5 wykładów dla Studium Doktoranckiego Wydziału Neofilologii UAM

LOGIKA WSPÓŁCZESNA (4): LOGIKA W OGÓLNEJ METODOLOGII NAUK

JERZY POGONOWSKI

Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl
pogon@amu.edu.pl

Wstęp

Jak wspomnieliśmy w pierwszym wykładzie, tradycyjny podział Logiki obejmował trzy działy:

1. logikę formalną,
2. ogólną metodologię nauk,
3. semiotykę logiczną.

Pierwszemu z tych działów – ze względu na to, że jest najobszerniejszy – poświęcone były trzy poprzednie wykłady. W wykładzie niniejszym zajmiemy się działem drugim (a właściwie tylko pewnymi jego fragmentami), zaś w wykładzie następnym – działem trzecim.

Ogólna metodologia nauk jest refleksją nad nauką. Próbujemy w niej odpowiedzieć m.in. na następujące pytania:

1. Czym jest poznanie naukowe?
2. Jakie są typy nauk?
3. Jakie są normy i metody postępowania w nauce?
4. Jakie są kryteria prawomocności ustaleń nauki?

5. Jakie są granice poznania naukowego?
6. Jak poznanie naukowe ma się do innych rodzajów poznania?
7. Czym są: *pseudonauka* oraz *paranauka*?
8. Jaka jest struktura teorii naukowych?
9. Jak ustalenia nauki zależą od przyjmowanych założeń filozoficznych?
10. Jaka jest dynamika zmian w nauce?

Nie podejmiemy się w tym wykładzie dokonania przeglądu proponowanych odpowiedzi na owe pytania – to można byłoby próbować zrobić w całej serii osobnych wykładów. Ograniczymy się natomiast jedynie do wskazania pewnych zastosowań logiki w odniesieniu do wybranych problemów ogólnej metodologii nauk. Konkretnie, pochylimy się nad następującymi zagadnieniami:

1. Definiowanie pojęć.
2. Pytania i odpowiedzi.
3. Rodzaje uzasadnień.

Będzie to przy tym omówienie jedynie najbardziej podstawowych pojęć i faktów dotyczących tych tematów. Obszerniejsze przedstawienie tych zagadnień zainteresowani słuchacze znajdą w podanych na końcu tego tekstu pozycjach bibliograficznych.

1 Definiowanie pojęć

Definiowanie pojęć to jedna z najważniejszych procedur, które stosowane są w każdej nauce. Także w dyskursie potocznym zdawanie sobie sprawy, o czym właściwie mówimy, jak rozumiemy używane pojęcia jest niezbędne dla niezakłóconej komunikacji społecznej:

> *Na człowieka kulturalnego i wykształconego spada wiele ciężkich obowiązków, a wśród nich i obowiązek takiego formułowania myśli, który czyniłby wypowiedź zrozumiałą przynajmniej dla niego samego. Człowiek, który nie chce uchodzić za głupca nie powinien więc np. używać wyrażeń, których dobrze nie rozumie.*
>
> Marek Tokarz *Wprowadzenie do logiki*

1.1 Typy definicji

Omówimy niżej niektóre podstawowe typy definicji, wyróżniane ze względu na różne kryteria. Przytoczymy także warunki poprawności definicji, wraz z przykładami niektórych błędów popełnianych przy definiowaniu.

Jednym z warunków koniecznych efektywnego porozumiewania się jest używanie (przez rozmówców) terminów w tym samym znaczeniu. Realizacji tego celu służą m.in. różnego typu definicje. W żadnej dyscyplinie naukowej nie jest możliwe zdefiniowanie (przez tzw. definicje normalne – zob. niżej) wszystkich używanych terminów, przy jednoczesnym zachowaniu warunków poprawności tych definicji. Definicje są niezbędne dla formułowania, przekazywania oraz rozumienia wiedzy. Problem, czy definicje poszerzają naszą wiedzę, czy tylko ją porządkują jest dla wielu filozofów sporny.

Od Arystotelesa pochodzi podział definicji na:

1. *Realne* – definiujemy jakiś przedmiot, podając cechy przysługujące temu tylko przedmiotowi.

2. *Nominalne* – definiujemy znaczenie jakiegoś wyrażenia.

Tak więc, definicje realne dotyczą obiektów sfery pozajęzykowej, natomiast definicje nominalne dotyczą elementów samego języka. Oto proste przykłady:

1. *Wenus* to trzecia od Słońca planeta Układu Słonecznego. (Definicja realna).

2. *„Kawaler”* znaczy tyle, co „mężczyzna nieżonaty.” (Definicja nominalna).

3. *Kawalerka* to mieszkanie o jednej izbie. (Definicja realna).

Definicje sprawozdawcze (analityczne): definiowany termin istnieje w języku, którego używamy, a podawana definicja sprawozdaje jego znaczenie (ustalone, obiegowe, potoczne). Ten typ definicji spotykamy np. w słownikach. Przykład:

1. *Szubienica* to przyrząd do wieszania szubrawców.

2. *Nuthatch:* any of various small tree-climbing birds (family *Sittidae*) that have a compact body, a long bill, a short tail, and sometimes a black cap and a ring around the eye.

W *definicjach projektujących* (syntetycznych): proponuje się przypisanie terminowi ustalonego znaczenia. Zwykle wyróżniamy tu dwa przypadki:

1. *Definicje konstrukcyjne* (umowy terminologiczne): wprowadzamy do języka nowy termin, podając jednocześnie proponowane dla niego znaczenie. Ten typ definicji występuje powszechnie w nauce.

2. *Definicje regulujące*: zastępujemy zastane znaczenie jaki ma dany termin w języku, przez nowe, proponowane dla niego znaczenie. Ten typ definicji występuje często w sytuacjach, gdy termin nieostry zastępujemy ostrym.

Przykłady definicji konstrukcyjnych:

1. *Kobyszczę* to samowzbudny podpieralnik w szczęścia złapaniu pomagający.

2. *Imagineskop* to dowolny przedmiot zawierający przeziór, umożliwiający powiększanie wyobraźni.

Przykłady definicji regulujących:

1. *Osoba pełnoletnia* to osoba, która ukończyła 21 lat.

2. *Kałuża* to zbiornik wodny nie mający znaczenia taktycznego.

Definicje normalne (równościowe) mają następującą postać:

DEFINIENDUM	spójka definicyjna	DEFINIENS
(termin definiowany)	np.: *jest to*	(wyrażenie definiujące)

D jest *definicją normalną* wyrażenia W (na gruncie jakiegoś ustalonego języka) wtedy i tylko wtedy, gdy D ma postać równości lub równoważności, która pozwala przełożyć każdy zwrot językowy zawierający wyrażenie W na zwrot nie zawierający tego wyrażenia (tzn. pozwala wyeliminować W z dowolnego kontekstu).

Definicja klasyczna to realna definicja równościowa postaci: A jest to B będące C. W definicji klasycznej jedna z nazw występujących w definiensie podaje zbiór nadrzędny względem zakresu definiendum (rodzaj – *genus*); druga wskazuje na to, co wyróżnia zakres definiendum z całego rodzaju (różnica gatunkowa – *differentia specifica*). Wedle znanego sloganu: *Definitio fit per genus et differentiam specificam.* Prostym przykładem definicji klasycznej jest: *Heksagon* to wielokąt foremny o sześciu bokach.
Uwaga: istnieją też definicje równościowe, które nie są klasyczne (gdy np. definiujemy jakiś termin przez wyliczenie jego desygnatów).

W *definicji wyraźnej* w definiendum występuje jedynie termin definiowany. W *definicji kontekstowej* termin definiowany nie stanowi całego definiendum, lecz tylko jego część umieszczoną w typowym dla tego terminu kontekście. Szczególnym przypadkiem definicji kontekstowych są *definicję przez abstrakcję.*

Znaczenie niektórych terminów danego języka ustalane jest przez przyjęcie stosownych *postulatów*:

> *Zdanie Z jest postulatem języka J zawsze i tylko wtedy, gdy zdanie Z zawiera jeden lub więcej terminów T, co do których obowiązująca w języku J konwencja ustaliła, że mają być nazwami takich przedmiotów, które spełniają zdanie Z lub układ zdań, z którego jednym jest Z.*
>
> *Terminy, co do których konwencja terminologiczna postanawia, że mają one być nazwami przedmiotów spełniających układ postulatów, nazywa się* terminami pierwotnymi *tego układu postulatów. Będziemy o nich mówić, że mają znaczenie ukonstytuowane dopiero przez postulaty.*
>
> Kazimierz Ajdukiewicz: *Logika pragmatyczna*

Ustalanie znaczenia terminów poprzez układ postulatów niektórzy autorzy nazywają *definicjami aksjomatycznymi*.

Przykład: geometrie nieeuklidesowe. Geometrię Euklidesa znasz ze szkoły. Wykorzystujesz ją także przy poruszaniu się na niewielkich odległościach, w niezbyt górzystym terenie. W geometrii Euklidesa terminów: *punkt* oraz *prosta* nie definiuje się; są to *terminy pierwotne* tej geometrii. Ich rozumienie wyznaczone jest przez *aksjomaty*, które „mówią" coś o prostych, punktach oraz tworach geometrycznych z nich zbudowanych. Na przykład, aksjomatem tej geometrii jest: *Przez dowolne dwa różne punkty przechodzi dokładnie jedna prosta.* Wiesz także, że najkrótsza „droga", łącząca dwa różne punkty to odcinek tej jedynej prostej przez nie przechodzącej. Piąty Aksjomat Euklidesa w wersji szkolnej brzmi: *Przez dowolny punkt, nie leżący na danej prostej przechodzi dokładnie jedna prosta równoległa do tej prostej.* (Definicja równoległości: dwie proste są *równoległe*, gdy nie mają punktów wspólnych.) Przez setki lat próbowano ten aksjomat wywieść z pozostałych (a więc pokazać, że jego przyjmowanie jest zbyteczne). *Bezskutecznie!* Dopiero dodanie do pozostałych aksjomatów Euklidesa (jednej z dwóch form) *zaprzeczenia* Piątego Aksjomatu pozwoliło na stworzenie Geometrii Nieeuklidesowych, w których proponuje się inne rozumienie terminów: *prosta* oraz *punkt*.

1. *Geometria Riemanna:* tu przez punkt nie leżący na danej prostej nie przechodzi *żadna* prosta równoległa do danej.

2. *Geometria Łobaczewskiego:* tu przez punkt nie leżący na danej prostej przechodzi więcej niż jedna prosta równoległa do danej (czasem jest takich prostych nieskończenie wiele).

Dla definicji równościowych podaje się często następujące *stylizacje*:

stylizacja $\downarrow$	definiendum	definiens	postać spójki
słownikowa	w supozycji materialnej	w supozycji materialnej	znaczy
semantyczna	w supozycji materialnej		oznacza
przedmiotowa			jest to

Stylizacje te widoczne są w następującym przykładzie:

1. *„Filatelista”* znaczy „osobnik zbierający znaczki pocztowe.”
2. *„Filatelista”* oznacza osobnika zbierającego znaczki pocztowe.
3. *Filatelista* to osobnik zbierający znaczki pocztowe.

Definicja ostensywna polega na określeniu znaczenia terminu poprzez wskazanie jego (typowych) desygnatów. Przykład: *Koń, jaki jest, każdy widzi*. Definicje ostensywne są niezbędne, np. w procesie uczenia się języka.

Wspomnieć jeszcze wypada o *definicjach indukcyjnych*. Jest wiele typów takich definicji. Na pierwszym wykładzie poznaliśmy definicje przez *indukcję strukturalną*: np. zbiór formuł języka klasycznego rachunku zdań definiowano jako najmniejszy zbiór wyrażeń tego języka zawierający zmienne zdaniowe oraz domknięty na operację tworzenia wyrażeń złożonych poprzez użycie spójników: negacji, koniunkcji, alternatywy, implikacji oraz równoważności. Innego przykładu definicji indukcyjnej dostarcza określenie operacji dodawania liczb naturalnych:

1. $x + 0 = x$
2. $x + s(y) = s(x + y)$

(tutaj s jest operacją następnika, czyli – w znanej notacji szkolnej $s(x) = x + 1$). Tabliczek dodawania i mnożenia uczyłaś się w szkole „na pamięć”. Może warto, przed ukończeniem pisania doktoratu, dowiedzieć się, jak definiuje się dodawanie i mnożenie. Definicja indukcyjna mnożenia jest następująca:

1. $x \cdot 0 = 0$
2. $x \cdot s(y) = (x \cdot y) + x$.

1.2 Warunki poprawności definicji

Podstawowym warunkiem poprawności definicji jest równość zakresów definiendum i definiensa. Naruszenie tego warunku powoduje zatem następujące błędy:

1. definicja *za wąska* – różnica między zakresem definiendum i definiensa jest niepusta;

2. definicja *za szeroka* – różnica między zakresem definiensa i definiendum jest niepusta;

3. błąd *przesunięcia kategorialnego* – desygnaty definiendum i definiensa należą do różnych typów ontologicznych.

Przykłady ilustrujące te błędy to, kolejno:

1. *Szubienica* to przyrząd do wieszania szubrawców.

2. *Brzytwa* to ostra broń ręczna.

3. *Zgon* to zimne i sztywne zwłoki.

Inne często spotykane błędy:

1. *idem per idem* – termin, który chcemy zdefiniować występuje też w swoim definiensie (bezpośrednio bądź pośrednio); (*circulus in definiendo*)

2. *ignotum per ignotum* – terminy występujące w definiensie są co najmniej tak samo nieznane, jak definiendum.

Przykładami tych błędów są, kolejno:

1. *Matematyka* to jest to, co matematycy robią w nocy (zamiast zajmować się [swoimi lub cudzymi] żonami).

2. *Języki prozodyczne* to języki suprasegmentalne.

W odniesieniu do definicji projektujących żąda się również spełnienia warunków:

1. *istnienia* – przedmiot określany przez definiens istnieje;

2. *jedyności* – jest dokładnie jeden przedmiot określany przez definiens.

W definicjach równościowych żąda się ponadto, by zbiory zmiennych wolnych definiendum i definiensa były identyczne oraz by każda zmienna występująca w definiendum występowała w nim tylko raz.

Słuchacze bez trudu potrafią ocenić poprawność następujących definicji:

1. *Wolny* jest ten, kto nie siedzi w więzieniu.
2. *Rozwiązanie konfliktów środkami pokojowymi* oznacza pokonanie przeciwnika bez użycia broni palnej oraz masowych aresztowań.

Słuchacze bez trudu potrafią ustalić, które z poniższych określeń nazwać można definicjami:

1. *Demokracja* to władza ludu.
2. *Demokracja* nie jest gestem władzy.
3. *Demokracji* nie da się zadekretować.
4. *Demokracja* sama do drzwi nie zapuka.
5. *Demokracja* to kontrola władzy przez społeczeństwo.

2 Pytania i odpowiedzi

Jedna z podstawowych procedur, których dokonujemy w każdej nauce to stawianie hipotez. Wiąże się ona z zadawaniem pytań. Rozwiązywanie problemów naukowych jest poszukiwaniem trafnych *odpowiedzi* na poprawnie zadane *pytania*.

1. *Dlaczego* dane zjawisko zachodzi?
2. *Czy* istnieje X?
3. *Jak* X działa na Y?
4. *Czy* A wynika logicznie z X?
5. *Czy* dany opis jest niesprzeczny?
6. *Po co* istnieje X?
7. *Co* jest przyczyną danego zdarzenia?

2.1 Typy pytań

Pytania dzielimy na:

1. *zamknięte* – te pytania, które w jakiś sposób wyznaczają formę możliwych na nie odpowiedzi;

2. *otwarte* – pozostałe pytania.

Pytania zamknięte dzielimy na pytania:

1. *rozstrzygnięcia* – odpowiedź ma formę wypowiedzi z ustalonego zestawu (wzajemnie wykluczających się) możliwości (najczęściej: *tak* lub *nie*);

2. *dopełnienia* – wszystkie pozostałe (tj. takie, dla których możliwe odpowiedzi są wszystkie podstawieniami jednego schematu).

