

Logika Matematyczna (1-3) Zadania

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl

pogon@amu.edu.pl

24 X 2007

Plan na dziś

Ta prezentacja zawiera zadania związane z omówioną dotychczas problematyką.

Zaleca się wykonanie wszystkich podanych zadań.

Możesz także korzystać z (powszechnie dostępnego) zbioru zadań Pani Profesor Barbary Stanosz: [Ćwiczenia z logiki](#), Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa (kilkanaście wydań) i rozwiązać zadania **1–27**.

Uwaga! Bez umiejętności rozwiązywania zadań nie zdasz egzaminu z logiki matematycznej. Wybór należy do ciebie.

Przykłady poprawnych rozwiązań

Poprawne rozwiązania przykładowych zadań dot. omawianych problemów znaleźć można pod adresami:

www.logic.amu.edu.pl/images/8/87/Egzlogmat2007.pdf

Zadania (z obu grup): **2** (rozwiązania 2.1. i 2.2.) oraz **5** (rozwiązania 5.2. i 5.3.).

www.logic.amu.edu.pl/images/4/4f/Logjiin2007.pdf

Zadania z 4 czerwca 2007: **1** (rozwiązania 1.1. i 1.2.), **2** (rozwiązania 2.1. i 2.2.), **3** (rozwiązania 3.1. i 3.2.), a także zadania z 6 czerwca 2007: **2** (rozwiązania 2.1. i 2.2.) oraz **4** (rozwiązanie 4.2.).

Język KRZ

Narysuj drzewa składniowe formuł:

- $((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$
- $((p \vee \neg p) \wedge (p \rightarrow q)) \wedge (\neg p \rightarrow r) \rightarrow (q \vee r)$
- $((p \equiv \neg(q \vee r)) \rightarrow (\neg(q \wedge p)))$.

Wstaw jakieś wartości logiczne na liście tych drzew i oblicz wartość przyporządkowaną, zgodnie z tablicami opisującymi funkcje prawdziwościowe, korzeniowi.

Język KRZ

Na ile sposobów można wstawić w poniższe ciągi symboli języka KRZ nawiasy, aby otrzymać formuły języka KRZ:

- $p \rightarrow \neg q \vee q \rightarrow r$
- $p \rightarrow q \rightarrow r \rightarrow \neg p$
- $p \equiv \neg p \vee q \wedge r.$

W każdym z powyższych przypadków podaj wszystkie podformuły otrzymanych formuł.

Tautologie KRZ

Pokaż, że są tautologiami KRZ:

- $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$
- $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
- $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$

Tautologie KRZ

Pokaż, że są kontrtautologiami KRZ:

- $(\neg(p \rightarrow q)) \equiv ((\neg p) \vee q)$
- $(p \wedge q) \equiv ((\neg p) \vee (\neg q))$
- $(p \wedge (\neg q)) \rightarrow (p \rightarrow q)$

Tautologie KRZ

Zbadaj, czy są tautologiami KRZ:

- $(p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow (s \rightarrow t)))) \rightarrow (\neg t \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow (s \rightarrow \neg r))))$
- $(p \rightarrow (q \vee r)) \rightarrow ((q \wedge r) \rightarrow \neg p)$
- $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \equiv (r \rightarrow \neg(p \wedge q))$

Wynikanie logiczne w KRZ

Zbadaj, czy następujące reguły są niezawodne:

$$\begin{array}{c}
 (p \vee q) \equiv r \\
 \neg p \\
 \neg q \\
 \hline
 \neg(r \wedge s)
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \neg(p \vee q) \rightarrow r \\
 \neg q \\
 p \rightarrow s \\
 \hline
 s \vee r
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 p \rightarrow (q \rightarrow r) \\
 s \rightarrow \neg r \\
 \hline
 p \rightarrow \neg q
 \end{array}$$

Semantyczna niesprzeczność w KRZ

Zbadaj, czy są semantycznie niesprzecznymi zbiorami formuł:

$p \rightarrow (q \rightarrow r)$ q $\neg(p \rightarrow r)$	$p \rightarrow \neg(q \vee \neg r)$ p $r \rightarrow q$	p $\neg q$ $\neg r$ $p \rightarrow (s \vee t)$ $t \rightarrow (r \wedge q)$
$\neg p \rightarrow q$ $p \rightarrow r$ p $\neg r \vee \neg q$	$p \rightarrow q$ $p \vee q$ $\neg q$	$p \rightarrow q$ $r \rightarrow q$ $(p \vee r) \rightarrow q$

Wnioskowania dedukcyjne

Zbadaj, czy są wnioskowaniami dedukcyjnymi:

- *Jeśli wycofamy naukę religii ze szkół, to nie jest prawdą, że jednocześnie: Polska będzie normalnym krajem oraz Episkopat będzie zachwycony. Panie kochany, mówię Panu: normalnym krajem to ta nasza Polska w końcu będzie. No to sam Pan widzi, że Episkopat nie będzie, delikatnie rzecz ujmując, zachwycony, jeśli naukę religii wycofamy ze szkół.*
- *Mówię wam, jeśli Ala wyjdzie za męża, to będzie awantura na weselu. Nie wierzycie? Wystarczy się tylko zastanowić: jeśli Ala wyjdzie za męża, to na pewno i Kasia i Dorota będą druhnami. A przecież jest jasne, że dojdzie do awantury, gdy co najmniej jedna z nich będzie druhną, znamy je nie od dziś.*

Wnioskowania dedukcyjne

Zbadaj, czy są wnioskowaniami dedukcyjnymi:

- *Ten pogrzeb nie ma prawa się udać, o ile nie jest plotką, że odszedł ostatni z Wielkich Przywódców Postępowej Ludzkości. Dlaczego? To chyba oczywiste. Jeśli istotnie już Go nie ma, to Lewus lub Prawus będzie przemawiał na pogrzebie. Gdy jednak pojawią się tam obaj ze swoimi tekstami, to skandal murowany, inaczej mówiąc pogrzeb nieudany.*
- *Jeśli masz 1 dolara, to możesz sobie kupić lody. Ciasteczko możesz sobie kupić, jeśli masz 1 dolara. Tak więc, drogie dziecko, jeśli masz 1 dolara, to możesz sobie kupić i lody i ciasteczko. Masz tu 1 dolara i wypad!*
- *Jestem, o ile myślę. No i przecież myślę. Wynika stąd, że jestem.*

Teksty semantycznie niesprzeczne

Zbadaj, czy są tekstami semantycznie niesprzecznymi:

- *Agentem był Marszałek lub Prezydent. Przewodniczący był agentem, o ile Prezydent był agentem. Prymas był agentem, jeśli Marszałek był agentem. Ale przecież — na litość boską — ani Prymas, ani Przewodniczący nie byli agentami.*
- *Jeżeli Polska będzie katolicka, to jeżeli przeprowadzi się (rzetelną, do trzeciego pokolenia) lustrację, to zapanuje prawdziwa (na wieki) demokracja. A jeśli zapanuje demokracja, to już zaraz będzie dobrobyt, o ile oczywiście przeprowadzi się lustrację. Polska będzie katolicka. I lustrację się przeprowadzi, a jakże. Tylko dobrobytu nie będzie, mili słuchacze.*
- *Tekst taki sam, jak wyżej, oprócz ostatniego zdania, zamiast którego wstawić: I będzie dobrobyt, że hej.*

Koniec

Następne zajęcia: 8 listopada 2007.

Odtąd będziemy się zajmować różnymi możliwościami wprowadzenia w KRZ **operacji konsekwencji**.

Na początek: **aksjomatyczny** system KRZ.

Potem:

- dowody założeniowe,
- metoda **rezolucji**,
- metoda **drzew semantycznych**.