Naukoznawstwo (Etnolingwistyka V)

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl
pogon@amu.edu.pl

17 XI 2007

Ostatni wykład

Kończą się trudy naszej Przygody Edukacyjnej. Bogatsi, mam nadzieję, o okruszki wiedzy, opuszczacie tereny naukoznawstwa innym Tajemniczym Tunelem:

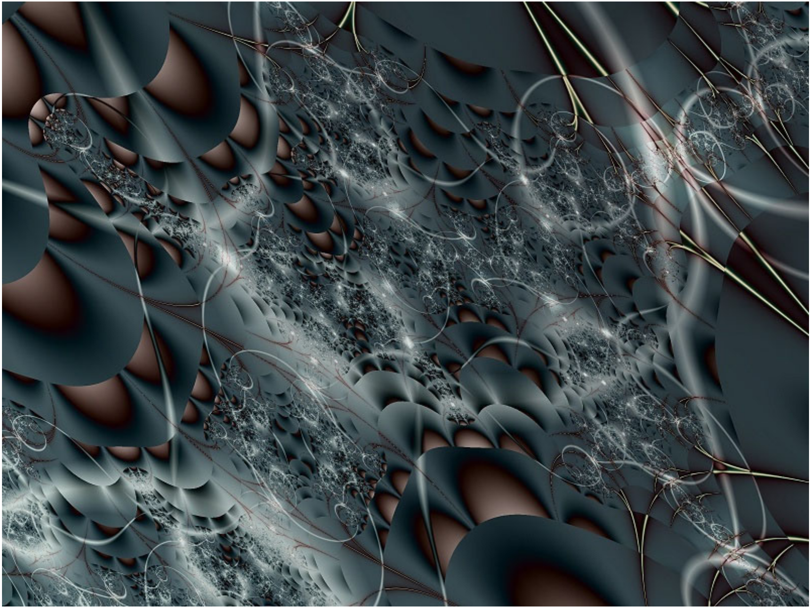
Granice poznania

- Jakie są granice poznania naukowego?
- Czy o granicach tych możemy mówić w sposób naukowy, czy też musimy przejść na teren metafizyki? Innymi słowy, czy pytanie o poznanie granic poznania należy do nauki?
- Jakiego rodzaju są to granice? Czy określone są przez nasze możliwości technologiczne, czy też przez jakieś inne czynniki, subiektywnej lub obiektywnej natury?
- Jak granice poznania naukowego mają się do granic poznania pozanaukowego? Czy granice poznania naukowego tożsame są z granicami poznania racjonalnego?

Plan na dziś

Plan na dziś:

- Wizyta w Hotelu Hilberta — numeryczna charakterystyka nieskończoności
- Fraktale — nieskończona złożoność strukturalna
- Rodzaje NIEMOŻLIWOŚCI (w poznaniu naukowym)
- Granice poznawalności w (ścisłych) naukach empirycznych
- Przykład ograniczeń w naukach społecznych: Twierdzenie Arrowa
- Tajemnice lingwistyki
- Co metamatematyka mówi o granicach poznania w matematyce?
- Nauka a pseudonauka oraz paranauka



Jako ciekawostkę proszę obejrzeć tłumaczenie trzech prac Henri Poincaré'go:

- *Nauka i Hypoteza* (1908) przekład M.H. Horwitza, pod reakcyą L. Silbersteina;
- *Wartość Nauki* (1908) przekład Ludwika Silbersteina;
- *Nauka i Metoda* (1912); przekład M.H. Horwitza,

(nakład Jakóba Mortkowicza; Warszawa, G. Centnerszwer i Ska; Lwów: Księgarnia H. Altenberga). Warto poczytać, co Poincaré sto lat temu pisał o przyszłości nauki.

Polecam również przekład znakomitej książki popularnonaukowej: John D. Barrow *Kres możliwości? Granice poznania i poznanie granic.* Prószyński i S-ka, Warszawa [bez daty wydania; oryginał: *Impossibility. The Limits of Science and the Science of Limits.* Oxford University Press z 1998 roku]. Korzystamy z tej książki w niniejszej prezentacji.

I jeszcze dwie pozycje, tym razem sprzed pół wieku. Pozwolę sobie dodać, że po lekturze drugiej z nich piszący te słowa próbował sposobem domowym otrzymać (w połowie lat sześćdziesiątych ubiegłego stulecia) ciężką wodę, niezbędną do produkcji bomby wodorowej. Dziś może należy podkreślić, że motywacją tych (nieudanych) prób nie była działalność terrorystyczna, lecz (normalna u dziecka) ciekawość poznawcza.

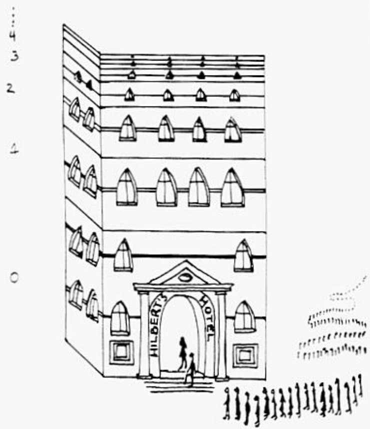
- *Wszechświat, życie, człowiek.* Książka i Wiedza, Warszawa 1955.
- Gładkow, K. *Energia atomu.* Wiedza Powszechna, Warszawa 1961.

