

# SPRYTNY GANGSTER

*Czyli ABC logiki predykatów*

[www.logic.amu.edu.pl](http://www.logic.amu.edu.pl)

# PROBLEM POLICJI

- PRL ma nowego gangstera,
- Udało się go złapać,
- Złożył następujące zeznanie:

Popełniłem wszystkie przestępstwa z użyciem dwustronnego kilofa.

W ostatnim napadzie na bank użyto dwustronnego kilofa.

*Czy oskarżonego można na tej podstawie skazać za ostatni napad na bank?*

# PROBLEM POLICJI

W klasycznym rachunku zdań:

KRZ:

$$\frac{p}{q}$$
$$\frac{q}{r}$$

A więc **nie wynika**.

Podejrzanego nie można skazać.

# PROBLEM POLICJI

Kolejne zeznanie:

W naszym gangu są inteligentni mordercy.

*Czy wystarczy to by podejrzewać, że ktoś z  
gangu popełnił morderstwo?*

# PROBLEM POLICJI

W klasycznym rachunku zdań:

$p$  (*W naszym gangu są inteligentni mordercy*)

---

$r$  (*W naszym gangu jest przynajmniej jeden morderca*)

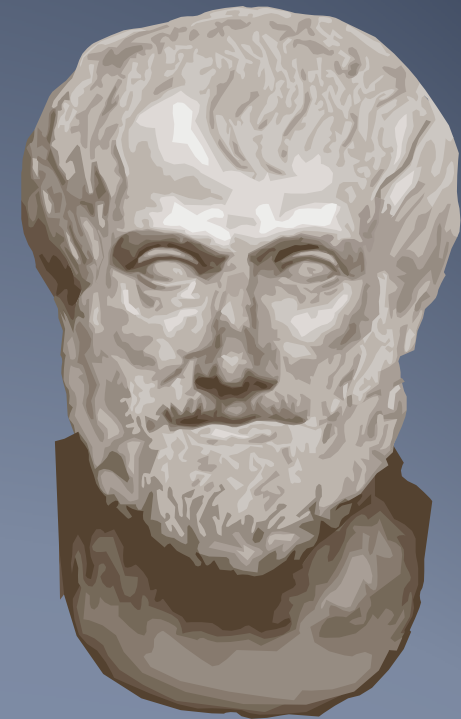
A więc **nie wynika.**

Podejrzanego nie można skazać.

# WNIOSEK

Potrzebujemy narzędzia, które pomoże nam „uchwycić” te wnioski.

Będzie to *Klasyczny Rachunek Predykatów* (KRP), który zaprezentuje nam światowej klasy specjalista w tej sprawie **Predyktor Roztropny**



# PO CO MI TO?

Jeżeli Antoni jest gangsterem, to Antoni zginie od kuli.

Antoni jest gangsterem.

Antoni zginie od kuli.

*Intuicyjnie: Wynika*

KRZ:

$$\frac{p \rightarrow q}{p} \\ \hline q$$

**Wynika**

Antoni jest gangsterem.  
Wszyscy gangsterzy giną od kuli.

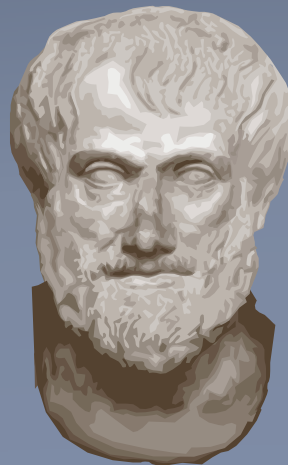
Antoni zginie od kuli.

*Intuicyjnie: Wynika*

KRZ:

$$\frac{p}{q} \\ \hline r$$

**Nie wynika**



# PO CO MI TO?

1. Kleofas jest gangsterem.
2. Janina jest gangsterem.
3. Ktoś jest gangsterem.
4. Wszyscy są gangsterami.

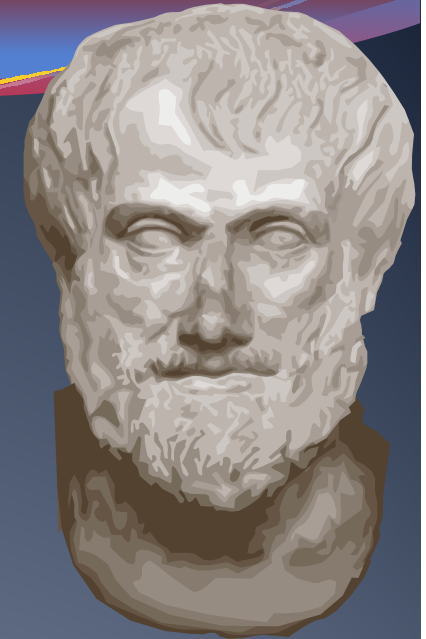
W KRZ:

p

q

r

s

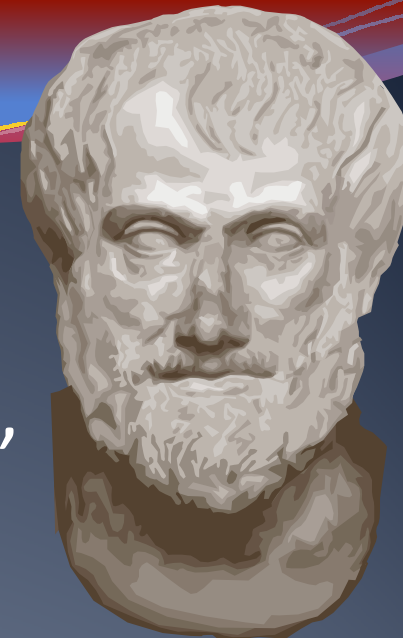


*A jednak:*

- ✓ Wszystkie te zdania orzekają o tej samej własności *bycia gangsterem*
- ✓ Orzekają więc to samo, choć o innych przedmiotach
- ✓ Zdania (1) i (2) orzekają coś o konkretnych indywidualnych osobach
- ✓ Zdania (3) i (4) orzekają ogólnie – o niektórych osobach lub o wszystkich osobach



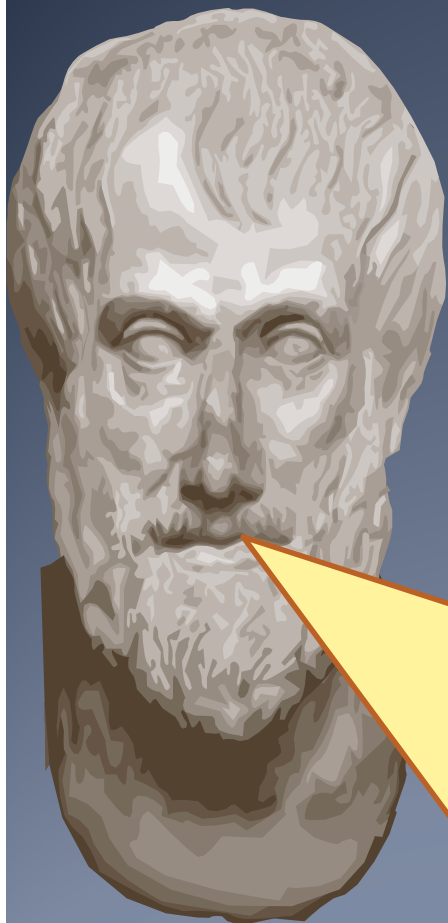
# PO CO MI TO?



Właśnie po to, żeby „widzieć” te różnice,  
BO *logika predykatów*:

- ✓ Pozwala wniknąć w głąb zdań prostych
- ✓ „Zauważa”, że nawet zdania bez spójników prawdziwościowych mają złożoną strukturę
- ✓ Pozwala bardziej dokładnie oddawać sensy wyrażeń języka naturalnego

**PRZEKONANI?**



### Symbole w *Klasycznym Rachunku Predykatów*:

1. Symbole zdaniowe:  $p, q, r, s$
2. Spójniki prawdziwościowe:  $\vee, \wedge, \equiv, \rightarrow, \neg$
3. *Zmienne indywidualowe*: reprezentują przedmioty danego rodzaju:  $x, y, z$
4. *Stałe (indywidualne)*:  $a, b, c$
5. *Predykaty*: nazwy własności lub stosunków, które przysługują przedmiotom danego rodzaju:  $P, Q, R, \dots$
6. *Duży kwantyfikator*: oznaczający dla każdego  $\forall$
7. *Mały kwantyfikator*: oznaczający istnieje taki..., że  $\exists$

# SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

- Antoni jest gangsterem.