Szczególnymi pytaniami rozstrzygnięcia są pytania postaci: *Czy* A*?* (gdzie A jest zdaniem). Spójrzmy na przykłady:

1. Jak wytłumaczyć wygraną polskich piłkarzy? (Pytanie *otwarte*).

2. Dokąd prowadzą wszystkie drogi? (Pytanie *zamknięte*; dopełnienia).

3. Czy Polska jest państwem wyznaniowym? (Pytanie *zamknięte*; rozstrzygnięcia).

Pytaniom nie przysługują wartości logiczne (prawda, fałsz). W językach świata środkami wyrażania pytań są np.:

1. szyk

2. intonacja

3. stosowne partykuły.

Schemat odpowiedzi na pytanie (wyznaczony przez to pytanie) nazywa się *daną pytania* (*datum questionis*). Schemat odpowiedzi jest więc formułą ze zmienną. Zawartą w datum questionis zmienną nazywamy *niewiadomą pytania*. Rezultat każdego podstawienia w datum questionis danego pytania wyrażenia stosownej kategorii składniowej (za zmienną) nazywamy *odpowiedzią właściwą* na to pytanie.

1. *Pozytywne założenie pytania* – stwierdzenie, że przynajmniej jedna odpowiedź właściwa na to pytanie jest prawdziwa.

2. *Negatywne założenie pytania* – stwierdzenie, że przynajmniej jedna odpowiedź właściwa na to pytanie jest fałszywa.

Jeśli (pozytywne lub negatywne) założenie pytania jest fałszywe, to mówimy, że pytanie jest *źle postawione*.

2.2 Warunki poprawności pytań

Należy umieć rozpoznawać pytania:

1. *z ukrytym założeniem* – w sformułowaniu pytania kryje się założenie, które trzeba byłoby udowodnić;

2. *sugestywne* – pytanie stawiane po to, aby udzielić osobie pytanej informacji, której ta osoba nie ma;

3. *podchwytliwe* – dyskutant chce uzyskać odpowiedź, która byłaby sprzeczna z tym, co adresat poprzednio powiedział, albo która by wydobyła z niego coś, co co chce zataić, pominąć, itp.

Przykłady:

1. Dokąd idzie dusza po śmierci? (Ukryte założenie: *Dusza istnieje.*)

2. Co sądzisz o chciwości i obłudzie Kościoła katolickiego? (Pytanie sugestywne.)

Jeszcze tylko kilka terminów dotyczących odpowiedzi na pytania:

1. Jakieś zdanie jest *odpowiedzią całkowitą* na dane pytanie, gdy ze zdania tego wynika logicznie co najmniej jedna odpowiedź właściwa na to pytanie.

2. *Odpowiedzią częściową* na dane pytanie nazywamy takie zdanie (nie będące odpowiedzią całkowitą na to pytanie), które wyklucza niektóre odpowiedzi właściwe na to pytanie.

3. Prawdziwą odpowiedź na dane pytanie, z której wynika logicznie każda odpowiedź prawdziwa na to pytanie nazywamy *odpowiedzią wyczerpującą* (na to pytanie).

Odpowiedzią częściową na pytanie *Kto jest autorem* Tory*?* jest np.: *Budda nie jest autorem* Tory.

2.3 Wnioskowania erotetyczne

Choć pytania nie są ani prawdziwe, ani fałszywe, używamy ich jednak w rozumowaniach, a więc np. w ustaleniach, czy zachodzi wynikanie logiczne między przesłankami a wnioskiem, czy dany tekst jest semantycznie niesprzeczny, itd. Na wnioskowaniach erotetycznych bazuje każde śledztwo: naukowe, kryminalne, małżeńskie, itd. Zasadą *wnioskowania erotetycznego* jest przechodzenie od pytań o prawdziwość bądź fałszywość zdań złożonych do pytań o wartość logiczną zdań coraz prostszych, aż do uzyskania odpowiedzi, których wartość logiczna jest oczywista. *Logiki erotetyczne*, czyli logiki pytań to systemy, w których języku mamy stosowne funktory odpowiadające pytaniom oraz reguły pozwalające – najogólniej rzecz ujmując – na przechodzenie od jednych pytań do innych, a w konsekwencji na otrzymywanie coraz to prostszych odpowiedzi i w rezultacie ocenę poprawności odpowiedzi (oraz innych jeszcze własności odpowiedzi). Nie przedstawimy tutaj żadnego takiego systemu, ale pokażemy – dla ilustracji – jak pewne proste rozumowania w klasycznym rachunku zdań traktować można jako analizę kolejnych pytań i udzielanych na nie odpowiedzi. Zauważmy, że:

1. Pytanie złożone postaci *Czy* $A \wedge B$*?* sprowadzić można do dwóch pytań prostszych: *Czy* A*? oraz Czy* B*?*
2. Pytanie złożone postaci *Czy* $A \vee B$*?* sprowadzić można do dwóch pytań prostszych: *Czy* A*? bądź Czy* B*?*
3. Pytanie złożone postaci *Czy* $\neg(A \rightarrow B)$*?* sprowadzić można do dwóch pytań prostszych: *Czy* A*? oraz Czy* $\neg B$*?*
4. Pytanie złożone postaci *Czy* $\neg(A \wedge B)$*?* sprowadzić można do dwóch pytań prostszych: *Czy* $\neg A$*? bądź Czy* $\neg B$*?*
5. Pytanie złożone postaci *Czy* $\neg\neg A$*?* sprowadzić można do prostszego: *Czy* A*?*

Dla przykładu, aby sprawdzić, czy formuła:

$$(\bigstar) \quad ((p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)) \rightarrow q$$

jest tautologią Klasycznego Rachunku Zdań, rozważamy, czy można wykluczyć, iż jej negacja, tj.:

$$(\bigstar\bigstar) \quad \neg(((p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)) \rightarrow q)$$

jest przy jakimkolwiek wartościowaniu zmiennych prawdziwa. Jeśli przypuścimy, że ($\bigstar\bigstar$) jest prawdziwa (przy jakimś wartościowaniu zmiennych), to musimy kolejno uznać, że (przy tymże wartościowaniu):

(1) formuła $((p \to q) \wedge (\neg p \to q)) \to q$ jest fałszywa;

(2.1) formuła $(p \to q) \wedge (\neg p \to q)$ jest prawdziwa, a jednocześnie (2.2) formuła q jest fałszywa;

(3.1) formuła $p \to q$ jest prawdziwa oraz (3.2) formuła $\neg p \to q$ jest prawdziwa;

(4) skoro $p \to q$ prawdziwa, to bądź: (4.1) p fałszywa, bądź (4.2) q prawdziwa;

(5) warunki (2.2) oraz (4.2) są wzajem sprzeczne;

(6) skoro $\neg p \to q$ prawdziwa, to bądź: (6.1) $\neg p$ fałszywa, bądź (6.2) q prawdziwa;

(7) warunki (2.2) oraz (6.2) są wzajem sprzeczne;

(8) skoro $\neg p$ fałszywa (z (6.1)), to (8.1) p prawdziwa;

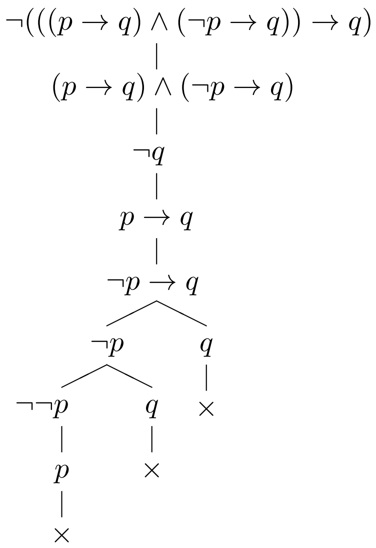
(9) warunki (4.1) oraz (8.1) są wzajem sprzeczne;

(10) przypuszczenie (1) musimy odrzucić;

(11) nie ma wartościowania, przy którym formuła: $\neg(((p \to q) \wedge (\neg p \to q)) \to q)$ byłaby prawdziwa;

(12) zatem formuła $((p \to q) \wedge (\neg p \to q)) \to q$ jest prawdziwa przy każdym wartościowaniu.

Powyższe rozumowanie reprezentowane może być poprzez drzewo następującej postaci:



W powyższym drzewie każda z gałęzi zawiera parę formuł wzajem sprzecznych (w takim przypadku gałąź *zamykamy*, kończąc ją znakiem $\times$). Każda gałąź zamknięta jest więc *wykluczeniem* jakiejś możliwości (wartościowania zmiennych).

Rozpatrzmy jeszcze jeden przykład; sprawdźmy, czy formuła:

$$(p \to q) \wedge (p \vee q)$$

jest prawdziwa przy jakimś wartościowaniu. Rozumujemy wtedy tak:

(1) jeśli $(p \to q) \wedge (p \vee q)$ prawdziwa, to (1.1) $p \to q$ prawdziwa oraz (1.2) $p \vee q$ prawdziwa;

(2) skoro $p \to q$ prawdziwa, to bądź: (2.1) p fałszywa, bądź (2.2) q prawdziwa;

(3) w przypadku (2.1) mamy, skoro $p \vee q$ prawdziwa, to bądź: (3.1.) p prawdziwa, bądź (3.2) q prawdziwa;

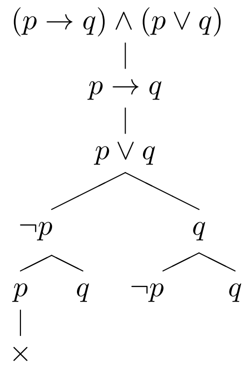
(4) w przypadku (2.2) mamy, skoro $p \vee q$ prawdziwa, to bądź: (4.1) p prawdziwa, bądź (4.2) q prawdziwa;

(5) przypadki (2.1) oraz (3.1) są wzajem sprzeczne;

(6) wszystkie (trzy) pozostałe powyższe przypadki są możliwe;

(7) formuła $(p \to q) \wedge (p \vee q)$ jest prawdziwa przy pewnych wartościowaniach zmiennych zdaniowych.

Rozumowanie to reprezentowane jest przez drzewo:



Ponieważ powyższe drzewo ma gałęzie, na których nie występuje para formuł wzajem sprzecznych, więc badana formuła jest prawdziwa przy pewnych wartościowaniach zmiennych zdaniowych. Wartościowania te „odczytać" można właśnie z tych gałęzi.

Na koniec, kilka przykładów z tzw. Życia. Zachęcam do samodzielnego utworzenia odnośnych drzew dowodowych.

Przykład 1. Czy następujący tekst jest semantycznie niesprzeczny?

> *Jest kapitalizm lub nie ma bezrobocia. Jeśli jest recesja, to jest także bezrobocie. Nie ma jednak jednocześnie: biedy oraz braku recesji. Jest bieda, a nie ma kapitalizmu.*

Gdyby ten tekst był semantycznie niesprzeczny (opisywał sytuację mogącą zajść), to prawdziwa byłaby koniunkcja zdań tego tekstu. Przypuśćmy, że koniunkcja ta jest prawdziwa. Zdania proste w powyższym tekście to:

1. p – Jest kapitalizm.
2. q – Jest bezrobocie.
3. r – Jest recesja.
4. s – Jest bieda.

Schematy składniowe zdań badanego tekstu to:

1. A_1: $p \lor \neg q$
2. A_2: $r \to q$
3. A_3: $\neg(s \land \neg r)$
4. A_4: $s \land \neg p$.

Koniunkcja $A_1 \land A_2 \land A_3 \land A_4$ byłaby prawdziwa dokładnie wtedy, gdy każdy z jej członów byłby prawdziwy. Zadajemy więc pytania:

1. Czy A_1 jest prawdziwe?
2. Czy A_2 jest prawdziwe?
3. Czy A_3 jest prawdziwe?
4. Czy A_4 jest prawdziwe?

Na te pytania łatwo odpowiedzieć korzystając z własności spójników prawdziwościowych:

1. Gdyby $s \wedge \neg p$ było prawdziwe, to prawdziwe byłoby s i prawdziwe byłoby $\neg p$.
2. Zatem p byłoby fałszywe.
3. Gdyby $p \vee \neg q$ było prawdziwe, przy fałszywym p, to $\neg q$ musiałoby być prawdziwe.
4. Stąd, q musiałoby być fałszywe.
5. Gdyby $r \rightarrow q$ było prawdziwe, przy fałszywym q, to r musiałoby być fałszywe.
6. Gdyby $\neg(s \wedge \neg r)$ było prawdziwe, to $s \wedge \neg r$ byłoby fałszywe.
7. Ponieważ ustaliliśmy, że r fałszywe, więc $\neg r$ jest prawdziwe.
8. Ponieważ zarówno s, jak i $\neg r$ są prawdziwe, więc $s \wedge \neg r$ jest prawdziwe.
9. Sprzeczność: $s \wedge \neg r$ nie może być jednocześnie prawdziwe i fałszywe.

Ponieważ przypuszczenie, iż koniunkcja $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge A_4$ jest prawdziwa doprowadziło do sprzeczności, więc musimy przypuszczenie to odrzucić. Zatem: badany tekst *jest semantycznie sprzeczny*, składające się nań zdania złożone nie mogą być jednocześnie prawdziwe.
Uwaga: w tej analizie dokonaliśmy pewnych uproszczeń – poprawne wnioskowanie erotetyczne prowadzone jest aż do uzyskania pytań o zdania proste i ich negacje.

Przykład 2. W familoku na Śląsku późnym wieczorem Hela rozmyśla: *Jeśli dziś była wypłata, to mój Zygfryd jest pijany.* Wchodzi Zygfryd, cały trzeźwy. Hela zauważa: *Ale przecie – chwała Panu Najwyższemu – mój Zygfryd dziś nie jest pijany.* Po krótkiej chwili konkluduje: *Tak więc – psiakość – nie było dziś wypłaty.* Czy konkluzja Heli *wynika logicznie* z jej przesłanek?

Gdyby wniosek mógł być fałszywy, przy prawdziwych przesłankach, to nie zachodziłoby wynikanie logiczne. Pytamy: czy wniosek może być fałszywy, przy prawdziwych przesłankach? Lub: czy przesłanki oraz negacja wniosku mogą być jednocześnie prawdziwe?

Zdania proste we wnioskowaniu Heli:

1. p – Dziś była wypłata.

2. q – Dziś Zygfryd jest pijany.

Schemat wnioskowania Heli:

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\neg p}$$

Pytamy zatem, czy prawdą są:

1. $p \rightarrow q$
2. $\neg q$
3. $\neg\neg p$.

Rozumujemy w sposób następujący:

1. Gdyby $\neg q$ było prawdziwe, to q byłoby fałszywe.
2. Gdyby $\neg\neg p$ było prawdziwe, to $\neg p$ byłoby fałszywe.
3. Gdyby $\neg p$ było fałszywe, to p byłoby prawdziwe.
4. Gdyby p było prawdziwe, a q fałszywe, to $p \rightarrow q$ byłoby fałszywe.
5. Ale przypuściliśmy, że $p \rightarrow q$ jest prawdziwe: *sprzeczność* – $p \rightarrow q$ nie może być jednocześnie prawdziwe i fałszywe.

Zatem przypuszczenie, iż przesłanki we wnioskowaniu Heli mogą być prawdziwe, a jego wniosek fałszywy należy odrzucić – znaczy to, iż wniosek wynika tu logicznie z przesłanek: gdy przesłanki są prawdziwe, to i wniosek jest prawdziwy.

Przykład 3. Rozważmy następujące wnioskowanie oparte na *Regule Stalina*: *Jest człowiek, jest problem. Zatem: nie ma człowieka, nie ma problemu.* Pokażemy, że *Reguła Stalina* jest zawodna, a zatem także iż powyższe wnioskowanie nie jest dedukcyjne: wniosek może być fałszywy, a przesłanka prawdziwa. Zdania proste w powyższym wnioskowaniu:

1. p – Jest człowiek.
2. q – Jest problem.

