

Semiotyka logiczna

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl
pogon@amu.edu.pl

Dodatek 3

Kwantyfikatory sylogistyki klasycznej

W prezentacji dotyczącej uogólnionych kwantyfikatorów pokazano, że kwantyfikatory z TKL są pod wieloma względami wyróżnione: np. są jedynymi kwantyfikatorami podwójnie monotonicznymi, jedynymi kwantyfikatorami o ustalonych zestawach własności (gdy kwantyfikator traktujemy jako relację między podzbiorami uniwersum).

Powstaje naturalne pytanie: czy aparatura pojęciowa związana z uogólnionymi kwantyfikatorami pozwala w prosty sposób charakteryzować rozumowania przeprowadzane w klasycznej sylogistyce?

Podamy kilka przykładów (za van Eijck 1984) dotyczących praw TKL oraz teorii sylogizmów.

Trzy operacje

Zakładamy CONS, QUANT i EXT. W tych przypadkach, gdy kwantyfikatory definiowane są przez drzewa numeryczne zakładamy też FIN. Definiowanie przez drzewa numeryczne rozumiemy tu jako równoważność: $QAB \equiv R_Q(|A - B|, |A \cap B|)$ dla pewnej relacji R_Q określonej dla liczb. Dla kwantyfikatora Q (zdefiniowanego przez R_Q) określamy:

- $\tilde{Q}AB \equiv QA(A - B)$, *co-quantifier*.
- $\hat{Q}AB \equiv \neg QAB$, *opposite*.
- $\check{Q}AB \equiv \neg QA(A - B)$, *dual*.

Trzy operacje

Mamy wtedy:

- $R_Q \equiv R(m, n)$
- $R_{\tilde{Q}}(m, n) \equiv R(n, m)$
- $R_{\hat{Q}}(m, n) \equiv \neg R(m, n)$
- $R_{\check{Q}}(m, n) \equiv \neg R(n, m)$.

Te trzy operacje tworzą (wraz z operacją identyfikacji) czteroelementową grupę Kleina.

Założeniu *existential import* odpowiada warunek:

$$\text{EXIMP: } (QAB \vee \neg QAB) \equiv A \neq \emptyset.$$

Niektóre prawa TKL

Przypomnijmy niektóre prawa TKL:

S_1	$\tilde{Q}AB \equiv \tilde{Q}BA$	konwersja prosta
S_2	$\check{Q}AB \equiv \check{Q}BA$	konwersja prosta
S_3	$QAB \Rightarrow Q(C - B)(C - A)$	konwersja przez kontrapozycję
S_4	$QAB \Rightarrow Q(C - B)(C - A)$	konwersja przez kontrapozycję
S_5	$\neg(QAB \wedge \tilde{Q}AB)$	wykluczanie
S_6	$\neg(\neg\check{Q}AB \wedge \neg\hat{Q}AB)$	dopełnianie
S_7	$QAB \Rightarrow \check{Q}AB$	implikacja
S_8	$\tilde{Q}AB \Rightarrow \hat{Q}AB$	implikacja
S_9	$QAB \Rightarrow \check{Q}BA$	konwersja <i>per accidens</i>
S_{10}	$\tilde{Q}AB \Rightarrow \hat{Q}BA$	konwersja <i>per accidens</i> .

W S_3 : dla dowolnego C , w S_4 : dla C takiego, że $A \subseteq C$.

Zauważmy, że S_2 implikuje S_1 , ponieważ: $\check{Q}AB \equiv \neg\tilde{Q}AB$.

Niektóre prawa TKL

Warunek *kosymetrii* ma postać:

$$\text{COSYM: } QA(A - B) \Rightarrow QB(B - A).$$

Warunek ten głosi zatem, że \tilde{Q} jest symetryczny.

Q spełnia COSYM wtedy i tylko wtedy, gdy Q można wyrazić jako alternatywę (być może nieskończoną) zdań postaci: *dokładnie k elementów A nie jest elementami B* .

Warunek *kontrapozycji* (odpowiadający S_3) ma postać:

$$\text{CONTRAPOS: } QAB \Rightarrow Q(C - B)(C - A).$$

Warunek CONTRAPOS implikuje warunek COSYM.

