informacji, jaki odsetek niewegetarian w wieku 50 lat choruje na przewlekłe choroby.
- 3 Osoby dobrego zdrowia zarówno rzadko chodzą do lekarza, jak i długo żyją.
- 4 Brak informacji, ile dzieci ulega przeciętnie wypadkowi w drodze do szkoły w grudniu.

# Indyjskie schematy wnioskowania

W starożytnych i średniowiecznych Indiach niezwykle popularne było odbywanie publicznych debat na tematy filozoficzne i religijne. Debaty takie charakteryzowały się usystematyzowaną strukturą. W efekcie właśnie tradycji dyskusowania wyłoniły się schematy poprawnego wnioskowania - *anumāna*



# Indyjskie schematy wnioskowania

## Pięciostopniowy schemat wnioskowania z *Nyāya-sūtra* (ok. III w. n.e.)

- Teza (*praijñā*) - „*dźwięk jest nietrwały*”.
- Racja (*hetu*) - „*ponieważ jest produktem, a to, co jest produktem, jest - jak wskazuje doświadczenie - nietrwałe*”.
- Ilustracja (*udāharana, dr.s.t.ānta*):  
**ilustracja pozytywna** (*sapaks.a*) - „*tak jak garnek*”;  
**ilustracja negatywna** (*vipaks.a*) - „*tak jak dusza*”.

# Indyjskie schematy wnioskowania

cd.

- Zastosowanie (*upanaya*):  
**zastosowanie pozytywne** - „*garnek i tp. substancje, które są produktami, są - jak wskazuje doświadczenie - nietrwałe; tak też dźwięk jest produktem*”;  
**zastosowanie negatywne** - „*dusza i tp. substancje, które nie są produktami, są - jak wskazuje doświadczenie - trwałe; dźwięk nie jest taki*”.
- Konkluzja (*nigamana*) - „*skoro dźwięk jest produktem, to dźwięk jest nietrwały*”.

# Indyjskie schematy wnioskowania

## Buddyjska wersja schematu

- Teza (*praijñā*) - „*dźwięk jest nietrwały*”.
- Racja (*hetu*) - „*ponieważ jest wytworzony*”.
- Ilustracja (*udāharana, dr.s.t.ānta*):
  - ilustracja pozytywna (*sapaks.a*) - „*cokolwiek jest wytworzone, jest - jak wskazuje doświadczenie - nietrwałe, tak jak dzban*”;
  - ilustracja negatywna (*vipaks.a*) - „*cokolwiek jest trwałe, jest - jak wskazuje doświadczenie - niewytworzone, np. przestrzeń*”.

# Koniec

Na dzisiaj to wszystko, zapraszam za tydzień.