$G(x)$  – predykat: *x jest gangsterem*

$a$  – stała indywidualna: Antoni

$G(a)$

- Wszyscy gangsterzy giną od kuli

$K(x)$  – predykat: *x ginie od kuli*

$\forall x (G(x) \rightarrow K(x))$

# SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

W naszym gangu są inteligentni mordercy.

$G(x)$  – *predykat*:  $x$  jest w gangu

$I(x)$  – *predykat*:  $x$  jest inteligentny

$M(x)$  – *predykat*:  $x$  jest mordercą

$$\exists x (G(x) \wedge I(x) \wedge M(x))$$

# SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

$G(x)$  – predykat: *x jest gangsterem*

1. Kleofas jest gangsterem.

$G(k)$

2. Janina jest gangsterem.

$G(j)$

3. Ktoś jest gangsterem.

$\exists x (G(x))$

4. Wszyscy są gangsterami.

$\forall x(G(x))$

# SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

Popełniłem wszystkie przestępstwa z użyciem dwustronnego kilofa.

$p$  – stała indywidualowa: *podejrzany*

$K(x)$  – *predykat*:  $x$  jest przestępstwem popełnionym z użyciem dwustronnego kilofa

$P(x,y)$  – *predykat*:  $x$  popełnił  $y$

$$\forall x(K(x) \rightarrow P(p,x))$$

W ostatnim napadzie na bank użyto dwustronnego kilofa.

$b$  – stała indywidualna: *ostatni napad na bank*

$$K(b)$$

# JESZCZE KILKA POJĘĆ



## ZMIENNA ZWIĄZANA:

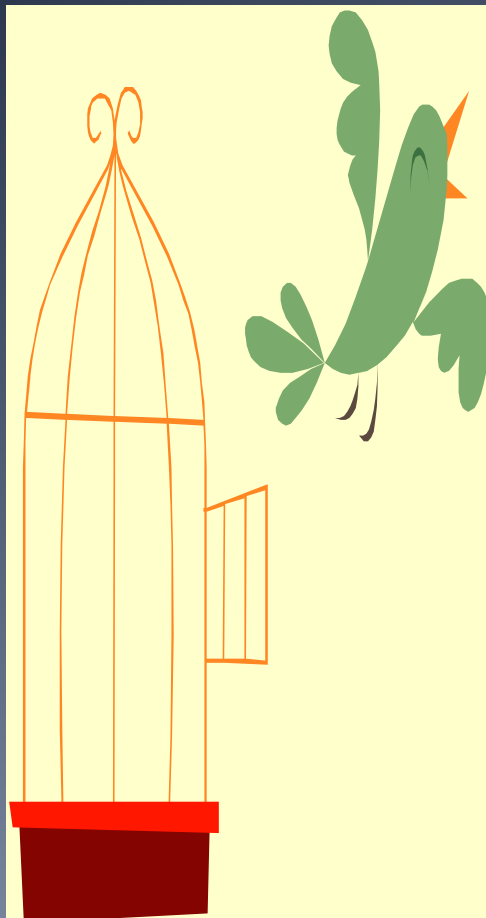
„Zmienna występująca w funkcji zdaniowej, którą poprzedza kwantyfikator opatrzony symbolem tej zmiennej”

(Stanosz 1985)

Zmienna, której dotyczy przynajmniej jeden poprzedzający ją kwantyfikator.



# JESZCZE KILKA POJĘĆ



## ZMIENNA WOLNA

„Zmienna, która nie jest w danym wyrażeniu związana przez żaden kwantyfikator”

(Stanosz 1985)

Zmienna, której nie dotyczy żaden pojawiający się przed nią kwantyfikator.