W niniejszej prezentacji wykorzystujemy (dla urozmaicenia: należy się Wam coś estetycznego na koniec) obrazki fraktali, losowo wybrane z wielu kolekcji dostępnych w Internecie.


www.fractovia.org

Hotel Hilberta

Do mówienia o granicach (oraz ich przekraczaniu) potrzebna nam będzie refleksja nad pojęciem nieskończoności (potencjalnej i aktualnej). Na początek, odwiedzimy Hotel Hilberta, coś w rodzaju matematycznej Wieży Babel (jednak udanej).



Individual Guest Number: $\underbrace{0, 1, 2, \ldots}_{\omega}$, $\frac{\omega}{-1}$
Total Number of Guests:

Figure 45.

Hotel Hilberta

Hotel Hilberta ma nieskończoną liczbę pokoi:

1	2	3	4	5	...

Jest jasne, że nawet gdy wszystkie pokoje są zajęte, to można umieścić w nim nowego gościa, w dowolnym pokoju o numerze n: wystarczy, aby każdy z gości zamieszkujących pokoje o numerach n, $n+1$, $n+2$, ... przemieścił się do pokoju o numerze o jeden większym od numeru swojego dotychczasowego pokoju. Wtedy pokój o numerze n staje się wolny.

Jest też jasne, że nawet gdy wszystkie pokoje są zajęte, to można umieścić w nim dowolną **skończoną** liczbę nowych gości. Pytanie: w jaki sposób?

Hotel Hilberta

Pytanie (tylko trochę) trudniejsze: czy w zapełnionym już Hotelu Hilberta pomieścić można nieskończoną (przeliczalną, tj. równoliczną ze zbiorem wszystkich liczb naturalnych; lub, co na jedno wychodzi, równoliczną ze zbiorem wszystkich pokoi w Hotelu Hilberta) liczbę nowych gości?

Oczywiście, TAK. Można np. umieścić wszystkich dotychczasowych gości w pokojach o numerach nieparzystych, a gości nowych w pokojach o numerach parzystych.
Kolejne (znów, odrobinę trudniejsze) pytanie: czy w zapełnionym już Hotelu Hilberta można pomieścić dodatkowo **przeliczalną** liczbę **przeliczalnych** zbiorów nowych gości?

I w tym przypadku odpowiedź brzmi: TAK. Widzicie, jak to zrobić?

Hotel Hilberta

Czyżby więc w zapełnionym już Hotelu Hilberta można pomieścić dodatkowo DOWOLNĄ liczbę nowych gości?
Odpowiedź brzmi: NIE. Można pokazać (przy użyciu metody przekątniowej), że zbiór $\mathbb{R}$ WSZYSTKICH przeliczalnych ciągów (kolejek) nowych gości nie zmieści się w Hotelu Hilberta. Argument jest prosty. Po pierwsze, jest jasne, że możemy utożsamiać każdy element zbioru $\mathbb{R}$ z jakimś ciągiem liczb naturalnych (dodatnich). Wyliczmy wszystkie elementy zbioru $\mathbb{R}$, w dowolnej kolejności:

$$
\begin{aligned}
A_1 &= \langle\, a_{11}, a_{12}, a_{13}, \ldots \,\rangle \\
A_2 &= \langle\, a_{21}, a_{22}, a_{23}, \ldots \,\rangle \\
A_3 &= \langle\, a_{31}, a_{32}, a_{33}, \ldots \,\rangle \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

Hotel Hilberta

Rozważmy teraz ciąg
$A = \langle\ a_{11},\ a_{22},\ a_{33},\ \ldots\ \rangle$
i zbudujmy ciąg
$A^{\delta} = \langle\ a^{\delta}_{11},\ a^{\delta}_{22},\ a^{\delta}_{33},\ \ldots\ \rangle$
wedle reguły:

- jeśli $a_{nn} = 8$, to $a^{\delta}_{nn} = 7$
- jeśli $a_{nn} \neq 8$, to $a^{\delta}_{nn} = 8$.