Schemat powyższego wnioskowania:

$$\frac{p \to q}{\neg p \to \neg q}$$

Pytamy, czy mogą być jednocześnie prawdziwe: przesłanka oraz negacja wniosku, tj.:

1. $p \to q$
2. $\neg(\neg p \to \neg q)$.

Rozumujemy tutaj tak:

1. Gdyby $\neg(\neg p \to \neg q)$ było prawdziwe, to $\neg p \to \neg q$ byłoby fałszywe.
2. Gdyby $\neg p \to \neg q$ było fałszywe, to $\neg p$ byłoby prawdziwe, a $\neg q$ byłoby fałszywe.
3. Gdyby $\neg p$ było prawdziwe, to p byłoby fałszywe.
4. Gdyby $\neg q$ było fałszywe, to q byłoby prawdziwe.
5. Dla p fałszywego oraz q prawdziwego przesłanka oraz zaprzeczenie wniosku są prawdziwe.
6. Inaczej mówiąc, dla p fałszywego oraz q prawdziwego przesłanka jest prawdziwa, a wniosek fałszywy.
7. Zatem: wniosek nie wynika logicznie z przesłanki.

Pokazaliśmy więc, że *Reguła Stalina* jest *zawodna*. I tym wesołym akcentem możemy ten punkt zakończyć.

3 Rodzaje uzasadnień

Słuchacze wiedzą już, że standardem uzasadniania w logice i matematyce są *dowody*. Nie jest to jednak jedyny rodzaj uzasadniania, z którym mamy do czynienia w naukach.

Czy ustalenia naukowe mają charakter dogmatyczny? Z reguły – *nie* (choć są wyjątki). Prawa i twierdzenia naukowe wyrażają sądy *uznane*. Aby sąd mógł zostać uznany, musi zostać *uzasadniony*. Jest to *niezmienna* norma metodologiczna w nauce (a co najmniej w nauce nowożytnej). W rozpowszechnionym w kręgu cywilizacji zachodniej rozumieniu WIEDZA to:

1. uzasadnione
2. prawdziwe
3. przekonanie.

Uzasadnianie przekonań związane jest z (obiektywną, niezależną od podmiotów poznających) relacją *wynikania logicznego*. Poprzedniki tej relacji nazywamy *racjami*, a jej następniki następstwami.

$$\text{Racja} \quad \underset{\text{Wynikanie logiczne}}{\longrightarrow} \quad \text{Następstwo}$$

Na mocy definicji wynikania logicznego (znanej słuchaczom z kursu logiki), następstwo nie może być fałszywe przy prawdziwej racji. Poszczególne człony relacji wynikania logicznego mogą być *znane* bądź *nieznane*, a także prawdziwe lub fałszywe. W zależności od tego, mamy różne typy uzasadnień (a więc poszukiwań członu nieznanego).

Racja	Prawdziwa	Fałszywa
Znana	x_1	x_2
Nieznana	x_3	x_4

Następstwo	Prawdziwe	Fałszywe
Znane	y_1	y_2
Nieznane	y_3	y_4

Nie wszystkie układy (x_i, y_j) (gdzie $1 \leqslant i, j \leqslant 4$) są możliwe. Nadto, niektóre z możliwych nie są interesujące. Do najważniejszych interesujących metodologię nauk należą następujące z powyższych możliwości:

1. *Dowodzenie*. W *dowodzeniu* dla znanej prawdziwej *racji* szukamy jej (nieznanych dotąd) prawdziwych *następstw*.
2. *Wyjaśnianie*. W *wyjaśnianiu* dla znanego prawdziwego *następstwa* szukamy jego (nieznanej dotąd) prawdziwej *racji*. Odwołujemy się przy tym do pewnych *praw*.
3. *Sprawdzanie* (konfirmacja i falsyfikacja). W przypadku *sprawdzania*, mamy jakieś zdanie, traktowane jako *racja* o nieznanej wartości logicznej i szukamy jej *następstw*. W przypadku znalezienia następstw fałszywych mamy do czynienia z *falsyfikacją*, a dla następstw prawdziwych – z *konfirmacją*.

Czasami podkreśla się fakt, że w uzasadnianiu praw naukowych stosujemy procedury *dedukcyjne* i *indukcyjne*, wskazując na różnicę między nimi polegającą na tym, że przesłanki i wniosek odnośnych rozumowań inaczej w każdym przypadku sytuują się względem (obiektywnej) relacji racja–następstwo:

DEDUKCJA	WYNIKANIE LOGICZNE	REDUKCJA (INDUKCJA)
Przesłanka $\downarrow$ Wniosek	RACJA $\Downarrow$ NASTĘPSTWO	Wniosek $\uparrow$ Przesłanka

Znamy niebezpieczeństwa zawierzeniu, iż jesteśmy *intuicyjnymi statystykami*. Z drugiej strony, jesteśmy oczywiście świadomi, iż zarówno w naukach empirycznych, jak i w codziennych staraniach, aby utrzymywać się na szczycie Wielkiego Łańcucha Pokarmowego Planety, nie ograniczamy się do wnioskowań dedukcyjnych, bazujących na niezawodnych regułach wnioskowania. Uznawanie pewnych reguł zawodnych za poprawne nie jest niezgodne z zasadami racjonalności. Trzeba jednak w miarę precyzyjnie określić kryteria owej poprawności. Jednym z takich kryteriów jest zalecenie, aby stopień pewności, z jakim przyjmujemy wniosek nie przewyższał stopnia pewności z którym uznajemy przesłanki oraz stopnia ufności w stosowane reguły inferencji. Ograniczymy się tu do bardzo tradycyjnego wyliczenia podstawowych typów wnioskowań *uprawdopodobniających*, tj. wnioskowań, w których wniosek (choć nie wynika logicznie z przesłanek, to) przyjmowany jest z pewnym prawdopodobieństwem prawdziwości:

1. indukcja enumeracyjna;
2. wnioskowania z analogii;
3. indukcja eliminacyjna (kanony Milla);
4. wnioskowania statystyczne.

Z elementarnego kursu logiki pamiętamy, że klasyczny operator konsekwencji Cn jest *monotoniczny*:

$$\text{jeśli } X \subseteq Y, \text{ to } Cn(X) \subseteq Cn(Y).$$

Oznacza to, że zwiększając zbiór przesłanek nie pomniejszamy zbioru wniosków. Jest tak w przypadku wnioskowań dedukcyjnych. Zwróćmy jednak uwagę, że przeprowadzamy także wnioskowania w sytuacjach, gdy nasza wiedza się zmienia – np. gdy zbiór akceptowanych przesłanek się zwiększa. Nowa wiedza może kazać odrzucić pewne uznawane dotąd wnioski. W takich sytuacjach mamy do czynienia z wnioskowaniami *niemonotonicznymi.*

3.1 Wnioskowania przez indukcję enumeracyjną

Indukcja enumeracyjna. Jest to typ rozumowania, w którym z tego, iż pewna liczba przedmiotów danego rodzaju posiada jakąś cechę (i przy braku przykładu, iż jakiś przedmiot rozważanego rodzaju tejże cechy nie posiada) wnioskujemy, że wszystkie przedmioty tego rodzaju mają daną cechę.

$$\begin{array}{c}
\text{Przedmiot } x_1 \text{ rodzaju } A \text{ ma cechę } W. \\
\text{Przedmiot } x_2 \text{ rodzaju } A \text{ ma cechę } W. \\
\text{Przedmiot } x_3 \text{ rodzaju } A \text{ ma cechę } W. \\
\vdots \\
\text{Przedmiot } x_n \text{ rodzaju } A \text{ ma cechę } W. \\
(*) \text{ Nie znaleziono przedmiotów rodzaju } A \text{ nie posiadających cechy } W. \\
\hline
\text{Zatem: wszystkie przedmioty rodzaju } A \text{ mają cechę } W.
\end{array}$$

Powyższy schemat to schemat indukcji enumeracyjnej *zupełnej*. Jeśli pominiemy przesłankę $(*)$, to otrzymamy schemat indukcji enumeracyjnej *niezupełnej*. Rozważmy kilka przykładów:

1. Cyjanek potasu dobrze rozpuszcza się w wodzie. Cyjanek potasu dobrze rozpuszcza się w mleku. Cyjanek potasu dobrze rozpuszcza się w winie. Nie jest znana ciecz, w której cyjanek potasu nie byłby dobrze rozpuszczalny. Zatem cyjanek potasu dobrze rozpuszcza się w każdej cieczy. *Smacznego!*

2. Ciało stałe A_1 po podgrzaniu rozszerzyło się. Ciało stałe A_2 po podgrzaniu rozszerzyło się. Ciało stałe A_3 po podgrzaniu rozszerzyło się. ... Zatem każde ciało stałe po podgrzaniu rozszerza się.

3. Jędrzej G. jest fanatykiem. Jego syn, Maciej G. jest fanatykiem. Jego syn, Roman G. jest fanatykiem. Zatem wszyscy męscy potomkowie w rodzinie G. są fanatykami.

3.2 Wnioskowania z analogii

Wnioskowanie z analogii. Jest to typ rozumowania, w którym z tego, iż pewna liczba przedmiotów danego rodzaju posiada jakąś cechę (i przy braku przykładu, iż jakiś przedmiot rozważanego rodzaju tejże cechy nie posiada) wnioskujemy, że następny z przedmiotów tego rodzaju ma rozważaną cechę.

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Przedmiot } x_1 \text{ rodzaju } A \text{ ma cechę } W.\\ \text{Przedmiot } x_2 \text{ rodzaju } A \text{ ma cechę } W.\\ \text{Przedmiot } x_3 \text{ rodzaju } A \text{ ma cechę } W.\\ \vdots \\ \text{Przedmiot } x_n \text{ rodzaju } A \text{ ma cechę } W.\\ (*) \text{ Nie znaleziono przedmiotów rodzaju } A \text{ nie posiadających cechy } W.\end{array}}{\text{Zatem: przedmiot } x_{n+1} \text{ rodzaju } A \text{ ma cechę } W.}$$

Uwaga. Za wnioskowania z analogii uważa się także wnioskowania przeprowadzane wedle następującego schematu:

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Każdy przedmiot rodzaju } A \text{ ma cechę } W.\\ \text{Przedmiot } x_1 \text{ jest rodzaju } A.\end{array}}{\text{Zatem: przedmiot } x_1 \text{ ma cechę } W.}$$

Typowe przykłady takich rozumowań to:

1. Na każdej planecie, na której znajduje się woda, jest też życie. Na Marsie znajduje się woda. Zatem na Marsie jest życie.

2. I Rzeczpospolita upadła. II Rzeczpospolita upadła. III Rzeczpospolita upadła. IV Rzeczpospolita upadła. Upadnie zatem V Rzeczpospolita.

3. Jędrzej G. jest fanatykiem. Jego syn, Maciej G. jest fanatykiem. Jego syn, Roman G. jest fanatykiem. Zatem syn Romana G. jest fanatykiem.

O wnioskowaniach z analogii mówi się także, gdy dokonujemy porównań strukturalnych.

3.3 Indukcja eliminacyjna (kanony Milla)

To rozumowania, które odwołują się do *związku przyczynowego*. Tradycyjnie, wyróżnia się następujące typy indukcji eliminacyjnej:

1. *kanon jedynej różnicy*;

2. *kanon jedynej zgodności*;

3. *kanon reszt*;

4. *kanon zmian towarzyszących*.

Poniżej, $\overline{A}$ oznacza niezachodzenie zjawiska A (ewentualnie: zdarzenie przeciwne do A).

Podajemy cytaty z tłumaczenia *A System of Logic, Ratiocinative and Inductive* (1843) Johna Stuarta Milla dokonanego w 1879 roku przez Adolfa Dygasińskiego. *Kanon jedynej zgodności.*

$$\begin{array}{c} \text{Współwystępują: } A, C, D, B. \\ \text{Współwystępują: } A, \overline{C}, D, B. \\ \text{Współwystępują: } A, C, \overline{D}, B. \\ \text{Współwystępują: } A, \overline{C}, \overline{D}, B. \\ \hline \text{Zatem: } A \text{ jest przyczyną } B. \end{array}$$

Uwaga o zasadzie *caeteris paribus*: w rozważaniu wpływu jednych wyróżnionych zjawisk na drugie zakłada się, że pozostałe, nie brane pod uwagę czynniki są takie same (a więc ich obecność można ignorować).

> „Jeśli dla dwóch lub więcej przypadków badanego zjawiska wspólną jest jedna tylko okoliczność, wtedy okoliczność, w której zgadzają się wszystkie przypadki, jest przyczyną (lub skutkiem) danego zjawiska."

Słuchacze zechcą zauważyć stosowanie tego kanonu w następujących przykładach:

1. Tęczowe barwy ukazujące się w bańkach mydlanych, tłuszczu lub smole rozlanych na wodzie, w blaszkach miki, w starych szybach lub przyciśniętych do siebie taflach szklanych.

2. Przy przechodzeniu substancji ze stanu ciekłego w stały, substancje te krystalizują się.

3. A jak rzecz się ma z ciepłem? Wytwarza się ono przy tarciu lub spalaniu, źródłem ciepła może być elektryczność lub ciśnienie. Czy można tu wnioskować o jednej przyczynie?

Kanon jedynej różnicy.

$$\begin{array}{c} \text{Współwystępują: } A, C, D, B. \\ \text{Współwystępują: } \overline{A}, C, D, \overline{B}. \\ \hline \text{Zatem: } A \text{ jest przyczyną } B. \end{array}$$

Uwaga. Za pomocą tego kanonu sprawdzamy nie tylko okoliczności zachodzenia skutku, lecz także okoliczności jego niezachodzenia (istotną rolę odgrywają tu tzw. eksperymenty kontrolne).

> „Jeżeli przypadek, w którym mające się badać zjawisko występuje i przypadek, w którym ono nie występuje, zgadzają się we wszystkich okolicznościach – prócz jednej – spotykającej się tylko w pierwszym przypadku, to okoliczność, stanowiąca jedyną różnicę dwóch przypadków, jest skutkiem albo przyczyną, albo niezbędną częścią przyczyny zjawiska."

1. Powstawanie rosy (doświadczenie Wellsa).
2. Występowanie dźwięku zależne od obecności powietrza (Hawkesbee 1705).
3. Podanie środka przeciwbólowego powoduje znieczulenie na ból.

Kanon zgodności i różnicy.
Dwa powyższe kanony łączy się czasem w jeden wspólny:

> „Jeżeli dwa lub więcej przypadków, w których występuje zjawisko, – przedstawia jednę okoliczność wspólną, – podczas gdy dwa lub więcej przypadków, w których nie występuje zjawisko, nie przedstawia nic wspólnego oprócz nieobecności tej okoliczności, – wówczas okoliczność, w której jedynie różnią się oba szeregi przypadków, jest skutkiem albo przyczyną, albo też niezbędną częścią przyczyny zjawiska."

1. Podwójne załamanie światła w niektórych kryształach (np. kalcyt): własność ta występuje tylko w ciałach krystalicznych, o nierównych osiach krystalograficznych.

Kanon reszt.

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Współwystępują: } A,\ B,\ C,\ X,\ Y.\\ \text{Współwystępują: } A,\ B,\ Y.\end{array}}{\text{Zatem: } C \text{ jest przyczyną } X.}$$

Uwaga. Ten kanon właściwie redukuje się do kanonu różnicy.

> „Trzeba odjąć od jakiegoś zjawiska tę część, którą się zna według poprzednich indukcyj, jako skutek pewnych poprzedników, a reszta zjawiska będzie skutkiem pozostałych poprzedników."