# JESZCZE KILKA POJĘĆ

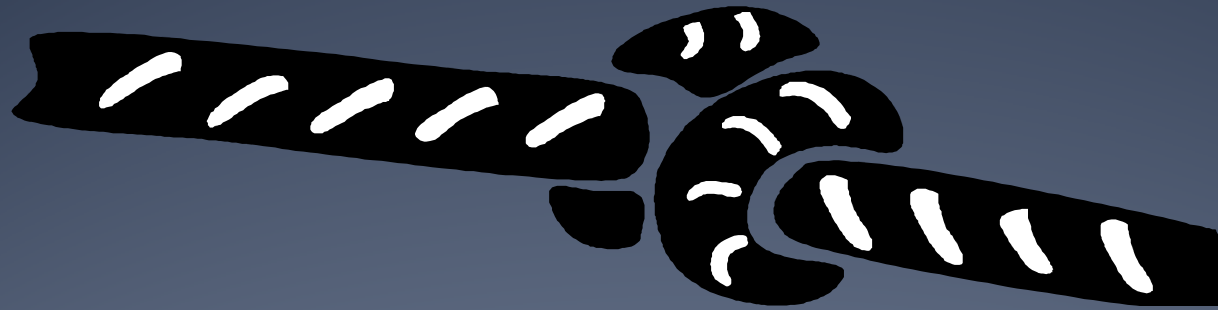


## ZASIĘG KWANTYFIKATORA:

„Wyrażenie  $\alpha$  w dowolnej formule postaci  $\forall x_n(\alpha)$  lub  $\exists x_n(\alpha)$  nazywamy zasięgiem odpowiedniego kwantyfikatora.”

(Pogonowski 2008)

# JESZCZE KILKA POJĘĆ



Kwantyfikatory wiążą mocniej niż spójniki zdaniowe,

*zatem*

*(w uproszczeniu)* jeżeli w danej formule **NIE** występują nawiasy, to kwantyfikatory wiążą tylko zmienne występujące bezpośrednio przy nich.



# PORA ĆWICZEŃ

Założmy, że każda zmienna w poniższych formułach odpowiada jednemu przestępcy.

Należy zwolnić tych, którzy nie są związani ;).

1.  $\forall x P(x) \rightarrow Q(x)$
2.  $\forall x (P(x,y) \rightarrow \exists y(Q(x) \wedge R(x,y)))$
3.  $\exists x (P(x) \wedge \forall z(Q(z) \rightarrow R(x,z)))$
4.  $\exists x (P(x) \wedge \forall x(Q(y) \rightarrow R(x,y)))$
5.  $\forall x \exists y (P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow \neg (R(x) \wedge S(y))$



# PORA ĆWICZEŃ

Aby zмагаć się dalej z *PRL* musimy umieć przekładać na zapis logiczny ich *nowe, sprytniejsze zdania*:

1. Każdy popełnił przestępstwo.
2. Nie wszyscy są uczciwymi obywatelami
3. Nikt nie jest bez winy.
4. Niektórzy są bezwzględnyimi przestępcami.



# PORA ĆWICZEŃ

Pora na nieco trudniejsze przykłady:

1. Pospolici Złodzieje biegną szybciej od Prawdziwych Mafiosów, ale Prawdziwi Mafiosi żyją dłużej od nich.
2. Niektórzy Smutni Mordercy płaczą głośniejsze od jakichkolwiek Wesółych Dusicieli.
3. Jeśli Pospolici Złodzieje biegną szybciej od Prawdziwych Mafiosów, to ich okradają.
4. Niektórzy Ponurzy Włamywacze są bardziej podobni do pewnych Specjalistów od Mokrej Roboty niż do jakichkolwiek Pospolitych Złodziei.

# WIELKI KONGRES GANGSTERSKI

*Czyli sylogizmy i metoda diagramów Venna*

# Z OSTATNIEJ CHWILI

POLICJA ROZBIŁA MIĘDZYNARODOWY KONGRES GANGSTERSKI. NA PODSTAWIE SKĄPYCH INFORMACJI O POSZCZEGÓLNYCH GANGACH PRZEPROWADZIŁA WNIOSKOWANIA DOTYCZĄCE PRZYNALEŻNOŚCI MAFIJNEJ POSZCZEGÓLNYCH SCHWYTANYCH PRZESTĘPCÓW.