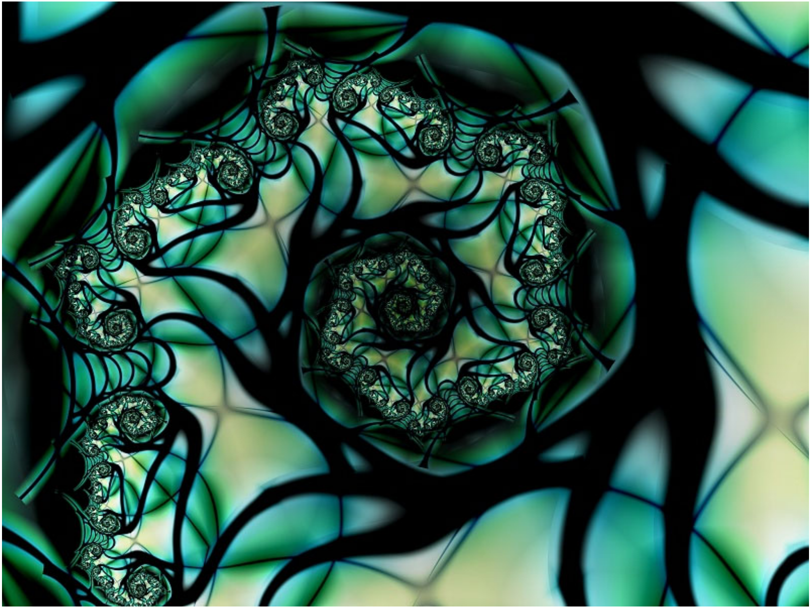
Wtedy ciąg A^{δ} jest różny od każdego ciągu A_n (dla wszystkich n), a więc nie mógł wystąpić na liście (rzekomo) wszystkich elementów $\mathbb{R}$.

Liczba elementów zbioru $\mathbb{R}$ jest oczywiście nieskończona. Jest ona jednak (w intuicyjnym sensie) „większa” od liczby pokoi Hotelu Hilberta.

Hotel Hilberta

Nie możemy tu opowiedzieć o arytmetyce liczb będących licznościami (mocami) zbiorów nieskończonych — zob. dowolny porządny podręcznik teorii mnogości. Powiedzmy tylko, że skala kolejnych nieskończoności jest pozaskończona (nie daje się przedstawić jako równoliczna z jakąkolwiek liczbą nieskończoną).

Hotel Hilberta jest metaforą nieskończoności potencjalnej: wyobrażamy sobie sytuację, gdy po każdym kroku możemy wykonać następny, bez ograniczenia (nie ma znaku stop w Hotelu Hilberta).
Gdy bierzemy pod uwagę Hotel Hilberta jako całość, to zaczynamy operować nieskończonością aktualną. Mamy wtedy możliwość (gwarantowaną stosownymi aksjomatami teorii mnogości) tworzenia coraz to nowych nieskończoności.



Hotel Hilberta

Dotychczas posługiwaliśmy się pojęciem nieskończoności w sposób intuicyjny. Czy można podać precyzyjną, numeryczną (i nie odwołującą się np. do czasu i przestrzeni) definicję tego pojęcia? Dla tych z Pań, które nie mogą pozbyć się ciekawości, podaję kilka propozycji.

Definicja Fregego. Zbiór jest skończony, gdy ma n elementów, dla pewnej liczby naturalnej n. W przeciwnym przypadku jest nieskończony.

Definicja Dedekinda. Zbiór jest nieskończony, gdy jest równoliczny z jakimś swoim podzbiorem właściwym. W przeciwnym przypadku jest skończony.

Definicja Tarskiego. Zbiór jest skończony, gdy każdy $\subseteq$-łańcuch w rodzinie jego podzbiorów ma kres górny. W przeciwnym przypadku jest nieskończony.

Hotel Hilberta

Definicja von Neumanna. Dla dowolnego zbioru X, niech $X^* = X \cup \{X\}$. Iteracje operacji * określamy indukcyjnie:

- $X^0 = X$
- $X^1 = X^*$
- $X^{n+1} = (X^n)^*$.

Zbiór jest skończony, gdy jest równoliczny z $\emptyset^n$, dla pewnego n, gdzie $\emptyset$ jest zbiorem pustym. W przeciwnym przypadku, jest nieskończony.
Uwaga. W definicji von Neumanna tylko z pozoru odwołujemy się do liczb naturalnych: w poprawnej, nieuproszczonej wersji (której nie będziemy tu podawać) definicja ta używa tylko pojęć teoriomnogościowych; liczby naturalne zostają wtedy zdefiniowane (na gruncie teorii mnogości).

Hotel Hilberta

Definicja Zermela. Niech $X_\zeta = \{X\}$, dla dowolnego X. Iteracje operacji $_\zeta$ określamy analogicznie, jak dla *:

- $X_0 = X$
- $X_1 = X_\zeta$
- $X_{n+1} = (X_n)_\zeta$.

Zbiór jest skończony, gdy jest równoliczny z $\emptyset_n$, dla pewnego n; w przeciwnym przypadku jest nieskończony.

Uwaga. Również w tej definicji odwołanie się do liczb naturalnych jest jedynie pozorne. W nieuproszczonej, poprawnej wersji definicji Zermela odwołujemy się do kumulatywnej hierarchii zbiorów, której określenie wymaga stosowania indukcji pozaskończonej.