1. Gdy ważymy ciecz, odejmujemy wagę pustego naczynia od wagi naczynia wypełnionego cieczą.

2. „Naprzykład fizycy, oznaczywszy rachunkiem chyżość dźwiękowej fali, przekonali się, iż w rzeczywistości dźwięk rozchodzi się szybciej, niźli to wskazuje rachunek. Ten nadmiar lub reszta chyżości jest następnik, posiadający odpowiedni poprzednik; poprzednik ten, według Laplaca, jest cieplik, wywiązujący się od zgęszczenia fali dźwiękowej; pierwiastek ten, wprowadzony w rachunek, najściślejsze wydał rezultaty." (Taine *Filozofia pozytywna w Anglii*, wyd. pol. 1883).

Kanon zmian towarzyszących.

Niech A_i (dla $i = 1, 2, 3, \ldots$) oznacza stopnie intensywności czynnika A. Jeśli zmianom intensywności czynnika A odpowiadają zmiany intensywności czynnika B, to między tymi czynnikami zachodzi zależność, będąca prawdopodobnie związkiem przyczynowym.

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Współwystępują: } A_1, C, D, B_1.\\ \text{Współwystępują: } A_2, C, D, B_2.\\ \text{Współwystępują: } A_3, C, D, B_3.\end{array}}{\text{Zatem: istnieje zależność między } A \text{ i } B.}$$

Przekorny przykład: *A im bardziej Puchatek zaglądał do środka, tym bardziej Prosiaczka tam nie było.*

> „Każde zjawisko, zmieniające się w jakikolwiek sposób, – przy zmianie innego zjawiska w sposób szczególny – jest albo przyczyną, albo skutkiem tego zjawiska, lub łączy się z niem przez jakikolwiek przyczynowy związek."

1. Intensywność zorzy polarnej oraz burz magnetycznych jest związana z występowaniem plam na Słońcu.

2. Przy zachowaniu masy oraz temperatury gazu, jego objętość zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do ciśnienia.

3. Przy ustalonej podaży wzrasta cena towaru w miarę wzrostu popytu.

4. Przypływy i odpływy zależne są od pozycji Księżyca.

3.4 Wyjaśnianie probabilistyczne

Wyjaśnianie probabilistyczne. Niech prawdopodobieństwo zachodzenia zdarzenia Z w warunkach W, tj. $P(Z/W)$ wynosi p. Schemat wyjaśniania probabilistycznego ma postać:

$$\begin{array}{c} W \\ P(Z/W) = p \\ \hline\hline Z \end{array}$$

(podwójna kreska ma tu oznaczać, że wnioskowanie ma charakter probabilistyczny: wniosek przyjmujemy z prawdopodobieństwem p).

Kiedy takie wyjaśnienie uznajemy za wystarczające? Jest to pytanie o wartość p, dla której będziemy skłonni akceptować tego typu wyjaśnienia. Wyjaśnianie probabilistyczne stosować możemy zarówno w przypadku zajścia pojedynczego zdarzenia, jak i w przypadku zjawisk masowych.

1. Dlaczego Jaś zachorował na AIDS? Jaś bawił się z Kasią, chorą na AIDS. Prawdopodobieństwo zachorowania na AIDS przez wspólne zabawy wynosi 0.7.

2. Gdy w drugim pokoleniu mieszańców danej populacji jedna cecha występuje z częstością 0.25, a druga, alternatywna do pierwszej, z częstością 0.75, to uznajemy, że sytuacja jest wyjaśniona przez prawa Mendla.

3. Czy wyjaśnienia probabilistyczne mają takie samo zastosowanie w każdej skali? Pomyśl o mechanice kwantowej.

3.5 Przewidywanie probabilistyczne

Przewidywanie probabilistyczne. Gdy mamy do czynienia z próbą przewidzenia, jak prawdopodobne jest, że dane zjawisko Z zajdzie w warunkach W, to schematem takiego wnioskowania jest:

$$\begin{array}{c} W \\ P(Z/W) = p \\ \hline\hline Z \end{array}$$

(przesłanki takiego wnioskowania to jego *praedicens*, zaś jego wniosek to *praedicandum*).

Uwaga. Metodolodzy spierają się, czy między schematami wyjaśniania probabilistycznego i przewidywania probalistycznego zachodzi symetria. Zauważmy, że w wyjaśnianiu mamy do czynienia ze zdarzeniem przeszłym (lub teraźniejszym), a w przewidywaniu – ze zdarzeniem przyszłym.

1. Jaś bawił się z Kasią, chorą na AIDS. Prawdopodobieństwo zachorowania na AIDS przez wspólne zabawy wynosi 0.7. Jaś zachoruje zatem na AIDS.

2. Jak to jest z tym barometrem? Silny spadek wskazań barometru pozwala przewidywać burzę. Ale czy możemy wyjaśnić burzę, odwołując się do wskazań barometru?

3. A jak rzecz się ma ze samospełniającymi się przekonaniami? Czy wiara, że kuracja będzie działać przyczynia się do skuteczności kuracji? [kogutacji, lustracji, itp.]

3.6 Wnioskowania statystyczne

Nie oferujemy tutaj żadnego systematycznego przedstawienia wnioskowań statystycznych, ograniczymy się jedynie do bardzo prostych przykładów.

3.6.1 Prawa statystyczne

Rachunek prawdopodobieństwa zaczęto stosować w formułowaniu praw różnych nauk mniej więcej około połowy XIX wieku. Niektórzy filozofowie wzdragali się przed uznaniem, iż prawa statystyczne adekwatnie opisują prawidłowości przyrody. (*Bóg nie gra w kości.* A może: *Bóg rozdaje karty w naszej grze w pokera z Naturą*?) Pytanie, czy prawa statystyczne są adekwatne wiąże się oczywiście z problemem determinizmu. Obecnie z prognoz statystycznych korzystamy nagminnie także w naukach społecznych, by nie wspomnieć o manipulowaniu opinią publiczną za pomocą stosownie spreparowanych sondaży statystycznych. Z punktu widzenia filozofii nauki istotne jest to, że dla opisu pewnych sfer zjawisk jedynym aparatem pojęciowym (matematycznym), którego możemy używać, jest opis probabilistyczny.

PRZYKŁADY PRAW STATYSTYCZNYCH:

1. *Twierdzenie Boltzmanna*:
$$S = k \cdot \log W$$
(entropia jest wprost proporcjonalna do prawdopodobieństwa mikrostanu gazu; tu: S – entropia danej porcji gazu, W – prawdopodobieństwo jej mikrostanu, k – stała Boltzmanna).

2. *Zasada nieoznaczoności Heisenberga*:

$$\triangle p \cdot \triangle x \leqslant \hbar$$

(nie jest możliwy *dokładny* pomiar jednocześnie: pędu p oraz położenia x cząstki – im dokładniej mierzymy jedną z tych wielkości, tym bardziej nieokreślona staje się wartość drugiej; ich iloczyn nie może być mniejszy od stałej Plancka $\hbar$).

3. *Definicja ilości informacji według Shannona*:

$$I = p \cdot \log p$$

(tu ilość informacji jest wyznaczona przez parametr probabilistyczny p).

Prawa statystyczne występują powszechnie w takich dyscyplinach empirycznych, jak np.: ekonomia, socjologia, psychologia, biologia.

3.6.2 Wnioskowania statystyczne

W argumentacjach używamy często zdań *statystycznych*, reprezentujących naszą wiedzę o świecie. Zdania takie odnoszą się do różnych zbiorowości traktowanych jako *całości*. Zdania statystyczne bywają często mylnie rozumiane, a zawarte w nich informacje – mylnie interpretowane. Nieumiejętność analizowania rozumowań, w których występują zdania statystyczne bywa wykorzystywana do celów manipulacyjnych. Do precyzyjnej analizy wnioskowań ze zdaniami statystycznymi jest często niezbędny zaawansowany aparat matematyczny. Trzeba nie tylko umieć dodawać i mnożyć *ułamki* (brrr!), ale także czasem posłużyć się jakimś, za przeproszeniem, *pierwiastkiem*, albo – zgroza! – nawet *całką*. Ograniczymy się tu do przywołania kilku jedynie pojęć, związanych z wnioskowaniami statystycznymi:

1. frakcja (ułamek, odsetek, proporcja);
2. zależność statystyczna;
3. wartość średnia;
4. odchylenie standardowe;
5. próba reprezentatywna;
6. zależność statystyczna a przyczynowość.

Wykorzystujemy rozdział 11 książki: Szymanek, K., Wieczorek, K.A., Wójcik, A. 2003. *Sztuka argumentacji. Ćwiczenia w badaniu argumentów.* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Frakcja (ułamek, odsetek, proporcja) elementów posiadających cechę C w populacji P jest to liczba określająca, jaka część elementów populacji P posiada cechę C. Frakcję cechy C w populacji P oblicza się dzieląc liczbę wszystkich przedmiotów posiadających cechę C przez liczebność populacji P. Niech $\ell(C)$ będzie liczbą elementów posiadających cechę C, a $\ell(P)$ liczebnością populacji P. Wtedy frakcja C w P to ułamek $\frac{\ell(C)}{\ell(P)}$.

1. Co siedemnasta kobieta to lesbijka.
2. Jedna trzecia społeczeństwa jest bezrobotna.
3. W Polsce nie występują tsunami.
4. Słonie mają trąby.
5. Większość Polaków to katolicy.
6. Względnie wielu Polaków zamierza wyemigrować z kraju. [!Uwaga!]

Zależność statystyczna między cechami A i B w obrębie populacji ma miejsce wtedy, gdy informacja o posiadaniu przez wybrany element jednej z tych cech ma (dodatni lub ujemny) wpływ na ocenę szansy posiadania przez ten sam element drugiej cechy.

1. Cecha A jest zależna pozytywnie od cechy B (w populacji P), gdy: $\frac{\ell(A)}{\ell(P)} < \frac{\ell(A \cap B)}{\ell(B)}$.
2. Cecha A jest zależna negatywnie od cechy B (w populacji P), gdy: $\frac{\ell(A)}{\ell(P)} > \frac{\ell(A \cap B)}{\ell(B)}$.
3. Cechy A i B są niezależne (w populacji P), gdy: $\frac{\ell(A)}{\ell(P)} = \frac{\ell(A \cap B)}{\ell(B)}$.

Gdy A jest zależna pozytywnie (negatywnie) od B, to B jest oczywiście zależna negatywnie (pozytywnie) od A. W przypadku pozytywnej zależności cechy A od cechy B mówi się też, że A i B są *zbieżne*, a w przypadku zależności negatywnej A od B, że A i B są *rozbieżne*. Zależność statystyczna jest *stopniowalna*. Inna jeszcze (równoważna poprzedniej) definicja: cecha A jest *zbieżna* z cechą B, gdy odsetek obiektów posiadających cechę A jest większy wśród obiektów posiadających cechę B niż pośród obiektów nie posiadających cechy B.

Ćwiczenie. Wśród 100 studentów jest 66 kobiet i 34 mężczyzn. Pośród kobiet 22 pali papierosy, pośród mężczyzn 17. Czy w tej grupie S są statystycznie zależne cechy:

1. bycia osobą palącą P i bycia mężczyzną M;
2. bycia osobą niepalącą N i bycia kobietą K;
3. bycia kobietą K i bycia mężczyzną M.

Odpowiedź.

1. P i M zbieżne: $\frac{\ell(P)}{\ell(S)} = \frac{39}{100} < \frac{\ell(P \cap M)}{\ell(M)} = \frac{17}{34}$;
2. N i K zbieżne: $\frac{\ell(N)}{\ell(S)} = \frac{39}{100} < \frac{\ell(N \cap K)}{\ell(K)} = \frac{44}{66}$;
3. K i M rozbieżne: $\frac{\ell(K)}{\ell(S)} = \frac{66}{100} > \frac{\ell(K \cap M)}{\ell(M)} = \frac{0}{34}$.

Niech każdemu elementowi x populacji P będzie przyporządkowana jakaś wielkość liczbowa $f(x)$. *Wartość średnia* (wartość oczekiwana, wartość przeciętna) parametru f w populacji P dana jest wzorem:

$$m_f = \frac{1}{\ell(P)} \cdot \sum_{i=1}^{\ell(P)} f(x_i).$$

Wartością średnią posługujemy się w zdaniach statystycznych mówiących np., że przeciętny Rosjanin wypija ćwierć litra alkoholu rocznie, przeciętny Polak zużywa rocznie pół mydła, przeciętny Szkot jest bardziej rozrzutny od przeciętnego Poznaniaka, itp.

Niewątpliwie, każdy słuchacz uśmiechnie się, słysząc slogan wyborczy: *Doprowadzimy do tego, że każdy obywatel będzie zarabiał powyżej średniej krajowej!*
Ćwiczenie.

1. W pewnym kraju 1% mieszkańców zarabia $1000\$$ miesięcznie, a pozostałych 99% zarabia $5\$$ miesięcznie. Ile wynosi średni zarobek w tym kraju?
2. Wykazać, że może istnieć kraj, w którym przeciętna długość życia mieszkańca wynosi 40 lat, a jednocześnie ponad połowa mieszkańców dożywa starości.

Odpowiedź.

1. Mamy: $m_f = \frac{1}{100} \cdot (1 \cdot 1000 + 99 \cdot 5) = 14.95$.
2. Gdyby np. 49% populacji umierało w wieku 1 roku, a pozostałych 51% dożywało (starczego!) wieku 77 lat, to średnia długość życia wynosiłaby 40 lat.

Odchylenie standardowe σ_f parametru f w populacji P wyraża się liczbą:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{1}{\ell(P)} \cdot \sum_{i=1}^{\ell(P)} (f(x_i) - m_f)^2}.$$

Odchylenie standardowe stanowi liczbową miarę „rozproszenia" („rozrzutu") wartości parametru f wokół średniej m_f. Jeśli odchylenie standardowe jest niewielkie, to oznacza to, iż wartość $f(x)$ dla przypadkowo wybranego x jest bliska wartości średniej m_f. Przedział liczbowy $(m_f - \sigma_f, m_f + \sigma_f)$ nazywamy czasem obszarem zmienności parametru f.

Reguła trzech sigm. Dla co najmniej 88% wszystkich elementów x populacji zachodzą nierówności: $m_f - 3\sigma_f < f(x) < m_f + 3\sigma_f$.

1. Jeśli średnia zarobków wynosi $m_f = 1000\$$, a odchylenie standardowe $\sigma_f = 20$, to zarobki co najmniej 88% ludności zawierają się w przedziale $(940, 1060)$.

Ćwiczenie. Czy w poniższych zdaniach mowa o: frakcji, zależności statystycznej, średniej, odchyleniu standardowym?

1. Ludzie zażywający witaminę C rzadziej się przeziębiają.
2. Kobiety są cierpliwe.
3. Mężczyźni są bardziej od kobiet podatni na choroby serca.
4. Anglicy są flegmatyczni.
5. Statystyczny Francuz zjada $13 - 16$ żab miesięcznie.
6. Przesyłki pocztowe wędrują do adresata przeciętnie $2 - 4$ dni.

Odpowiedź: na stronie 143 cytowanej książki.

Nie zawsze mamy dostęp do całej populacji. Wnioskujemy wtedy np. na podstawie *próby*. Uzyskiwanie informacji o populacji z próby jest sensowne wtedy, gdy próba w jakiś sposób odzwierciedla skład populacji. Najbardziej ogólne warunki nakładane na próby, to:

1. *reprezentatywność* – próba w odniesieniu do dowolnej cechy zawiera taki sam odsetek elementów o tej cesze, jak cała populacja;

2. *dostateczna liczebność* – wiarygodne oszacowania statystyczne wymagają prób liczących (z reguły) od kilkunastu do kilkuset elementów.

Próbę losową otrzymujemy, gdy każdy z elementów populacji ma identyczne szanse znalezienia się w próbie. Mówimy, że cecha A jest w próbie *nadreprezentowana*, gdy odsetek elementów ją posiadających jest większy w próbie niż w populacji. Zależność statystyczna może wskazywać na istnienie związku przyczynowego. Często stosuje się argumentację o schemacie:

$$\frac{A \text{ jest zbieżne z } B}{A \text{ i } B \text{ są powiązane przyczynowo.}}$$

lub, w wersji skróconej:

$$\frac{\text{Znaczny odsetek } A \text{ jest } B}{A \text{ jest przyczyną } B.}$$

Uwaga. Do uzasadnienia zbieżności między A oraz B nie wystarczy informacja, że znaczny odsetek A jest B! Trzeba jeszcze wiedzieć, jaki jest odsetek B wśród ogółu elementów nie posiadających cechy A.