Q spełnia CONTRAPOS wtedy i tylko wtedy, gdy Q jest postaci *najwyżej k elementów A nie jest elementami B* .

Niektóre prawa TKL

Prawu S_7 odpowiada warunek:
 SUBALT: $QAB \Rightarrow \neg QA(A - B)$.

Prawa S_5 , S_6 i S_8 redukują się do S_7 :

$$\begin{aligned} QAB &\equiv \neg QA(A - B) \equiv \neg \tilde{Q}AB \\ \neg \check{Q}AB &\equiv QA(A - B) \equiv \neg QAB \equiv \hat{Q}AB \\ \tilde{Q}AB &\equiv \neg \check{Q}AB \Rightarrow \neg QAB \equiv \hat{Q}AB. \end{aligned}$$

Przy założeniach $Q \neq \emptyset$, FIN oraz EXIMP jedynym kwantyfikatorem o własnościach COSYM i SUBALT jest **all**.

Niektóre prawa TKL

Prawu S_9 odpowiada warunek:

ACCIDENS: $QAB \Rightarrow QB(B - A)$.

S_{10} otrzymujemy z S_9 przez kontrapozycję oraz równoważności:

$\tilde{Q}AB \equiv \neg\check{Q}AB$ i $\hat{Q}BA \equiv \neg QBA$.

Warunek ACCIDENS implikuje SUBALT.

Warunki COSYM i SUBALT implikują ACCIDENS.

Przy założeniu EXIMP jedynymi kwantyfikаторami spełniającymi ACCIDENS i VARIETY są **no** oraz **all**.

Sylogistyka

Wszystkie poprawne tryby sylogistyczne otrzymać można z trybu *Barbara* poprzez użycie warunków CONSERV, COSYM oraz SUBALT.

Pamiętamy, że reguły „filologiczne” poprawności trybów sylogistycznych mówią (oprócz *jakości* oraz *ilości*) o *rozłożeniu* terminów („braniu terminów w całym zakresie”). To ostatnie pojęcie znajduje prostą eksplikację w warunkach *monotoniczności* dla kwantyfikatorów.

Powiemy, że Q ma własność *lewej dolnej prawie-monotoniczności*, gdy spełniony jest warunek:

$$\Downarrow \text{MON: } QAB \wedge A' \neq \emptyset \wedge A' \subseteq A \Rightarrow QA'B.$$

Powiemy, że Q ma własność *lewej górnej prawie-monotoniczności*, gdy spełniony jest warunek:

$$\Uparrow \text{MON: } QAB \wedge A \neq \emptyset \wedge A \subseteq A' \Rightarrow QA'B.$$

Sylogistyka

Podobnie określamy warunki: $\text{MON}\Downarrow$ oraz $\text{MON}\Uparrow$ oraz podwójnej prawie-monotoniczności: $\Uparrow\text{MON}\Downarrow$, itd.

Kwantyfikatory TKL spełniają warunki podwójnej prawie-monotoniczności:

- *all* jest $\Downarrow\text{MON}\Uparrow$
- *no* jest $\Downarrow\text{MON}\Downarrow$
- *some* jest $\Uparrow\text{MON}\Uparrow$
- *not all* jest $\Uparrow\text{MON}\Downarrow$.

Sylogistyka

Przy pomocy tych pojęć można *zdefiniować* pojęcie rozłożenia terminów:

- A jest *rozłożony w QAB* wtedy i tylko wtedy, gdy Q jest $\Downarrow\text{MON}$;
- B jest *rozłożony w QAB* wtedy i tylko wtedy, gdy Q jest $\text{MON}\Downarrow$.

Przy takim rozumieniu rozłożenia terminów warunki poprawności trybów sylogistycznych zachowują swoją ważność.

Koniec

Wykorzystywaliśmy ustalenia podane w pracy:

- van Eijck, J. 1984. Generalized quantifiers and traditional logic. W: van Benthem, J., ter Meulen, A. (eds.) *Generalized quantifiers in natural language*. Foris Publications, Dordrecht, 1–19.

Dalsze informacje o tej problematyce znaleźć można w literaturze cytowanej na wykładzie poświęconym uogólnionym kwantyfikatorom.