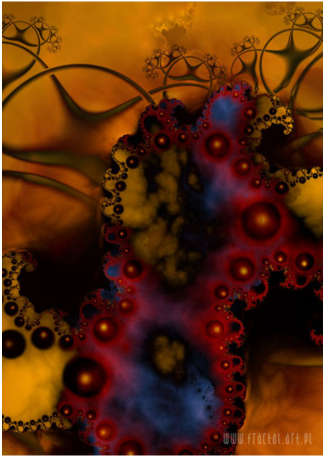
Hotel Hilberta

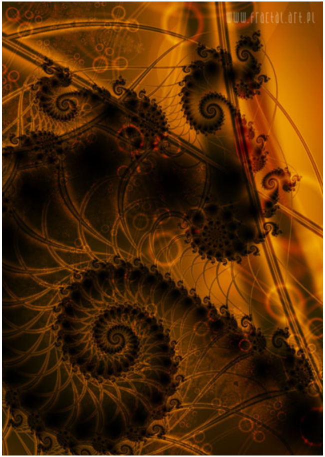
Już starczy, prawda?

To, co najważniejsze: mamy precyzyjne definicje nieskończoności, nie odwołujące się ani do czasu, ani do przestrzeni. Definicji tych możemy używać, określając — znane ze szkoły — pojęcie granicy.

I jeszcze uwaga dotycząca Hotelu Hilberta. Ponieważ mamy nieskończoną liczbę gości, więc dochody właściciela są nieskończone. Są też jednak pewne utrudnienia. Np.: jakiej długości powinien być wąż przeciwpożarowy? Ile płacić pokojówce, która ma posprzątać wszystkie pokoje?

"HILBERT'S HOTEL"
©2002 CAROL LAY
THE INFINITE HOTEL WAS ALWAYS FILLED TO CAPACITY.
HILBERT'S HOTEL ∞
NO VACANCY
WWW.WAYLAY.COM
YET, IF A NEW GUEST ARRIVED, SHE WAS ALWAYS GIVEN A ROOM.
AFTER ALL, THERE WERE AN INFINITE NUMBER OF ROOMS.
ROOM 84,372,294,86,714,392,645, 913,653,898,652,732 NEEDS FRESH TOWELS.
THIS PARADOX ASSUMED THAT MANAGEMENT COULD ALWAYS ADD ONE OR MORE TO INFINITY.
WE'LL SIMPLY PUT YOU IN ROOM 1, THEN ASK EVERYONE TO SHIFT OVER ONE ROOM.
THE BRAIN-BRUISING HOTEL ATTRACTED A LOT OF MATHEMATICIANS AND PHILOSOPHERS.
JUST A MOMENT, PLEASE.
THEY LIKED TO ARGUE INTO THE WEE HOURS ABOUT THE NATURE OF INFINITY.
UNFORTUNATELY, THEY WERE A BUNCH OF SLOBS.
OH, DEAR.
TSK
MANAGEMENT HAD TO HIRE A NEW MAID TO KEEP UP WITH THE MESS.
RING IF YOU GET LOST...
DAUNTED BY THE NUMBER OF ROOMS TO CLEAN...
RM. 63294468517432
NOK NOK
THE MAID SET FIRE TO THE JOINT.
SCREW IT.
ETHER
THE PHILOSOPHERS ESCAPED...
BUT THE HOTEL BURNED FOREVER.


www.fractal.art.pl

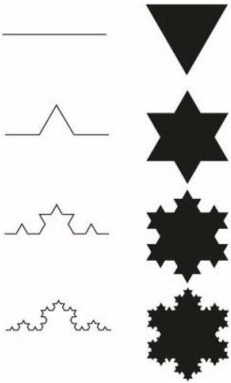

www.fractal.art.pl

Fraktale

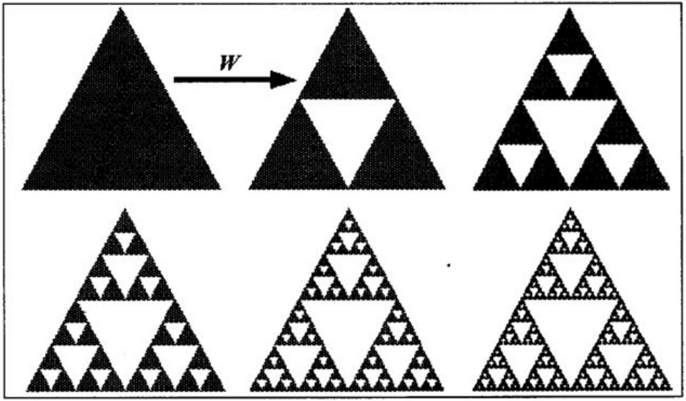
Fraktale to obiekty, które mają cechę samopodobieństwa oraz ułamkowy wymiar Hausdorffa-Besicovitcha. Pierwszą własność dość łatwo objaśnić na przykładach, o drugą proszę się nie martwić.
Obiekty fraktalne dostarczają przykładów nieskończonej złożoności strukturalnej. Im dokładniej przyglądamy się takim obiektom, tym więcej odnajdujemy szczegółów i na żadnym etapie nie widzimy wszystkich tych szczegółów. Nadto, na każdym z tych etapów napotykamy pewien stały wzorzec, przynależny wyjściowej całości.
Fraktale znane są od dość dawna: np. krzywa Peana (wypełniająca kwadrat), dywan Sierpińskiego, zbiór Cantora. Od kilkudziesięciu lat matematyka fraktali znajduje wiele zastosowań w przyrodoznawstwie. Nadto, gdy rozejrzysz się dokładnie dookoła, to okaże się, iż prawie wszystko jest fraktalem (gdy odpowiednio spojrzeć). Ale nie bój się, ja czuwam i nie dam Ci zrobić krzywdy.