We wnioskowaniach statystycznych na temat frakcji istotne bywają oszacowania odsetka cechy w populacji dokonywane na podstawie próby. Przy ocenie argumentu statystyczno-kauzalnego powinna być wykluczona możliwość wytłumaczenia zbieżności cech A i B istnieniem tzw. *trzeciego czynnika*, czyli takiej cechy C, która jest „odpowiedzialna” za istnienie znacznej liczby elementów posiadających obie cechy A i B. Zainteresowanych tą problematyką zachęcamy do sięgnięcia po stosowne podręczniki statystyki matematycznej, teorii podejmowania decyzji, itp.
Ostatnie ćwiczenie. Oceń argumenty:

1. Osoby rzadko chodzące do lekarza żyją dłużej od innych. Kto nie chodzi do lekarza, dożywa zatem sędziwego wieku.

2. Im więcej jednostek straży pożarnej gasi pożar, tym większe straty pożar powoduje.

3. W Wielkiej Brytanii w pociągach, które uległy wypadkowi jechało z reguły mniej pasażerów niż zwykle. Zatem wielu Brytyjczyków obdarzonych jest zmysłem prekognicji.

4. Wegetarianizm wcale nie jest zdrowy. Aż 40% wegetarian w wieku 50 lat choruje na różne przewlekłe choroby.

5. U wszystkich chorych na chorobę *Heiflera* wykryto w jelitach bakterię *Escherichia coli*. Świadczy to niezbicie, że bakteria ta może wywoływać tę chorobę.

6. Nie jedzcie żywności zmodyfikowanej genetycznie. W zeszłym roku w USA bezpośrednio po spożyciu takiej żywności zmarło 37 osób.

7. Od 40 lat leczę uzależnionych od heroiny. Spośród moich pacjentów aż 90% paliło marihuanę przed uzależnieniem się od heroiny. Dowodzi to, że zażywanie narkotyków „miękkich" prowadzi do późniejszego sięgnięcia po „twarde".

I jeszcze odpowiedź pewnego lekarza na pytanie dziennikarza, ile w swojej karierze przeprowadził sekcji na zwłokach: „***Wszystkie*** sekcje przeprowadziłem na zwłokach".

3.7 Paradoksy statystyczne

Paradoks Condorceta polega na tym, że *globalne* preferencje wyborców mogą być cykliczne – czyli że relacja *większość preferuje X nad Y nie jest* przechodnia, nawet jeśli dla każdego wyborcy z osobna jego preferencje (*dany wyborca preferuje X nad Y*) są przechodnie. Rozważmy przykład. Preferencje wyborców dla kandydatów A, B, C:

1. Wyborca 1: $A \geqslant B \geqslant C$.
2. Wyborca 2: $B \geqslant C \geqslant A$.
3. Wyborca 3: $C \geqslant A \geqslant B$.

Wtedy $\frac{2}{3}$ wyborców uważa że A jest lepszy niż B, $\frac{2}{3}$ uważa że B jest lepszy niż C, i $\frac{2}{3}$ uważa że C jest lepszy niż A. Nie ma zwycięskiej koalicji większościowej.

Twierdzenie Arrowa. Jest to twierdzenie o niemożności ustalenia globalnej preferencji grupowej, przy naturalnych (!) założeniach dotyczących preferencji indywidualnych. Pokazuje więc ono, że w pewnych warunkach podjęcie *racjonalnej* decyzji grupowej (a więc podjętej np. na drodze demokratycznego głosowania) nie jest wykonalne. Można poszukiwać interpretacji Twierdzenia Arrowa odnoszących się do systemów wiedzy (zespołów przekonań). Sformułujemy Twierdzenie Arrowa w wersji *popularnej*, bez odwoływania się do formalizmu matematycznego.

Najpierw założenia (o preferencjach [wyborach, głosowaniach] indywidualnych i grupowych):

1. *Uniwersalność.* Procedura głosowania musi na podstawie rankingu preferencji każdego z głosujących wybrać w sposób deterministyczny (bez udziału elementu losowego) ranking preferencji grupy.
2. *Suwerenność. Każdy* wynik powinien być możliwy do osiągnięcia przez pewną kombinację głosów. Wykluczamy więc procedury, w których rozstrzygnięcia są narzucone.
3. *Brak dyktatury.* Wynik głosowania zależy od głosów więcej niż jednego uczestnika.
4. *Monotoniczność.* Jeśli wyborca zmieni preferencje podnosząc ranking jednej z opcji, wynik musi albo zwiększyć ranking tej opcji, albo pozostawić go na tym samym miejscu, nie może go zaś obniżyć.
5. *Niezależność nieistotnych alternatyw.* Jeśli ograniczymy zakres opcji do dowolnego podzbioru, względna kolejność opcji w wyniku musi pozostać taka sama jak w pełnym zbiorze. Dla przykładu: jeśli pełny zakres opcji to A, B, C, D, E, i wynikiem procedury jest kolejność CDEAB, to względna kolejność CAB musi zostać taka sama niezależnie od tego jak zmieniałyby się preferencje dla D i E.

Teza Twierdzenia Arrowa mówi, że jeśli jest przynajmniej dwóch głosujących i przynajmniej trzy możliwości, to *nie da* się zbudować takiej metody *grupowego* podejmowania decyzji, która spełniałaby powyższe kryteria. W większości systemów podejmowania decyzji poszczególne z wymienionych założeń są naruszane. Twierdzenie Arrowa ma istotne konsekwencje dla teorii podejmowania decyzji. W szczególności, obnaża pewne mity na temat demokracji. Uwidacznia bowiem konflikty między preferencjami indywidualnymi a globalnymi. Kwestionuje też potoczne przekonanie o „demokratyczności” wszelkich decyzji podejmowanych metodą głosowania.

4 Dodatek A: Kilka uwag o nauce

W bardzo dużym skrócie podamy pewne uwagi wiążące się z wymienionymi na początku tego wykładu pytaniami, zadawanymi w ogólnej metodologii nauk.

4.1 Naiwne poglądy na temat nauki

W potocznym przekonaniu, praca naukowców polega na:

1. obserwacji Przyrody,
2. przeprowadzaniu eksperymentów,
3. opisie Faktów,
4. wnioskowaniu czegoś z tego opisu, i formułowaniu przewidywań,
5. przeprowadzaniu eksperymentów mających sprawdzać te przewidywania,
6. ewentualnym korygowaniu wniosków, po uwzględnieniu tych eksperymentów, itd.

Pomijamy tu tak prozaiczne czynności, jak np. zdobywanie funduszy na badania. Czy jednak istotnie uprawianie Nauki jest przedstawionym wyżej ciągiem czynności?

Wedle naiwnego poglądu na naukę, polega ona na uogólnianiu wyników eksperymentu poprzez tworzenie praw naukowych oraz sprawdzaniu tych praw na drodze przeprowadzania dalszych eksperymentów. Uogólnienia, o których mowa, miałyby powstawać na drodze *indukcji*. Prawa nauki uzasadnianie byłyby na drodze *konfirmacji*. Ta wizja nauki jest nie do utrzymania, z wielu powodów, np.:

1. nie ma czegoś takiego, jak „gołe" fakty;
2. w każdym pomiarze uczestniczą pewne parametry teoretyczne;
3. problem uzasadnienia samej indukcji pozostaje nierozwiązany.

Schemat konfirmacji. Konfirmacja jest procedurą redukcyjną (a więc zawodną):

1. wyprowadzamy ze sprawdzanego prawa T prognozę P (na drodze dedukcyjnej);
2. przeprowadzamy eksperymenty;
3. stwierdzamy, iż prognoza P jest prawdziwa (zgodna z wynikami eksperymentów);
4. uznajemy, że prognoza P potwierdza sprawdzane prawo.

4.2 Falsyfikacjonizm

W falsyfikacjonistycznej koncepcji nauki wychodzi się od założenia, że podstawową działalnością uczonych jest:

1. stawianie *hipotez*;
2. próba ich *obalenia*.

Podstawową procedurą badawczą jest zatem *falsyfikacja*. Dane twierdzenie jest tym lepszym kandydatem na prawo nauki, im więcej jest możliwości jego falsyfikacji. Za twórcę falsyfikacyjnej koncepcji nauki uważa się Sir *Karla Poppera*.

Schemat falsyfikacji. Poprzez obalenie prognozy dochodzimy do odrzucenia sprawdzanego prawa:

1. wyprowadzamy ze sprawdzanego prawa T prognozę P (na drodze dedukcyjnej);
2. konfrontujemy prognozę z wynikami eksperymentów;
3. stwierdzamy, iż prognoza P nie zachodzi;
4. odrzucamy prawo T.

Stosowanym schematem logicznym jest tu prawo *modus tollens*:

$$\frac{\begin{array}{c} T \to P \\ \neg P \end{array}}{\neg T}$$

Zwykle, oprócz sprawdzanego prawa, mamy jeszcze do czynienia z pewnymi *warunkami początkowymi* E oraz *wiedzą towarzyszącą* H. Zatem rozbudowany schemat falsyfikacji ma postać:

$$\frac{\begin{array}{c} (T \wedge (E \wedge H)) \to P \\ \neg P \end{array}}{\neg T \vee \neg E \vee \neg H}$$

Tak więc, choć schemat falsyfikacji jest niezawodny, to nie przesądza jeszcze o tym, że to właśnie sprawdzane prawo należy odrzucić (a nie warunki początkowe lub wiedzę towarzyszącą).

4.3 Krytyczny racjonalizm

Najbardziej rozpowszechnionymi obecnie stanowiskami w filozofii nauki są różne odmiany *krytycznego racjonalizmu*. Są to zmodyfikowane wersje falsyfikacjonizmu. Wczesne poglądy Poppera poddane zostały krytyce, a także rozwinięciu przez, m.in. *Imre Lakatosa*. Lakatos wprowadził do filozofii nauki pojęcie *programu badawczego*. Program badawczy składa się z:

1. *twardego rdzenia* – zbioru założeń i twierdzeń wyznaczających kierunek badań i nie poddawanych krytyce;
2. *pasa ochronnego* – zbioru hipotez pomocniczych, pod których adresem kieruje się zarzuty dotyczące występowania anomalii lub kontrprzykładów;
3. *heurystyk* – pozytywnej i negatywnej:
   (a) heurystyka pozytywna zaleca określone sposoby postępowania;
   (b) heurystyka negatywna zabrania określonych sposobów postępowania.

Rozwój nauki jest w tym ujęciu historią współzawodnictwa programów badawczych.

4.4 Relatywizm

Klasyczne koncepcje w filozofii nauki poddawane były różnorakim krytykom. Jednymi z najciekawszych takich krytyk są:

1. koncepcja *rewolucji naukowych*;
2. *anarchizm metodologiczny*.

Thomas Kuhn wykazywał, iż w rozwoju nauki wyodrębnić należy okresy nauki *normalnej* przedzielone *rewolucjami naukowymi*. W obu tych fazach nauka podlega całkowicie odmiennym prawidłowościom.

Za twórcę podejścia nazywanego anarchizmem metodologicznym uważa się *Paula Feyerabenda*. Wskazuje się w nim na istotną rolę czynników natury np. socjologicznej w rozwoju nauki.

4.5 Uzasadnianie praw naukowych

Jak już wiemy, w uzasadnianiu twierdzeń nauk empirycznych posługujemy się różnorakimi procedurami, m.in.:

1. dowodzeniem,
2. wyjaśnianiem,
3. sprawdzaniem.

Rozważa się różne typy wyjaśniania (np. *genetyczne*, *funkcjonalne*). Jak już wiemy, sprawdzanie także występuje w różnych wersjach (*konfirmacja*, *falsyfikacja*).
Uwaga: używa się także terminu *weryfikacja* dla wykazania prawdziwości stwierdzenia w całym zakresie jego stosowalności; wtedy *konfirmacja* polega na potwierdzeniu stwierdzenia dla pewnej liczby przypadków. Odwrotnością konfirmacji jest *dyskonfirmacja*: osłabienie wiarygodności stwierdzenia.

Rodzaje zdań (ze względu na budowę składniową) występujących w stwierdzeniach nauki:

1. *atomowe* – postaci $R(t_1, \ldots, t_n)$ (gdzie R jest predykatem, a $t_1, \ldots, t_n$ termami);
2. *molekularne* – kombinacje Boolowskie zdań atomowych;
3. *jednostkowe* – atomowe lub molekularne;
4. *egzystencjalne* – zaopatrzone (w prefiksie) w co najmniej jeden kwantyfikator egzystencjalny;
5. *egzystencjalne* (czyste) – zaopatrzone (w prefiksie) w co najmniej jeden kwantyfikator generalny i bez wystąpień kwantyfikatora generalnego;
6. *egzystencjalne* (mieszane) – pozostałe zdania egzystencjalne;
7. *ogólne* – zaopatrzone (w prefiksie) w co najmniej jeden kwantyfikator generalny;
8. *numeryczne ogólne* – zdania ogólne o zasięgu zlokalizowanym, czasoprzestrzennie ograniczonym;
9. *ściśle ogólne* – zdania ogólne o czasoprzestrzennie nieograniczonym zasięgu ważności.

Oto proste przykłady:

1. Jaś zdradza Marysię z Krzysiem. (Atomowe.)

2. Nie dość, że Jaś zdradza Marysię z Krzysiem, to nie robi tego z Kasią. (Molekularne.) (Uwaga: czy jest to zdanie jednoznaczne?)

3. Jednorożce istnieją. (Egzystencjalne (czyste).)

4. Dla każdej cząstki istnieje antycząstka. (Egzystencjalne (mieszane).)

5. Wszystko, co istnieje, ginie. (Ogólne.)

6. Wszyscy obywatele w tramwaju są umyci. (Ogólne (numeryczne).)

7. Wszystkie ciała grawitują. (Ściśle ogólne.)

Stosowalność procedur uzasadniania:

Typ zdania	Weryf.	Konfirm.	Falsyf.	Dyskonfirm.
Atomowe	TAK	TAK	TAK	TAK
Molekularne	TAK	TAK	TAK	TAK
Egzystencjalne cz.	TAK	TAK	NIE	TAK
Egzystencjalne m.	NIE	TAK	NIE	TAK
Numeryczne og.	NIE	TAK	TAK	TAK
Ściśle og.	NIE	TAK	TAK	TAK

Prawidłowości przyrody: *obiektywne związki (zależności, relacje) zachodzące w naturze, które odznaczają się takimi cechami, jak:*

1. *ogólność* [zachodzenie nie tylko między poszczególnymi zjawiskami, lecz pomiędzy całymi klasami zjawisk]

2. *istotność* [ważna charakterystyka (cecha relacyjna) zjawisk].

3. *wewnętrzność* [zachodzenie nie na powierzchni zjawisk, lecz na poziomie głębszego mechanizmu, wyznaczającego przebieg zjawisk]

4. *konieczność* [zachodzenia w danych warunkach].

Pomyśl: co byłoby, gdyby w naturze nie występowały prawidłowości? Zgroza, czyż nie?

Prawo nauki: twierdzenie ściśle ogólne opisujące jakąś prawidłowość przyrody. Aby jakieś stwierdzenie uznać za prawo nauki, musi ono spełniać pewne wymogi formalne oraz merytoryczne.

Warunki formalne:

1. ścisła ogólność (uniwersalność czasoprzestrzenna zasięgu);
2. nierównoważność skończonej klasie zdań jednostkowych;
3. (przeważnie) otwartość ontologiczna (dotyczy również zjawisk przyszłych);
4. otwartość epistemologiczna (dotyczy także zjawisk dotąd nie poznanych).