**ZADANIE:** SPRAWDZENIE POPRAWNOŚCI WTYCH WNIOSKOWAŃ (BO Z POLICJĄ NIGDY NIC NIE WIADOMO...)

# METODA

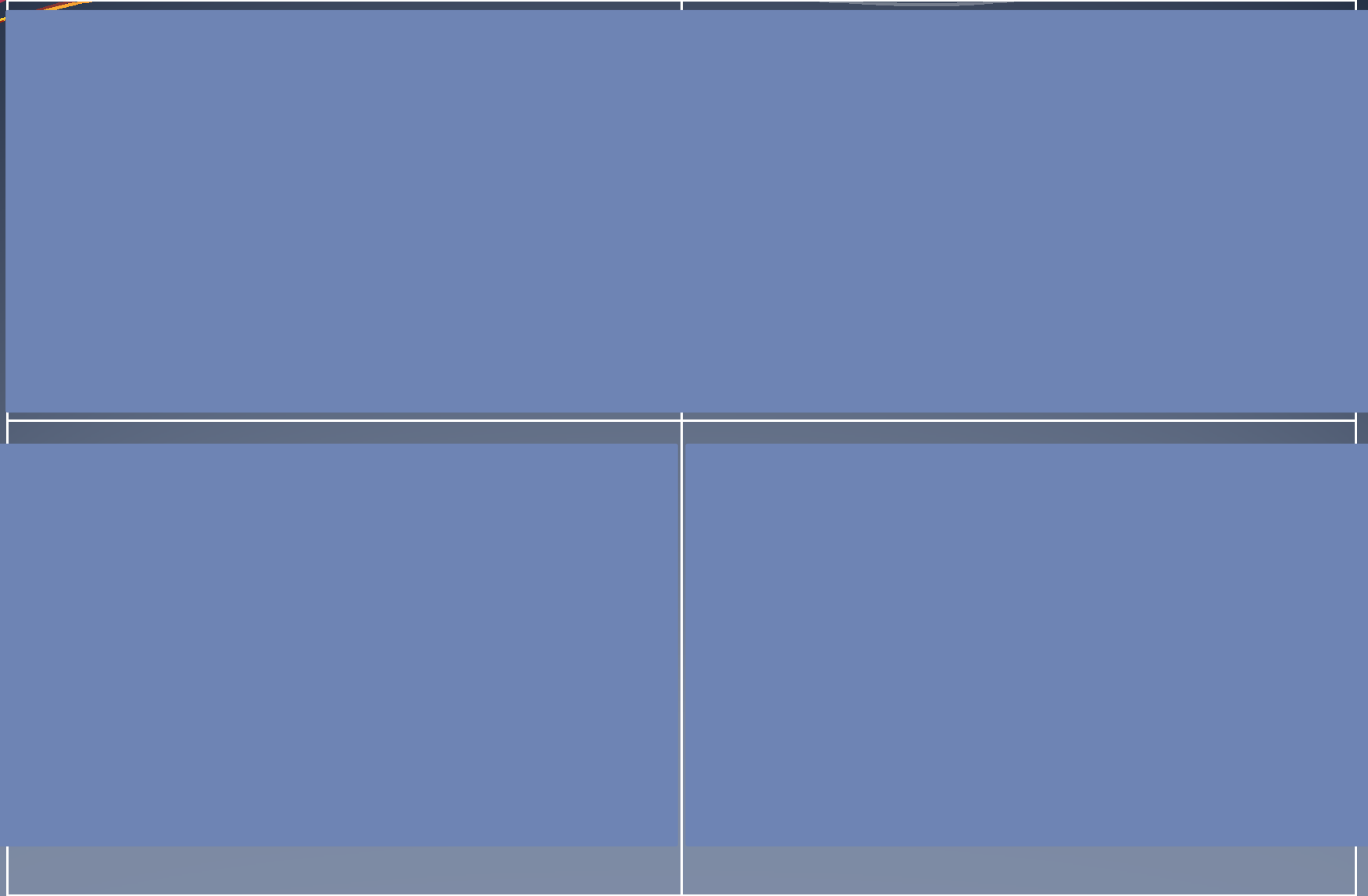
Diagramy Venna:

1. Rysujemy diagram dla przesłanek (wg zasad o których za chwilę)
2. Rysujemy diagram dla wniosku.
3. Sprawdzamy, czy są zgodne.
4. Jeżeli TAK – wnioskowanie jest dedukcyjne.
5. Jeżeli NIE – wnioskowanie jest niededukcyjne; wniosek nie wynika z przesłanek