Fraktale

Cechę samopodobieństwa, definiującą fraktale, łatwo zaobserwować w procesie konstruowania obiektu fraktalnego. Spójrzmy, jak powstaje płatek śniegu Kocha:

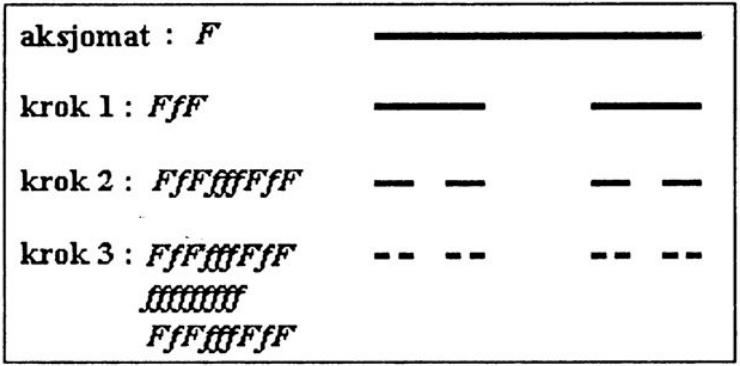


Fraktale: trójkąt Sierpińskiego



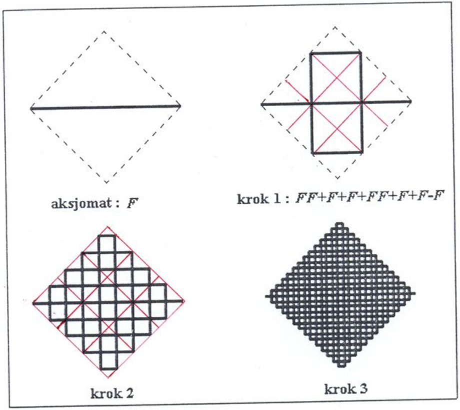
Rys. 3.9. Efekt kolejnych kroków iteracji układu odwzorowań trójkąta Sierpińskiego

Fraktale: zbiór Cantora



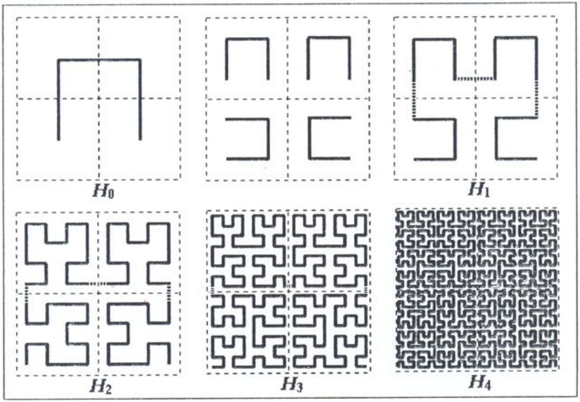
Rys. 4.4. Kolejne kroki powstawania zbioru Cantora

Fraktale: krzywa Peana



Rys. 4.6. Konstrukcja krzywej Peana – każdy z odcinków obiektu zastępowany jest substytutem widocznym w kroku pierwszym

Fraktale: krzywa Hilberta



Rys. 4.7. Klasyczna konstrukcja krzywej Hilberta – grubą liną przerywaną zaznaczono miejsca połączeń

Fraktale

To, co najważniejsze do zapamiętania o fraktalach (na potrzeby tego kursu):

- są to obiekty, które powstają jako elementy graniczne pewnych iterowanych operacji;
- lokalna struktura fraktala jest (na każdym poziomie) odzwierciedleniem jego struktury globalnej;
- fraktale są obiektami o nieskończonej złożoności (czasem mówi się: subtelności) strukturalnej.

Uwaga. Mówimy o *powstawaniu* lub *konstrukcji* fraktali jako obiektów matematycznych. Nie oznacza to oczywiście, że Natura stosuje takie same (jak my) metody konstrukcji.


www.fractal.art.pl


www.fractal.art.pl

Rodzaje niemożliwości poznawczych

Co to znaczy, że coś jest niemożliwe w poznaniu naukowym? Mówiąc nieco ogólniej, z jakimi rodzajami niemożliwości mamy do czynienia w nauce?

Ograniczenia w poznaniu naukowym mogą mieć charakter m.in.:

- ontyczny (nie mamy dostępu do pewnych zjawisk);
- epistemiczny (wiadomo, że pewne ustalenia nie są wykonalne);
- technologiczny (nie mamy środków technicznych, aby przeprowadzić badania);
- ekonomiczny (nie mamy pieniędzy na badania);
- światopoglądowy (np.: uznawane wartości determinują obraz świata).