Warunki merytoryczne. Prawo nauki powinno być twierdzeniem:

1. dobrze potwierdzonym (dostatecznie uzasadnionym);
2. przynależnym do jakiejś teorii naukowej;
3. zdolnym do pełnienia funkcji wyjaśniającej;
4. zdolnym do pełnienia funkcji przewidywania.

Rodzaje przewidywań:

1. *prognoza* – przewidywanie zjawisk przyszłych;
2. *diagnoza* – przewidywanie zjawisk teraźniejszych;
3. *postgnoza* – przewidywanie zjawisk przeszłych.

Dla nobilitowania jakiegoś przewidywania do miana prawa naukowego stosujemy (omówione wcześniej) procedury konfirmacji oraz falsyfikacji.

Schemat wyjaśniania. Wyjaśniamy jakieś *fakty*. Szukanie wyjaśnienia dla tego, iż fakt F miał miejsce, to pytanie, z jakich praw nauki $T_1, \ldots, T_n$ (oraz, ewentualnie, warunków początkowych $E_1, \ldots, E_n$) można F wyprowadzić. Schematem logicznym jest tu:

$$\frac{\begin{array}{c} T_1, \ldots, T_n \\ E_1, \ldots, E_n \end{array}}{F}$$

Przesłanki tego wnioskowania nazywamy *eksplanansem*, zaś jego wniosek – *eksplanandum*.

Idealizacja i faktualizacja. Prawa *idealizacyjne* mają postać:

$$\forall x \ \ (W_f(x) \wedge W_i(x) \to Z(x))$$

Tu W_f oznacza warunki *faktualne*, zaś W_i warunki *idealizacyjne*. Warunki idealizacyjne polegają na (kontrfaktycznym) pominięciu wpływu pewnych czynników na badane zjawisko. Uchylenie poszczególnych warunków idealizacyjnych nazywa się *faktualizacją* rozważanego prawa.

Przykład. Prawo *Boyle'a-Mariotte'a* zawiera dwa założenia idealizacyjne: zakłada ono, że rozmiary molekuł a oraz siły międzymolekularne b są równe zeru. Zawiera też założenie faktualne $G(x)$, iż badany układ x jest gazem. Prawo głosi, iż przy tych założeniach iloczyn ciśnienia i objętości jest wielkością stałą:

$$G(x) \wedge a(x) = 0 \wedge b(x) = 0 \rightarrow p(x) \cdot V(x) = C$$

Przez uchylenie założeń idealizacyjnych otrzymujemy prawo *van der Waalsa*:

$$G(x) \wedge a(x) \geqslant 0 \wedge b(x) \geqslant 0 \rightarrow (p + \frac{a}{V^2})(V - b) = C,$$

które jest (przybliżonym) prawem faktualnym.

Zasada korespondencji. Prawa starej teorii są *granicznym* (przybliżonym) przypadkiem praw nowej teorii, zastępującej starą w określonej dziedzinie. O nowej teorii mówi się wtedy, że jest *korespondencyjnym uogólnieniem* starej. Zasada korespondencji ma opisać (obiektywną) relację korespondencji między teoriami. Niektórzy filozofowie nauki nie uznają zasady korespondencji za ogólną zasadę sterującą zmianami w nauce. W szczególności, mówi się o *tezie o niewspółmierności teorii* – w wyniku rewolucji naukowych teorie stają się logicznie i empirycznie nieporównywalne.

Przykład. Druga zasada dynamiki Newtona wyraża się wzorem:

$$(K) \quad F = m \cdot a$$

Jej odpowiednik w fizyce relatywistycznej to:

$$(R) \quad F = \frac{m \cdot a}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}}$$

Przejście graniczne od (R) do (K) ma miejsce w dwóch przypadkach:
(1) gdy $v \rightarrow 0$ oraz (2) gdy $c \rightarrow \infty$. Ponieważ (2) jest na gruncie teorii względności wykluczony, więc przejściem granicznym jest w tym wypadku (1), czyli sytuacja, gdy rozważane prędkości są bardzo małe (w porównaniu z prędkością światła w próżni).

Problem istnienia experimentum crucis. Faktem rozstrzygającym (krzyżowym) [*instantia crucis* – termin Francisa Bacona] miałby być fakt, który pozwala rozstrzygnąć spór między dwiema konkurującymi hipotezami. Sir Izak Newton bodaj jako pierwszy wprowadził termin *eksperyment krzyżowy* (*experimentum crucis*) przy omawianiu sporu między dwiema teoriami dotyczącymi natury światła.

Teza Duhema-Quine'a głosi (w przybliżeniu), iż nie możemy z całkowitą pewnością utrzymywać, że wynik eksperymentu uznawanego za rozstrzygający jest ostateczny – może się zdarzyć, że porównując dwie hipotezy przyjęliśmy (np. nieświadomie) pewne odmienne założenia.

Sytuacja rozstrzygająca (termin Profesora Jana Sucha) składa się ze składnika teoretycznego i eksperymentalnego. Dopiero gdy dojrzeje sytuacja rozstrzygająca, możemy przeprowadzić eksperyment krzyżowy.

Podstawowym rozróżnieniem czynionym ze względu na postać praw, którymi posługują się nauki jest wydzielenie nauk:

1. *nomologicznych* [przede wszystkim ustalają (odkrywają? tworzą?) *prawa*)];
2. *idiograficzno-nomologicznych* [przede wszystkim zbierają i opisują (użyjmy śmiało terminu:) *fakty*].

Z *Wielkimi Sporami w Nauce* mamy do czynienia w przypadku każdej *rewolucji naukowej*, przy zmianie *paradygmatu*, przy okazji burzliwych przemian społecznych lub w wyniku ingerencji władz świeckich bądź religijnych w działalność uczonych, itd.

4.6 Operacje na danych

We wszelkich typach nauk mamy do czynienia z pewnymi procedurami, które wykonujemy na pewnych danych. Rozważmy kilka prostych przykładów.

4.6.1 Algorytmy

Słowo *algorytm* pochodzi od nazwiska arabskiego matematyka Al Chwarizmiego. *Metoda obliczalna (efektywna)*: w skończonej liczbie prostych, mechanicznych kroków daje odpowiedź dla dowolnych danych ustalonej postaci:

$$\text{Wejście} \longrightarrow \text{Obliczenie} \longrightarrow \text{Wyjście}$$

Obliczenie za pomocą metody efektywnej nazywa się *algorytmem*. Podane wyżej pojęcie obliczalności ma charakter *intuicyjny*. Możliwe są jego różne matematyczne precyzacje.

Przykład metody efektywnej: algorytm ustalania, czy dana formuła języka Klasycznego Rachunku Zdań jest prawem (tautologią) tego rachunku:

1. Wejście: formuła języka KRZ (o n zmiennych zdaniowych).

2. Obliczenie: znajdowanie wartości logicznej tej formuły dla każdego z 2^n podstawień wartości logicznych za zmienne.

3. Wyjście: odpowiedź – TAK (gdy przy każdym takim podstawieniu formuła jest prawdziwa), NIE (w przeciwnym przypadku).

Przykład problemu, dla którego *nie istnieje* metoda obliczalna: ustalanie, czy dowolna formuła języka Klasycznego Rachunku Predykatów (FOL) jest prawem (tautologią) tego rachunku. Dla ustalenia, czy *dowolna* formuła języka FOL jest tautologią FOL potrzeba sprawdzić *nieskończoną* liczbę interpretacji, a więc istnienie algorytmu jest w tym przypadku wykluczone. Jak pamiętamy, FOL jest jednak *półrozstrzygalna* – jeśli formuła A *jest* tautologią FOL, to można to w *skończonej* liczbie (prostych, mechanicznych) kroków sprawdzić.

4.6.2 Klasyfikowanie

Klasyfikujemy przedmioty biorąc pod uwagę ich nieodróżnialność względem (z góry ustalonych) cech. Tego typu nieodróżnialność jest relacją *równoważności* w danym uniwersum U, tj. relacją R spełniającą warunki:

1. zwrotności – $\forall x \in U \;\; xRx$

2. symetrii – $\forall x, y \in U \;\; (xRy \rightarrow yRx)$

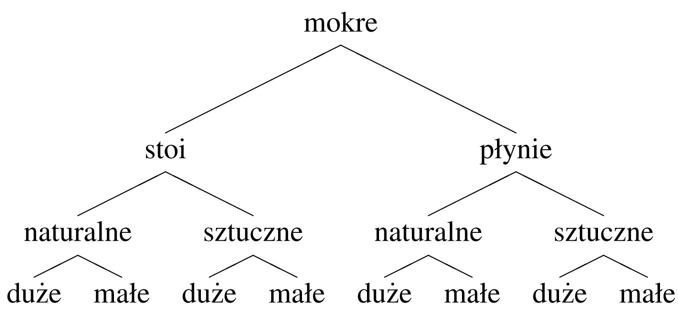
3. przechodniości – $\forall x, y, z \in U \;\; (xRy \wedge yRz \rightarrow xRz)$.

Klasą równoważności przedmiotu $x \in U$ nazywamy zbiór:

$$[x]_R = \{y \in U \;:\; xRy\}.$$

Rodzinę $U/R = \{[x_R] \;:\; x \in U\}$ nazywamy *podziałem U wyznaczonym przez R*.

Klasyfikowanie obiektów polega na grupowaniu ich w klasy równoważności względem stosownej relacji. Często mamy też do czynienia z klasyfikacjami wielopoziomowymi, jak np. (klasyfikacja zbiorników i cieków wodnych):



Podziałem uniwersum U nazywamy każdą rodzinę niepustych, parami rozłącznych podzbiorów U, której suma równa jest U. Tak więc, $\mathcal{A}$ jest podziałem U, gdy:

1. $\forall A \in \mathcal{A} \;\; A \subseteq U$
2. $\forall A \in \mathcal{A} \;\; A \neq \emptyset$
3. $\forall A, B \in \mathcal{A} \;\; (A \neq B \rightarrow A \cap B = \emptyset)$
4. $\bigcup \mathcal{A} = U$.

Istnieje wzajemnie jednoznaczna odpowiedniość między podziałami U a relacjami równoważności określonymi na U:

1. Jeśli R jest relacją równoważności na U, to U/R jest podziałem U.
2. Jeśli $\mathcal{A}$ jest podziałem U, to równoważnością jest relacja $R_{\mathcal{A}} \subseteq U^2$ zdefiniowana dla dowolnych $x, y \in U$ warunkiem: $xR_{\mathcal{A}}y \;\; \equiv \;\; \exists A \in \mathcal{A} \;\; x, y \in A$.

Uwaga terminologiczna: terminu *klasyfikacja* używamy często zamiennie z terminem *podział*.

Skrzyżowaniem podziałów $\mathcal{A}$ oraz $\mathcal{B}$ zbioru U nazywamy rodzinę:

$$\mathcal{A} \otimes \mathcal{B} = \{A \cap B \; : \; A \in \mathcal{A} \wedge B \in \mathcal{B}\}.$$

Mówimy, że podziały $\mathcal{A}$ oraz $\mathcal{B}$ są *niezależne*, gdy $\emptyset \notin \mathcal{A} \otimes \mathcal{B}$, czyli gdy ich skrzyżowanie nie ma jako elementu zbioru pustego. Operację krzyżowania podziałów można iterować, otrzymując w ten sposób *klasyfikacje wielopoziomowe*.

Zachęcam do wykonania kilku ćwiczeń ze *Zbioru zadań z językoznawstwa* (Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1990; *jeden* egzemplarz tej książki dostępny był w Bibliotece IJ UAM). W ćwiczeniach tych dokonuje się m.in.: klasyfikacji oraz szeregowania danych językowych. Stawia się hipotezy na temat przekładu, wykorzystując zasadę, iż regularnościom w *sposobach wyrażania* znaczeń odpowiadają *relacje semantyczne*. Zob. np. zadania:

1. 140. Tłumaczenie z *arabskiego*. [Klasyfikowanie].
2. 68. Tłumaczenie z *sanskrytu*. [Klasyfikowanie].
3. 139. Tłumaczenie z *lapońskiego*. [Klasyfikowanie + znajdowanie podobieństw znaczeniowych].
4. 66. Tłumaczenie z *azerbejdżańskiego*. [Szeregowanie].
5. 91. Tłumaczenie z *indonezyjskiego*. [Znajdowanie izomorfizmu].

4.6.3 Podobieństwa i opozycje

Podobieństwo obiektów polega na posiadaniu co najmniej jednej wspólnej cechy (z ustalonej listy). *Opozycja* między obiektami polega na różnieniu się co najmniej jedną cechą (z ustalonej listy). Każdą zwrotną i symetryczną relację na zbiorze U nazywamy relacją *podobieństwa* (*tolerancji*) na U. Rodzinę $\mathcal{A}$ niepustych podzbiorów U nazywamy *pokryciem* U, gdy jej suma równa jest U: $\bigcup \mathcal{A} = U$. Zarówno podobieństwa, jak i opozycje można reprezentować przez systemy postaci $\langle O, F, \phi \rangle$, gdzie:

1. O jest zbiorem obiektów;
2. F jest zbiorem cech;
3. relacja $\phi \subseteq O \times F$ zachodzi między obiektem $x \in O$ a cechą $f \in F$ gdy x ma cechę f.

Niech R będzie relacją podobieństwa na U. Mówimy, że:

1. $A \subseteq U$ jest *R-preklasą*, gdy $\forall x, y \in A\ xRy$.
2. $A \subseteq U$ jest *R-klasą*, gdy A jest maksymalną (względem inkluzji) preklasą.
3. $A \subseteq U$ jest zbiorem R- *rozproszonym*, gdy $\forall x, y \in A\ (x \neq y \rightarrow \neg xRy)$.
4. $A \subseteq U$ jest zbiorem *R-pochłaniającym*, gdy $\forall x \in U \exists y \in A\ yRx$.
5. Relację R^+ zdefiniowaną warunkiem: $xR^+y \equiv \forall z \in U\ (xRz \equiv yRz)$ nazywamy relacją *stowarzyszoną* z R. Jest ona równoważnością na U. Jej klasy równoważności nazywamy *R-jądrami*.
6. Przechodnie domknięcie relacji podobieństwa R (czyli najmniejszą relację przechodnią zawierającą R) oznaczamy przez R^{tr}. To także jest relacja równoważności.

Rodzinę klas $U//R$ relacji podobieństwa R na U nazywa się czasami *typologią* obiektów z U. Istnieje wzajemnie jednoznaczna odpowiedniość między pokryciami U a relacjami podobieństwa określonymi na U:

1. Jeśli R jest relacją podobieństwa na U, to $U//R$ jest pokryciem U.
2. Jeśli $\mathcal{A}$ jest pokryciem U, to podobieństwem jest relacja $R_{\mathcal{A}} \subseteq U^2$ zdefiniowana dla dowolnych $x, y \in U$ warunkiem: $xR_{\mathcal{A}}y \equiv \exists A \in \mathcal{A}\ x, y \in A$.

Każdą minimalną (względem inkluzji) rodzinę $\mathcal{B} \subseteq U//R$ taką, że dla dowolnych $x, y \in U$ zachodzi $xRy \equiv \exists A \in \mathcal{B}\ x, y \in A$ nazywamy R-*bazą*. Kilka faktów o relacjach podobieństwa:

1. Dla każdej relacji podobieństwa R istnieje R-baza.
2. Dla każdej relacji podobieństwa R: $R^+ \subseteq R \subseteq R^{tr}$.
3. Zbiory, które są jednocześnie maksymalnymi zbiorami R-rozproszonymi i minimalnymi zbiorami R-pochłaniającymi są najbardziej „ekonomicznymi opisami" relacji R.

W lingwistyce rozważamy cały szereg relacji opozycji, np. opozycje:

1. kontekstowe (np. oparte na dystrybycji);
2. parametryczne (np. bazujące na wymiarach semicznych);
3. opozycje typu nieporównywalności (np. hiponimiczne).