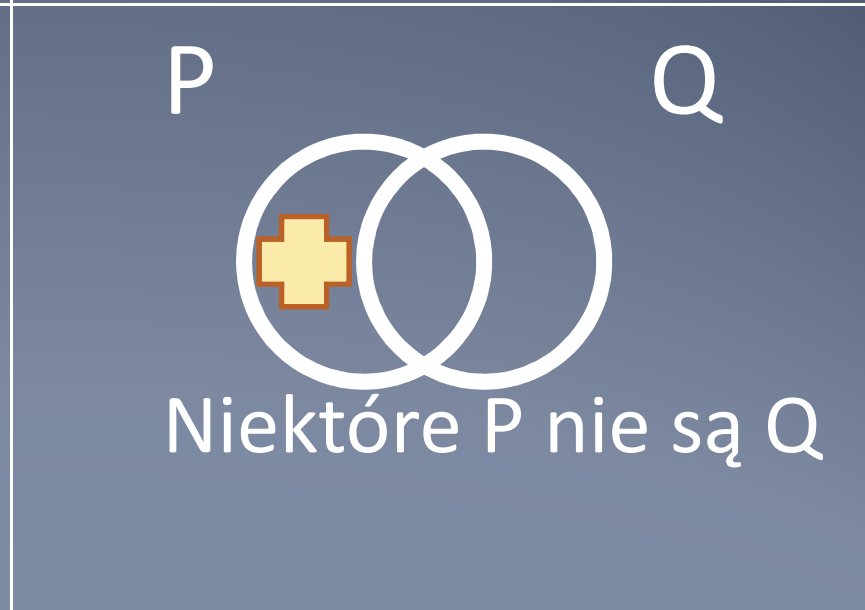
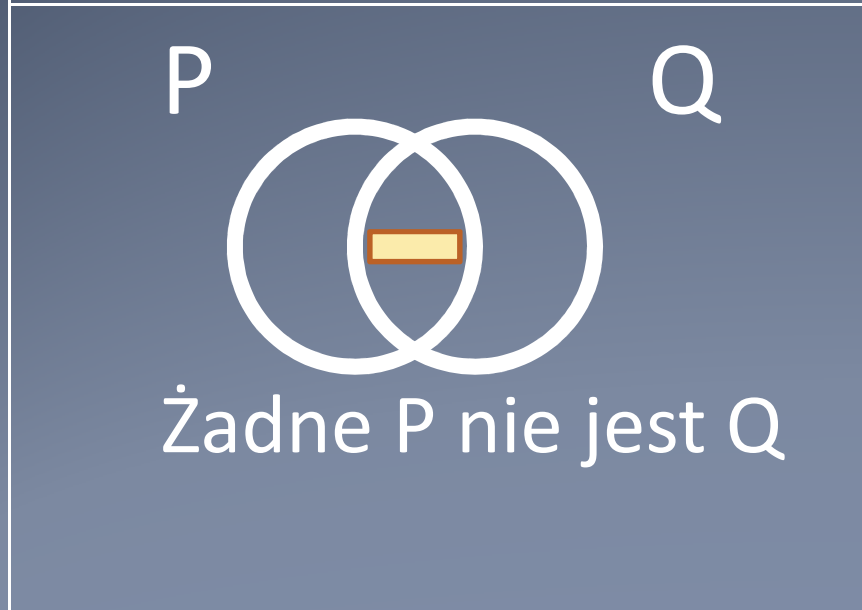
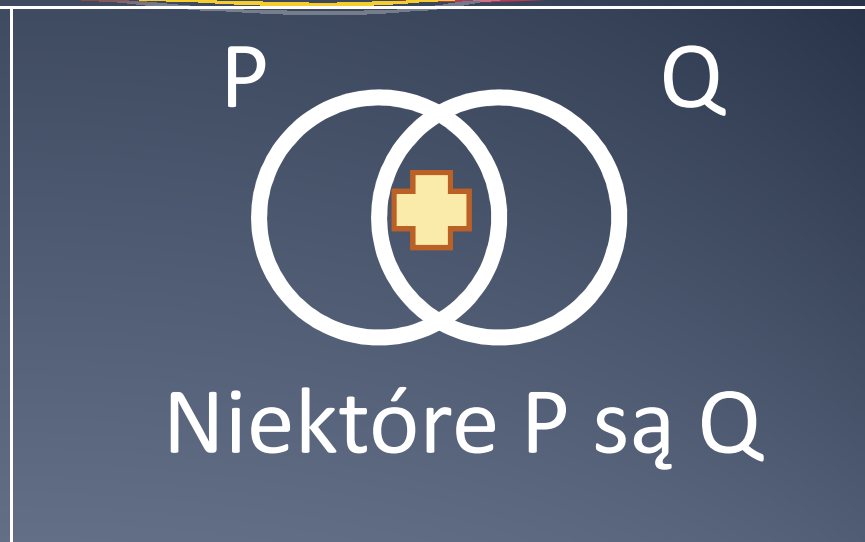
*Uwaga! Ta metoda może być stosowana tylko przy pewnym typie wnioskowań.*



# DIAGRAMY



# DIAGRAMY





# PORA ĆWICZEŃ

Wnioskowanie:

Niektórzy gangsterzy PRL są blondynami.