Rodzaje niemożliwości poznawczych

Pamiętacie (ze szkoły) o słynnych nierozwiązywalnych (ustalonymi środkami) starożytnych problemach geometrycznych:

- trysekcji kąta;
- kwadratury koła;
- podwojenia (objętości) sześcianu.

Nie są to ani przykłady antynomii, ani paradoksów. Mają za to związek z wykraczaniem poza granice ówcześnie znanego świata liczb (wymiernych). Może warto dodać, że takie problemy nie były jedynie czczą rozrywką filozofów — np. trzeci z wyżej wymienionych pojawił się w związku z tzw. zapotrzebowaniem społecznym (budowy ołtarza).

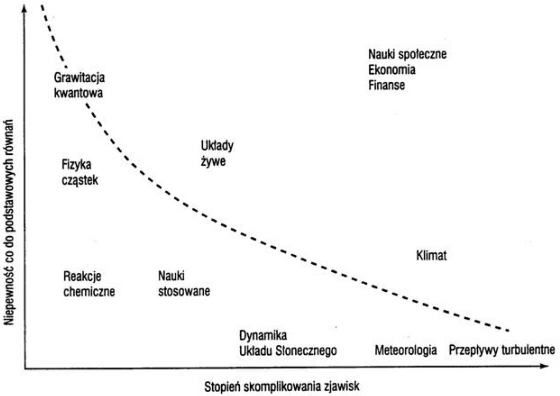
Rodzaje niemożliwości poznawczych

Problemy du Bois Reymonda:

- Powstanie życia.
- Powstanie języków.
- Powstanie ludzkiego rozumu.
- Ewolucyjna adaptacyjność organizmów.
- Powstanie sił natury i natura materii.
- Powstanie i natura świadomości oraz postrzegania zmysłowego.
- Problem wolnej woli.

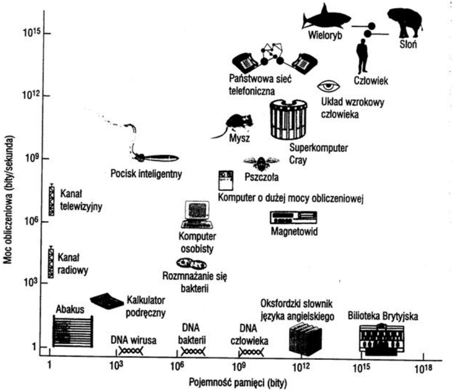
Problemy te sformułowano w wieku XIX. Do dzisiaj nie posiadają one zadowalających rozwiązań.

Skomplikowanie zjawisk a pewność ich opisu



Rys. 3.2 Schematyczne przedstawienie stopnia niepewności równań matematycznych, opisujących zjawiska, w zależności od stopnia skomplikowania tych zjawisk. Według Davida Ruelle.

Gromadzenie i przetwarzanie informacji



Rys. 5.6 Przedstawienie dwóch aspektów struktur – zdolności do gromadzenia informacji (w bitach) i zdolności do jej przetwarzania (w bitach na sekundę). Struktury najbardziej skomplikowane, łączące ogromną zdolność magazynowania informacji z jej szybkim przetwarzaniem znajdują się w prawym górnym rogu.

Rodzaje niemożliwości poznawczych

Cztery typy epistemiczno-ontyczne w relacji Człowiek-Natura:

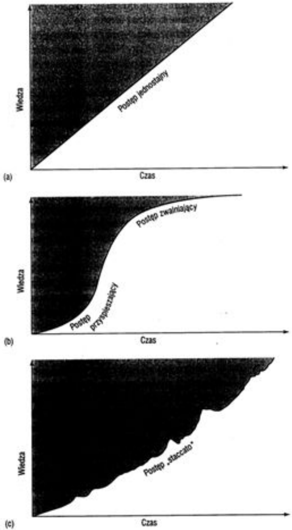
- Natura nieograniczona i możliwości człowieka nieograniczone.
- Natura nieograniczona i możliwości człowieka ograniczone.
- Natura ograniczona i możliwości człowieka nieograniczone.
- Natura ograniczona i możliwości człowieka ograniczone.

Uwaga 1. Każdy z tych typów obrazować można na diagramie, w którym osią odciętych jest czas, a osią rzędnych wiedza (zob. cytowana książka J.D. Barrowa, strony 91–103).

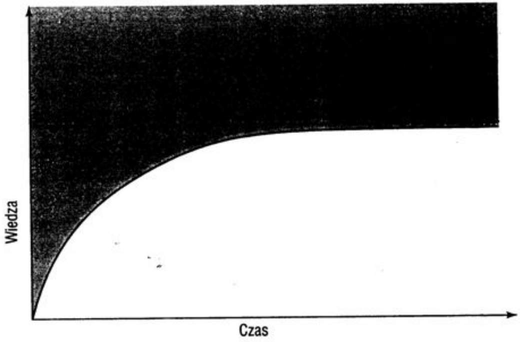
Uwaga 2. Przez ograniczoność Natury rozumiemy tu to, iż złożoność strukturalna Wszechświata jest skończona, że daje on się całkowicie opisać za pomocą rekurencyjnego (obliczalnego) zbioru praw; sam Wszechświat może być przy tym nieskończony.