O matematycznej teorii relacji podobieństwa oraz opozycji, a także jej zastosowaniach w lingwistyce poczytać można np. w: Pogonowski 1981, 1993a.

4.6.4 Porządki

Oprócz klasyfikowania przedmiotów oraz badania ich podobieństw i zachodzących między nimi opozycji często interesujemy się także różnego rodzaju *szeregowaniem* przedmiotów. W procedurze tej wykorzystuje się różnorakie porządki. Rozważmy kilka ich rodzajów.

Relacja $R \subseteq U^2$ jest *porządkiem częściowym* na U, gdy jest:

1. zwrotna – $\forall x \in U \quad xRx$
2. przechodnia – $\forall x, y, z \in U\ (xRy \wedge yRz \rightarrow xRz)$ oraz
3. antysymetryczna – $\forall x, y \in U\ (xRy \wedge yRx \rightarrow x = y)$.

Relację przechodnią R, która spełnia dodatkowo warunek *asymetrii*:

1. $\forall x, y \in U\ (xRy \rightarrow \neg yRx)$

nazywamy *ostrym* porządkiem częściowym. Inkluzja $\subseteq$ jest porządkiem częściowym, natomiast ostra inkluzja $\subset$ jest ostrym porządkiem częściowym. Porządkiem częściowym jest też np. hiponimiczne uporządkowanie leksykonu; o matematycznych modelach hiponimii poczytać można np. w: Pogonowski 1991b, 1993b.

Niech R będzie częściowym porządkiem na U. Element $x \in U$ nazywamy:

1. *R-minimalnym*, gdy $\forall y \in U \;\; (yRx \to x = y)$
2. *R-maksymalnym*, gdy $\forall y \in U \;\; (xRy \to x = y)$
3. *R-najmniejszym*, gdy $\forall y \in U \;\; xRy$
4. *R-największym*, gdy $\forall y \in U \;\; yRx$.

Uwaga: element R-najmniejszy (odpowiednio, R-największy), o ile istnieje, jest też elementem R-minimalnym (odpowiednio, R-maksymalnym), lecz niekoniecznie na odwrót.

Gdy xRy oraz nie istnieje $z \in U$ taki, że $x \neq z$, $y \neq z$, xRz i zRy, to mówimy, że x jest *bezpośrednim R-poprzednikiem* y (a y *bezpośrednim R-następnikiem* x).

Porządek częściowy R nazywamy porządkiem *liniowym*, jeśli spełnia on warunek *spójności*:

1. $\forall x, y \in U \; (x \neq y \to xRy \vee yRx)$.

Liniowy porządek R nazywamy *dobrym* porządkiem na U, jeśli każdy niepusty podzbiór U ma element R-najmniejszy.

1. Zbiór wszystkich liczb naturalnych jest uporządkowany liniowo przez relację $\leqslant$. Relacja ta jest na tym zbiorze także dobrym porządkiem.
2. Zbiór wszystkich liczb całkowitych jest liniowo uporządkowany przez relację $\leqslant$. Uporządkowanie to nie jest dobrym porządkiem na tym zbiorze.

Mówimy, że liniowy porządek R jest:

1. *dyskretny*, gdy każdy element U ma bezpośredni R-poprzednik oraz R-następnik.
2. *gęsty*, gdy $\forall x, y \in U \; (xRy \to \exists z \in U \; (x \neq z \wedge z \neq y \wedge xRz \wedge zRy))$.

Żaden porządek (na zbiorze niepustym) nie może być jednocześnie dyskretny i gęsty, ale są porządki, które nie są ani dyskretne, ani gęste.

1. Zbiór wszystkich liczb całkowitych (i każdy jego podzbiór) jest uporządkowany w sposób dyskretny przez relację mniejszości $<$.
2. Zbiór wszystkich liczb wymiernych jest przez relację mniejszości $<$ uporządkowany w sposób gęsty.

3. Zbiór wszystkich liczb rzeczywistych także jest uporządkowany w sposób gęsty przez relację mniejszości $<$. Ale liczb rzeczywistych jest *istotnie więcej* niż liczb wymiernych. Relacja mniejszości porządkuje wszystkie liczby rzeczywiste w tzw. sposób *ciągły*.

Drzewem nazywamy zbiór częściowy uporządkowany z elementem najmniejszym (nazywanym *korzeniem* drzewa), w którym każdy element (oprócz korzenia) ma dokładnie jeden bezpośredni poprzednik. Słuchacze z pewnością zetknęli się z tego typu porządkami przy omawianiu struktur składniowych wyrażeń.

4.7 Ograniczenia nauki

Jakie są granice poznania *naukowego*? Czy o granicach tych możemy mówić w sposób naukowy, czy też musimy przejść na teren metafizyki? Innymi słowy, czy pytanie o *poznanie granic poznania* należy do nauki? Jakiego rodzaju są to granice? Czy określone są przez nasze możliwości technologiczne, czy też przez jakieś inne czynniki, subiektywnej lub obiektywnej natury? Jak granice poznania naukowego mają się do granic poznania *pozanaukowego*? Czy granice poznania naukowego tożsame są z granicami poznania *racjonalnego*? Co to znaczy, że coś jest *niemożliwe* w poznaniu naukowym? Mówiąc nieco ogólniej, z jakimi *rodzajami* niemożliwości mamy do czynienia w nauce? Takimi, lub podobnymi pytaniami zaprząta sobie głowę każdy myślący człowiek.

Ograniczenia w poznaniu naukowym mogą mieć charakter m.in.:

1. *ontyczny* (nie mamy dostępu do pewnych zjawisk);
2. *epistemiczny* (wiadomo, że pewne ustalenia nie są wykonalne);
3. *technologiczny* (nie mamy środków technicznych, aby przeprowadzić badania);
4. *ekonomiczny* (nie mamy pieniędzy na badania);
5. *światopoglądowy* (np.: uznawane wartości determinują obraz świata).

Słuchacz pamiętają (ze szkoły) o słynnych nierozwiązywalnych (ustalonymi środkami) starożytnych problemach geometrycznych:

1. trysekcji kąta;
2. kwadratury koła;
3. podwojenia (objętości) sześcianu.

Nie są to ani przykłady *antynomii*, ani *paradoksów*. Mają za to związek z *wykraczaniem* poza granice ówcześnie znanego świata wielkości (wymiernych). Może warto dodać, że takie problemy nie były jedynie czczą rozrywką filozofów – np. trzeci z wyżej wymienionych pojawił się w związku z tzw. zapotrzebowaniem społecznym (budowy ołtarza).

W trzecim z tej serii wykładów podaliśmy przykłady twierdzeń metamatematycznych, ustalających pewne ograniczenia logiki pierwszego rzędu oraz sformułowanych w jej języku teorii matematycznych. Przypomnijmy, że chodziło m.in. o następujące sprawy:

1. Jeśli arytmetyka PA jest niesprzeczna, to jest niezupełna.
2. Jeśli arytmetyka PA jest niesprzeczna, to nie można udowodnić jej niesprzeczności w niej samej.
3. Jeśli arytmetyka PA jest niesprzeczna, to predykat prawdziwości (w modelu standardowym) nie jest definiowalny w samej arytmetyce.
4. Klasyczna logika pierwszego rzędu FOL jest nierozstrzygalna.

Problemy du Bois Reymonda:

1. Powstanie życia.
2. Powstanie języków.
3. Powstanie ludzkiego rozumu.
4. Ewolucyjna adaptacyjność organizmów.
5. Powstanie sił natury i natura materii.
6. Powstanie i natura świadomości oraz postrzegania zmysłowego.
7. Problem wolnej woli.

Problemy te sformułowano w wieku XIX. Do dzisiaj nie posiadają one zadowalających rozwiązań.

Dość oczywiste są następujące ograniczenia, którym podlega nauka:

1. *Ograniczenia technologiczne.* Powinno być jasne, że te ograniczenia nie są wynikiem jedynie (banalnych) ograniczeń ekonomicznych. Przeprowadzenie pewnego typu eksperymentów może być niewykonalne (w skali UAM, Rzeczpospolitej Polskiej, Unii Europejskiej, planety Ziemia, Układu Słonecznego, naszej Galaktyki, Grupy Lokalnej, ...).

2. *Ograniczenia światopoglądowe*. *Każda*, bez wyjątku, działalność naukowa odbywa się na tle jakiegoś światopoglądu (z pewnymi aprobowanymi wartościami). Jednak w pewnych przypadkach możemy stwierdzić, iż owo tło światopoglądowe *zniekształca* procesy poznawcze. Nie trzeba daleko szukać: już w UAM znaleźć można propozycje prób podporządkowania badań kosmologicznych przesłaniu wywiedzionemu z Nowego Testamentu.

Wyliczymy niektóre przykłady ograniczeń w naukach ścisłych. O ograniczeniach w innych naukach nieco trudniej mówić. Pamiętajmy o *dictum*: w każdej wiedzy tyle jest nauki, ile jest w niej matematyki. Systemy wiedzy, które nie są formułowane w języku matematyki nie mają, mówiąc metaforycznie, ustalonych granic. Dlatego niełatwo też zdecydować, z jakimi ograniczeniami mamy w takich przypadkach.

1. *Demon Maxwella*. Nie istnieje. Nie można zbudować *perpetuum mobile*.
2. *Zasada nieoznaczoności Heisenberga*. Nie można jednocześnie precyzyjnie określić położenia i pędu cząstki.

Niektóre Wielkie Pytania:

1. Znalezienie *bozonu Higgsa*. Pilnie poszukiwany – „odpowiedzialny" za posiadanie *masy*.
2. Eksperymentalne potwierdzenie *teorii strun*. Fizycy mają nadzieję na znalezienie *Teorii Podstawowej*; teoria strun jest kandydatką. To kolejny przypadek, gdy rozważania *matematyczne* wyprzedzają przyrodoznawstwo.
3. Pytanie o *początek* Wszechświata. Czy można sensownie pytać, *co było,* zanim *niczego nie było*?
4. Pytanie o to, jaka jest ta część Wszechświata, która znajduje się *poza obserwowalnym* Wszechświatem.
5. Scenariusze *historii* Wszechświata. Czy warto się trudzić, skoro i tak nastąpi Wielki Krach?
6. *Wymiar* Wszechświata. Czy żyjemy w przestrzeni jedenastowymiarowej?

Nauka podlega także pewnym ograniczeniom ze względu na złożoność obliczeniową niektórych problemów.

1. Problemy klasy *NP* (*non-deterministic polynomial*). To problemy, dla których istnieją niedeterministyczne (losowe) algorytmy dające rozwiązania w *czasie* wielomianowym. W przypadku problemów o dużej złożoności ważna jest objętość *pamięci* potrzebnej w obliczeniach.

2. *Biochemia molekularna*. Np. sformułowanie problemu zwijania łańcuchów białkowych jest typu *NP*.

3. Problemy *Syntetycznej Teorii Ewolucji*.

4. Matematyczne modele w: socjologii, ekonomii, psychologii, neurofizjologii, oraz w innych naukach zajmujących się układami o *wielkiej złożoności*.

4.8 Paranauka i pseudonauka

Gdy na świętego Prota jest pogoda albo słota,
to na świętego Hieronima jest deszcz, albo go ni ma.
(Kornel Makuszyński)

Przekroczenie granic nauki może zaprowadzić nas na tereny *paranauki* lub *pseudonauki*. W potocznym użyciu, terminy te występują czasem zamiennie. Można jednak rozgraniczyć ich znaczenia, biorąc pod uwagę czynniki natury metodologicznej oraz pragmatycznej. Od obu wyżej wymienionych zespołów przekonań odróżnia się jeszcze czasami *protonaukę* (jednak paranauka oraz protonauka bywają trudne do rozdzielenia).

4.8.1 Paranauka

Paranauka to *nauka* (!), która:

1. przestrzega pewnych *inwariantnych norm metodologicznych* oraz:

2. albo nie została (w danym momencie historycznym) zaakceptowana przez środowisko naukowe (np. koncepcje Karola Darwina), z różnych względów – np. braku przeprowadzenia badań dowodzących istnienia postulowanych zjawisk;

3. albo stanowi już przeszłe stadium wiedzy, zastąpione później przez bardziej adekwatne teorie (np: koncepcje flogistonu lub eteru).

Paranauka może wyprzedzać bądź nie nadążać za pewnymi (przyjętymi w danym momencie historycznym, *zmiennymi*) ogólnymi normami metodologicznymi.

Twierdzenia Galileusza (góry na Księżycu) były niezgodne z ówczesną wizją kosmologiczną. Teoria kopernikańska nie tylko (w momencie powstania) była niezgodna z obowiązującym obrazem Wszechświata; wydawało się też, iż obserwacje jawnie jej przeczą (paralaksa gwiazd).

4.8.2 Pseudonauka

Pseudonauka to zespoły przekonań, które nie tylko *nie są* powszechnie nieakceptowane w środowisku naukowym, lecz które nadto publicznie aspirują do miana nauki, nie spełniając podstawowych reguł oraz norm metodologicznych. Pseudonauka (z lubością!) używa terminologii naukowej. Najczęściej, jej stwierdzenia bądź pozostają w jawnej sprzeczności z ustaleniami nauki standardowej bądź nie jest możliwe poddanie ich uznawanym procedurom (falsyfikacji, konfirmacji). Pseudonauka jest, z reguły, *dogmatyczna*. Odmawia poddania się standardowym testom, domagając się jednocześnie bezwarunkowego uznania jej stwierdzeń.

Niektóre cechy pseudonauki:

1. ogłaszanie prawdziwości stwierdzeń bez ich empirycznego testowania;
2. formułowanie stwierdzeń niemożliwych do sfalsyfikowania;
3. głoszenie poglądów jawnie sprzecznych z teoriami dobrze potwierdzonymi eksperymentalnie;
4. odmowa poddania wygłaszanych stwierdzeń procedurom testowania;
5. odmowa dostarczenia własnych dowodów wygłaszanych stwierdzeń.

Przykłady problematyki pseudonaukowej:

1. akupresura
2. akupunktura
3. alchemia
4. aromaterapia
5. astrologia
6. bioenergoterapia
7. biorytmy
8. homeopatia

9. irydologia
10. kreacjonizm
11. medycyna alternatywna
12. numerologia
13. pamięć wody
14. parapsychologia
15. perpetum mobile
16. prekognicja
17. pseudoarcheologia
18. psychokineza
19. radiestezja
20. telepatia
21. ufologia
22. zjawiska paranormalne.

5 Dodatek B: Sen Czerwonego Króla

Dodajmy, dla relaksu, krótki fragment z książki Raymonda Smullyana *Alice in Puzzle-Land. A Carrollian Tale for Children Under Eighty.* Penguin Books, 1982. ISBN 0 14 00.7056 7. Pierwsze wydanie: Wiliam Morrow and Company, Inc., New York 1982. Na poprzednim wykładzie poznaliśmy nasze tłumaczenie rozdziału 10 tej książki, poniżej podajemy tłumaczenie rozdziału 11. Jak odróżnić sen od jawy? Czy masz pewność, że twoje zmysły cię nie zwodzą? Albo – groza – zwodzi cię twój rozum? W istocie, są to jedne z najważniejszych pytań, zadawanych w ogólnej metodologii nauk, epistemologii, filozofii w ogólności. Miłej zabawy.

Rozdział 11: Teoria Czerwonego Króla

W tym momencie konwersacja Alicji z Humpty Dumptym została przerwana przez dziwny grzmiący odgłos dochodzący z oddali — coś jakby sapanie maszyny parowej.

— Co to jest? — zapytała Alicja, nieco przestraszona.

— Och, to tylko chrapanie Czerwonego Króla — odrzekł Humpty Dumpty. — Powinnaś pójść i zerknąć na niego — cóż za widok!