Żaden blondyn nie jest mordercą.

---

Niektórzy członkowie PRL nie są mordercami.



# PORA ĆWICZEŃ

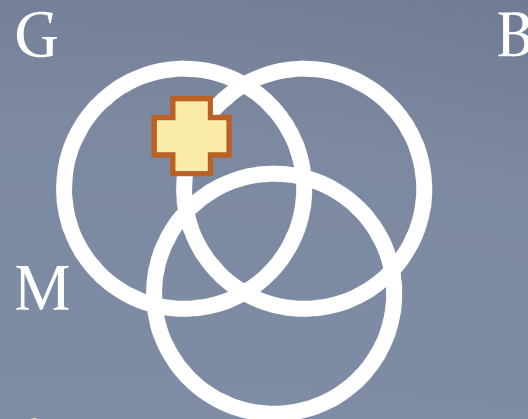
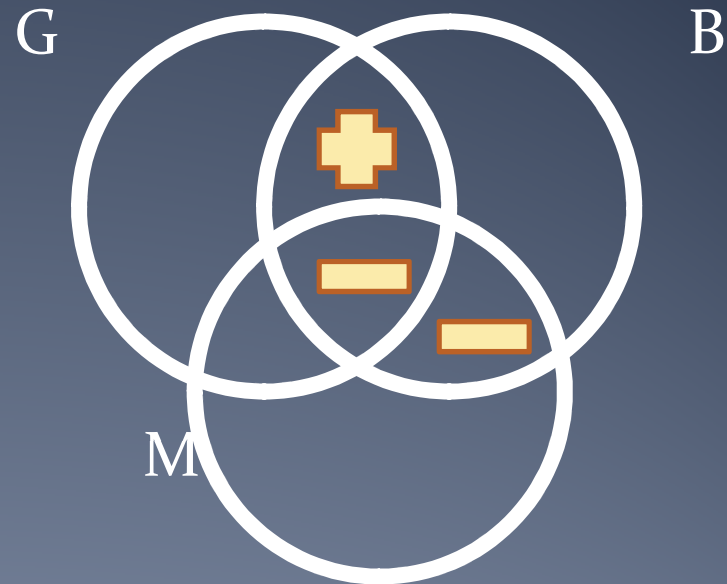
Wnioskowanie:

Niektórzy gangsterzy PRL są blondynami.

Żaden blondyn nie jest mordercą.

---

Niektórzy członkowie PRL nie są mordercami.





# PORA ĆWICZEŃ

Żaden gangster PRL nie  
jest poszukiwanym  
mordercą.

Żaden poszukiwany  
morderca nie był  
obecny na kongresie.

Żaden gangster PRL nie  
był na kongresie.

Każdy gangster PRL jest  
poszukiwanym  
mordercą.

Żaden poszukiwany  
morderca nie było  
obecny na kongresie.

Żaden gangster PRL nie  
był na kongresie.

# DEFINICJE dwie na koniec

## ZDANIE KATEGORYCZNE:

Zdanie należące do jednego z typów, którymi zajmowaliśmy się podczas kongresu gangsterów  
*czyli*

zdanie ogólnie-twierdzące LUB ogólnie-przeczące LUB  
szczegółowo-twierdzące LUB szczegółowo-przeczące

## *tajemniczy* SYLOGIZM

„Wnioskowanie zbudowane z samych zdań kategorycznych”

(Tokarz 2006)

ZA TYDZIEŃ

Dochożenia na Kongresie  
Gangsterów ciąg dalszy,

*czyli*

o tautologiach, kontrtautologiach i  
wnioskowaniach w KRP

## BIBLIOGRAFIA:

M. Tokarz, *Argumentacja, perswazja, manipulacja*,  
GWP 2006.