Typ pierwszy: Natura i człowiek nieograniczone.

Rozwój wiedzy w przypadku, gdy zarówno Natura jest nieograniczona, jak i możliwości (poznawcze) człowieka są nieograniczone (ciemny obszar nad krzywą ma odpowiadać Nieznanemu):

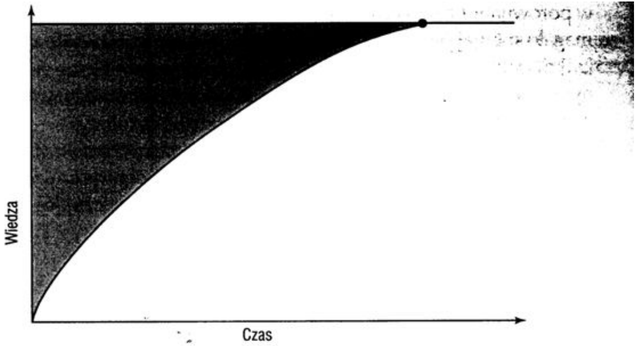


Typ drugi: Natura nieograniczona, możliwości człowieka ograniczone.



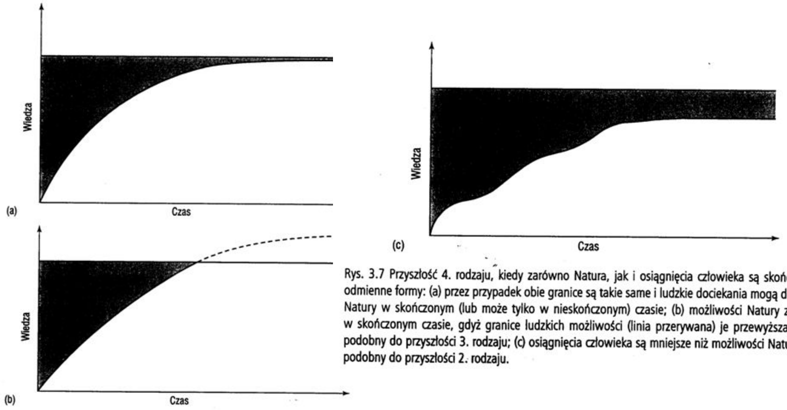
Rys. 3.5 Przyszłość 2. rodzaju. Wiedza stale się zwiększa, lecz jest ograniczona, natomiast Natura nie jest ograniczona.

Typ trzeci: Natura ograniczona, możliwości człowieka nieograniczone. Hm. Nie ma tu sprzeczności?



Rys. 3.6 Przyszłość 3. rodzaju. Do pełnego zrozumienia Natury wystarcza skończona ilość informacji, leżąca w zasięgu ludzkich możliwości.

Typ czwarty: Natura i człowiek ograniczone.



Rys. 3.7 Przyszłość 4. rodzaju, kiedy zarówno Natura, jak i osiągnięcia człowieka są skończone, ale mają odmienne formy: (a) przez przypadek obie granice są takie same i ludzkie dociekania mogą dotrzeć do granic Natury w skończonym (lub może tylko w nieskończonym) czasie; (b) możliwości Natury zostały poznane w skończonym czasie, gdyż granice ludzkich możliwości (linia przerywana) je przewyższają – przypadek podobny do przyszłości 3. rodzaju; (c) osiągnięcia człowieka są mniejsze niż możliwości Natury – przypadek podobny do przyszłości 2. rodzaju.

Rodzaje niemożliwości poznawczych

Ograniczenia technologiczne. Typy cywilizacji; skala makroskopowa.
Propozycja N. Kardeszewa podziału zaawansowanych ETI:

- Typ I. Jest zdolny do restrukturyzowania planety; potrafi wykorzystywać energię do komunikowania się.
- Typ II. Jest zdolny do restrukturyzowania układów słonecznych oraz komunikacji międzygwiezdnej.
- Typ III. Jest zdolny do restrukturyzowania galaktyk; potrafi wysyłać sygnały przez cały obserwowalny Wszechświat.
- Typ Ω. Potrafi manipulować całym Wszechświatem.