— A, tak — powiedziała Alicja, przypominając sobie swoją pierwszą podróż do krainy lustra. — Widziałam go już przedtem śpiącego. Byłam wtedy z Tweedledum i Tweedledee, którzy powiedzieli mi, że Czerwony Król śnił *o mnie* i że nie byłam niczym więcej, jak przedmiotem jego snu, a gdyby się obudził, to ja nie istniałabym już dłużej. Czyż mówienie tak nie było głupie?

— Dlaczego nie spróbujesz go obudzić i nie sprawdzisz? — odparł Humpty Dumpty.

— Jestem na to prawie gotowa — odrzekła Alicja wyzywająco. — Tylko że byłoby to trochę nieroztropne, sam wiesz.

— *Nie wiem* — odparł Humpty Dumpty. — Tak czy owak, możesz pójść zerknąć na niego, jeśli masz ochotę. Ja chcę pozostać tutaj i popracować nad dalszymi zagadkami logicznymi.

Po tej wskazówce Alicja pomyślała, że powinna odejść. Po podziękowaniu Humpty Dumpty'emu za pouczającą lekcję logiki skierowała się w stronę lasu, skąd dobiegało chrapanie.

Gdy pojawiła się przed Czerwonym Królem, ten właśnie się obudził, a byli przy nim Tweedledum oraz Tweedledee, bacznie go obserwując.

— A więc Król się obudził! — wykrzyknęła Alicja do braci Tweedle. — A ja ciągle istnieję, tak samo jak przedtem. I co powiecie na to! — dodała triumfując.

— Myślę, że lepiej wróćmy z powrotem do domu — rzekł Tweedledee do swojego brata. — W każdej chwili może zacząć padać. *Ty* możesz zostać tutaj, jeśli masz ochotę — powiedział do Alicji — ale mój brat i ja musimy wrócić, sama wiesz.

Alicja spojrzała w górę, ale na niebie nie było ani jednej chmurki.

— Myślę, że zostanę — powiedziała Alicja. — Chciałabym porozmawiać z Czerwonym Królem. Ale chcę wam podziękować raz jeszcze za te urocze gry logiczne. Bardzo je polubiłam!

Ramię w ramię, dwaj bracia powlekli się powoli na zewnątrz lasu. Alicja przez chwilę patrzyła za nimi, a potem zwróciła się w stronę Czerwonego Króla, który był już na dobre rozbudzony.

— Ty musisz być *Alicją*! — rzekł Król.

— Ależ tak — odparła Alicja. — Tylko skąd to wiesz?

— Och — odrzekł Król. — Miałem właśnie najdziwniejszy sen! Śniłem, że spacerowałem w lesie razem z Tweedledee i Tweedledum i napotkaliśmy dziewczynkę, wyglądającą *dokładnie* tak, jak ty, skuloną pod drzewem w głębokim śnie. „Kto to jest?" zapytałem. „To przecież *Alicja*" powiedział Tweedledee „a wiesz, o czym ona śni?" Ja na to: „Jak ktokolwiek może wiedzieć, o czym ona śni?" A on rzekł: „No przecież ona śni o *tobie*!" Potem obaj bracia próbowali mnie przekonać, że ja nie istnieję niezależnie, lecz że jestem tylko ideą w twoim umyśle i że jeśli tylko się obudzisz, to ja zniknę — fru! — jak zdmuchnięta świeczka!

— Tak więc — kontynuował Król — jestem teraz szczególnie rad, że widzę cię obudzoną i że nie zniknąłem — fru! — jak zdmuchnięta świeczka!

— Jakież to niezwykłe! — wykrzyknęła Alicja. — Przecież dokładnie to samo, tyle że na odwrót, zdarzyło się, gdy ujrzałam cię pierwszy raz: spałeś, ja byłam z Tweedledee i Tweedledum, a oni powiedzieli mi, że śniłeś o mnie i że gdy tylko się obudzisz, *ja* nie będę już dłużej istniała, lecz zniknę — fru! — jak zdmuchnięta świeczka!

— Cóż, oboje jesteśmy obudzeni i żadne z nas nie zniknęło — fru! — jak zdmuchnięta świeczka — odrzekł z uśmiechem Król. — Tak więc, wydaje się, że albo bracia Tweedle mylili się, albo próbowali się z nami przekomarzać!

— Jak mogę być pewna, że jestem obudzona? — zapytała Alicja. — Czyż nie może być tak, że teraz śpię i to wszystko mi się śni?

— A, to interesujące pytanie i trudno na nie odpowiedzieć! — odparł Król. — Miałem kiedyś o tym długą filozoficzną dyskusję z Humpty Dumptym. Znasz go?

— O tak! — odrzekła Alicja.

— Cóż, Humpty Dumpty jest jednym z najbardziej bystrych dyskutantów, jakich znam — może przekonać prawie każdego o prawie wszystkim, jeśli się przyłoży! Tak czy owak, *prawie* przekonał mnie, że nie mam żadnych prawdziwych podstaw aby sądzić, że jestem obudzony, lecz go przechytrzyłem! Zajęło mi to około trzech godzin, ale ostatecznie przekonałem go, że *muszę* być obudzony, i przyznał, że wygrałem spór. I wtedy —

Król nie dokończył zdania, lecz stał pogrążony w myślach.

— I wtedy *co*? — zapytała Alicja.

— I wtedy się obudziłem! — rzekł Król, nieco zbaraniały.

— A więc Humpty Dumpty miał w końcu rację! — wykrzyknęła Alicja.

— Rację *w czym*? — zapytał Król. — Nigdy w rzeczywistości nie prowadziłem tej konwersacji z Humpty Dumptym; tylko *śniłem*, że ją prowadzę!

— Nie miałam na myśli *rzeczywistego* Humpty Dumpty'ego — odparła Alicja. — Miałam na myśli Humpty Dumpty'ego, o którym śniłeś. To *on* był tym, który miał rację!

— Zaraz, chwileczkę! — powiedział Król. — Co próbujesz mi wmówić — że istnieją dwaj Humpty Dumpty, jeden rzeczywisty, a inny, o którym śniłem?

Alicja nie bardzo wiedziała, co na to odpowiedzieć.

— Tak czy inaczej — mówił Król — w międzyczasie wymyśliłem lepszy argument, dowodzący, że jestem obudzony — nie jest *możliwe*, aby ten argument był zły; on *musi* być poprawny!

— No, *o tym* chciałabym usłyszeć! — powiedziała Alicja.

— Dobrze — rzekł Król. — Zacznę od tego, że wyznaję teorię, iż każdy na świecie jest jednego z dwóch typów: typu A lub typu B. Ci typu A są całkowicie trafni w swoich przekonaniach, gdy są obudzeni, lecz całkowicie nietrafni, gdy śpią. Wszystko, w co wierzą, gdy są obudzeni, jest prawdziwe, ale wszystko, w co wierzą, gdy śpią, jest fałszywe. Z ludźmi typu B jest na odwrót: wszystko, w co wierzą, gdy śpią, jest prawdziwe, a wszystko, w co wierzą, gdy są obudzeni, jest fałszywe.

— Cóż za niezwykła teoria! — powiedziała Alicja. — Ale jaki masz dowód jej poprawności?

— Och, potem udowodnię ponad wszelką wątpliwość, że jest ona poprawna, ale na razie chciałbym ci uświadomić pewne konsekwencje teorii. Zacznijmy od tego, że wynikają z niej dwa następujące twierdzenia:

- *Twierdzenie 1.* Jeśli, w danym momencie, osoba wierzy, że jest obudzona, to musi być typu A.
- *Twierdzenie 2.* Jeśli, w danym momencie, osoba wierzy, że jest typu A, to musi być wtedy obudzona.

Następnie Król pokazał Alicji dowody obu tych twierdzeń. Alicja była zadowolona; nie potrafiła odnaleźć błędu w argumentacji.

88. PYTANIE. Czy twierdzenia 1 i 2 rzeczywiście wynikają z teorii Czerwonego Króla?

* * *

— Teraz, gdy rozumiesz dowody twierdzeń 1 i 2 — ciągnął Król — jesteś gotowa na dowód, że jestem teraz obudzony.

DOWÓD CZERWONEGO KRÓLA.

— Udowodnię trzy rzeczy — powiedział Król. — Udowodnię, że: (po pierwsze) jestem typu A; (po drugie) jestem obudzony; (po trzecie) moja teoria jest poprawna.

— Zacznijmy od tego, że musisz uznać przesłankę, iż ja *wierzę* w te trzy rzeczy. Przyznajesz to?

— Och, z pewnością — odrzekła Alicja. — Ani przez moment nie wątpiłam, że *wierzysz* w te rzeczy; jedyne moje pytanie to czy są one rzeczywiście prawdziwe!

— Z faktu, że w nie wierzę — mówił Król — wynika, że *muszą* one być prawdziwe!

— Co?! — powiedziała zdziwiona Alicja. — Twierdzisz, że ponieważ ktoś w coś *wierzy* wynika, że to coś musi być prawdziwe?

— Oczywiście, że nie! — wykrzyknął Król. — Wiem równie dobrze jak ty, że to, iż ktoś w coś wierzy nie oznacza koniecznie, że to coś musi być prawdziwe. Jednakże te trzy szczególne rzeczy mają tę godną uwagi własność, że uwierzenie we wszystkie trzy *czyni* je prawdziwymi!

— Jakże to może być? — zapytała Alicja.

— To właśnie zamierzam ci udowodnić! — rzekł Król. — A teraz, dziecko, słuchaj uważnie. Ponieważ wierzę, że jestem obudzony, muszę być typu A.

— To wynika z twierdzenia 1 — powiedziała Alicja.

— Dokładnie! — odparł Król. — A na mocy twierdzenia 2, ponieważ wierzę, że jestem typu A, więc muszę być obudzony,

— Tak — powiedziała Alicja.

— A zatem bardzo dobrze — kończył z triumfem Król. — Ponieważ jestem zarazem obudzony i typu A, więc moje obecne przekonania muszą być wszystkie prawdziwe. Ponieważ moje obecne przekonania są prawdziwe i wierzę w teorię, którą zaproponowałem, teoria *jest* prawdziwa! Czyż mogłabyś mieć lepszy dowód niż ten?

Zalecana literatura

Ajdukiewicz K. 1965. *Logika pragmatyczna.* Warszawa.

Ajdukiewicz K. 1985. *Język i poznanie*. PWN, Warszawa.

Amsterdamski, S. 1983. *Nauka a porządek świata*. PWN, Warszawa.

Barrow, J.D. 1996. *π razy drzwi. Szkice o liczeniu, myśleniu i istnieniu.* Prószyński i S-ka, Warszawa.

Berger, P.L., Luckmann, T. 1983. *Społeczne tworzenie rzeczywistości*. PIW, Warszawa.

Bernal, J.D. 1957. *Nauka w dziejach*. PWN, Warszawa.

Blackburn, S. 1997. *Oksfordzki słownik filozoficzny*. Książka i Wiedza, Warszawa.

Carnap, R. 1969. *Filozofia jako analiza języka nauki*. PWN, Warszawa.

Chalmers A. F. 1993. *Czym jest to, co zwiemy nauką? Rozważania o naturze, statusie i metodach nauki.* Wrocław.

Chojnicki, Z. 2000. *Filozofia nauki. Orientacje, koncepcje, krytyki.* Poznań.

Davidson, D. 1992. *Eseje o prawdzie, języku i umyśle*. PWN, Warszawa.

Devlin, K. 1999. *Żegnaj, Kartezjuszu. Rozstanie z logiką w poszukiwaniu nowej kosmologii umysłu*. Prószyński i S-ka, Warszawa.

Edwards, P. (ed.). 1967. *The Encyclopedia of Philosophy*. Macmillan Publishing Co., Inc. & The Free Press, New York, Collier Macmillan Publishers, London.

Feyerabend, P. 1996. *Przeciw metodzie.* Wrocław.

Fleck, L. 1986. *Powstanie i rozwój faktu naukowego*. Wydawnictwo Lubelskie, Lublin.

Gardner, M. 1966. *Pseudonauka i pseudouczeni*. PWN, Warszawa.

Grobler, A. 2006. *Metodologia nauk*. Wydawnictwo Aureus, Wydawnictwo Znak, Kraków.

Heller M. 1992. *Filozofia nauki.* Kraków.

Honderich, T. (ed.). 1998. *Encyklopedia filozofii*. Zysk i S-ka Wydawnictwo, Poznań.

Kant, I. 1986. *Krytyka czystego rozumu*. PWN, Warszawa.

Kmita, J. 1971. *Z metodologicznych problemów interpretacji humanistycznej*. PWN, Warszawa.

Kmita, J. 1980. *Z problemów epistemologii historycznej.* Warszawa.

Kotarbiński, T. 1961. *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*. Ossolineum.

Krajewski, S. 2011. *Czy matematyka jest nauką humanistyczną?* Copernicus Center Press, Kraków.

Krajewski, W. 1998. *Prawa nauki. Przegląd zagadnień metodologicznych i filozoficznych.* Warszawa.

Kuhn, Th. S. 1968. *Struktura rewolucji naukowych.* Warszawa.

Lakatos, I. 1976. *Proofs and Refutations. The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge.

Losee J. 2001. *Wprowadzenie do filozofii nauki.* Warszawa.

Mortimer, H. 1982. *Logika indukcji*. PWN, Warszawa.

Murawski, R. 2002. *Współczesna filozofia matematyki. Wybór tekstów.* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Murawski, R. 2003. *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych.* Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.

Murawski, R. 2008. *Filozofia matematyki. Zarys dziejów.* Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.

Nagel, E. *Struktura nauki*. PWN, Warszawa.

Nowaczyk, A. 1990. *Wprowadzenie do logiki nauk ścisłych.* PWN, Warszawa.

Nowak, L. 1977. *Wstęp do idealizacyjnej teorii nauki.* Warszawa.

Pawłowski, T. 1977. *Pojęcia i metody współczesnej humanistyki.* Wrocław.

Pawłowski, T. 1986. *Tworzenie pojęć i definiowanie w naukach humanistycznych.* Warszawa.

Pogonowska, B. 1995. *Paranauka. Studium z filozofii nauki*. Ośrodek Wydawnictw Naukowych, Poznań.

Pogonowska, B. 1996. *Kategoria racjonalności w teoriach przedmiotowych makroekonomii*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.

Pogonowski, J. 1981. *Tolerance spaces with applications to linguistics*. Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.

Pogonowski, J. 1991a. *Hierarchiczne analizy języka*. Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.

Pogonowski, J. 1991ab. *Hiponimia*. Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.

Pogonowski, J. 1993a. *Linguistic oppositions*. Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.

Pogonowski, J. 1993b. *Combinatory semantics*. Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.

Poincaré, H. 1908a. *Nauka i metoda*. G. Centnerszwer i Ska, Warszawa; Księgarnia H. Altenberga, Lwów.

Poincaré, H. 1908b. *Nauka i hipoteza*. G. Centnerszwer i Ska, Warszawa; Księgarnia H. Altenberga, Lwów.

Poincaré, H. 1908c. *Wartość nauki*. G. Centnerszwer i Ska, Warszawa; Księgarnia H. Altenberga, Lwów.

Popper, K. R. 1977. *Logika odkrycia naukowego.* Warszawa.

Przełęcki, M. 1988. *Logika teorii empirycznych*. PWN, Warszawa.

Putnam, H. 1998. *Wiele twarzy realizmu i inne eseje*. PWN, Warszawa.

Quine, W.V.O. 2000. *Z punktu widzenia logiki*. Fundacja Aletheia, Warszawa.

Searle, J. 1995. *The construction of social reality*. Simon and Schuster, New York.

Such, J. 1975. *Problemy weryfikacji wiedzy*. PWN, Warszawa.

Such, J., Szcześniak, M. 2006. *Filozofia nauki.* Poznań.

Woleński, J. 1985. *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska.* Warszawa.

Woleński, J. 1993. *Metamatematyka a epistemologia*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Woleński, J. 2005. *Epistemologia*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Wójcicki, R. 1974. *Metodologia formalna nauk empirycznych*. Ossolineum.

Życiński J. 1996. *Elementy filozofii nauki.* Tarnów.