Rodzaje niemożliwości poznawczych

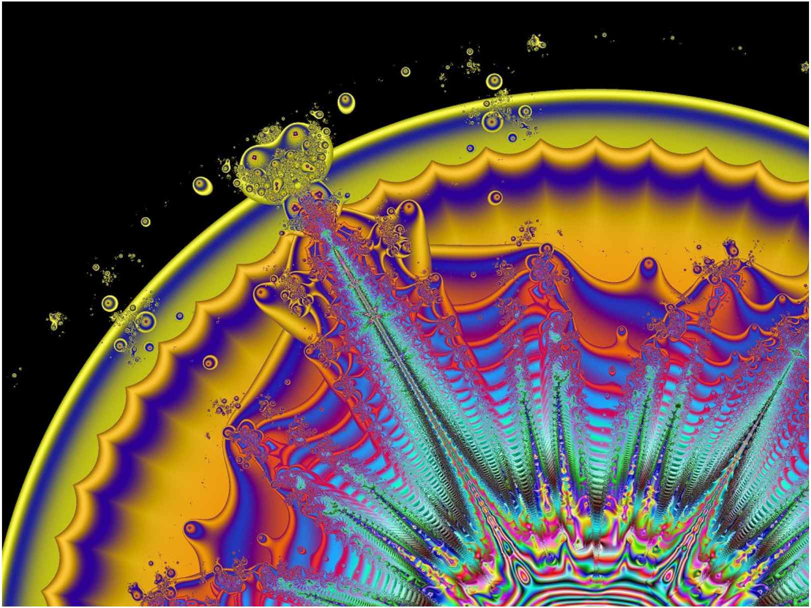
Ograniczenia technologiczne. Typy cywilizacji; skala mikroskopowa.

- Typ 1. Potrafi manipulować obiektami o rozmiarach porównywalnych z rozmiarami poszczególnych osobników.
- Typ 2. Potrafi manipulować genami i środowiskiem organizmów żywych.
- Typ 3. Potrafi manipulować cząsteczkami i wiązaniami cząsteczkowymi (a więc i tworzyć nowe substancje).
- Typ 4. Potrafi manipulować atomami, tworzyć nanotechnologie oraz sztuczne życie.
- Typ 5. Potrafi manipulować jądrami atomów i nukleonami.
- Typ 6. Potrafi manipulować elementarnymi cząstkami materii.
- Typ Ω^{-1}. Potrafi manipulować strukturą czasu i przestrzeni.

Rodzaje niemożliwości poznawczych

Ograniczenia technologiczne.
Powinno być jasne, że te ograniczenia nie są wynikiem jedynie (banalnych) ograniczeń ekonomicznych. Przeprowadzenie pewnego typu eksperymentów może być niewykonalne (w skali UAM, Rzeczpospolitej Polskiej, Unii Europejskiej, planety Ziemia, Układu Słonecznego, naszej Galaktyki, Grupy Lokalnej, ...).

Ograniczenia światopoglądowe.
Każda, bez wyjątku, działalność naukowa odbywa się na tle jakiegoś światopoglądu (z pewnymi aprobowanymi wartościami). Jednak w pewnych przypadkach możemy stwierdzić, iż owo tło światopoglądowe zniekształca procesy poznawcze. Nie trzeba daleko szukać: już w UAM znaleźć można propozycje prób podporządkowania badań kosmologicznych przesłaniu wywiedzionemu z Nowego Testamentu.

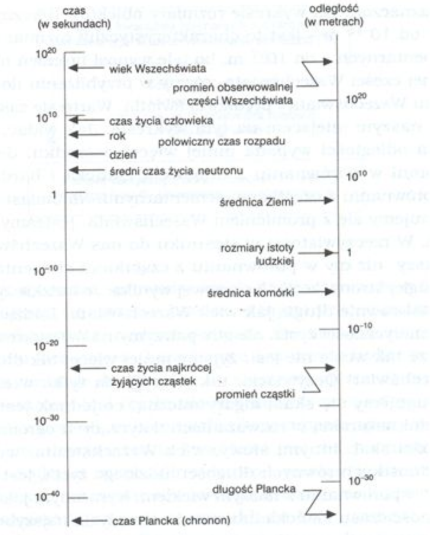


Granice poznania w naukach ścisłych

Wyliczymy niektóre przykłady ograniczeń w naukach ścisłych. O ograniczeniach w innych naukach nieco trudniej mówić. Pamiętajmy o *dictum*: w każdej wiedzy tyle jest nauki, ile jest w niej matematyki.

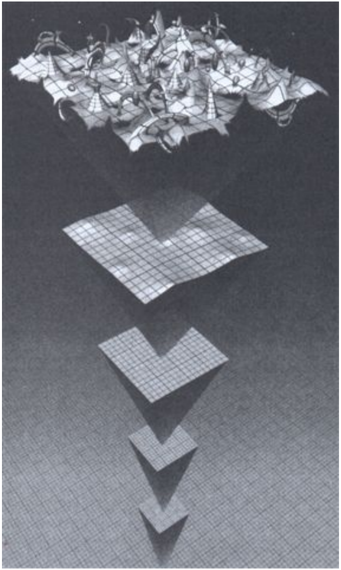
Systemy wiedzy, które nie są formułowane w języku matematyki nie mają, mówiąc metaforycznie, ustalonych granic. Dlatego niełatwo też zdecydować, z jakimi ograniczeniami mamy w takich przypadkach.

Skale wielkości fizycznych



Charakterystyczne skale czasu i odległości we Wszechświecie.

Gdy spojrzysz uważniej — piana



Granice poznania w naukach ścisłych

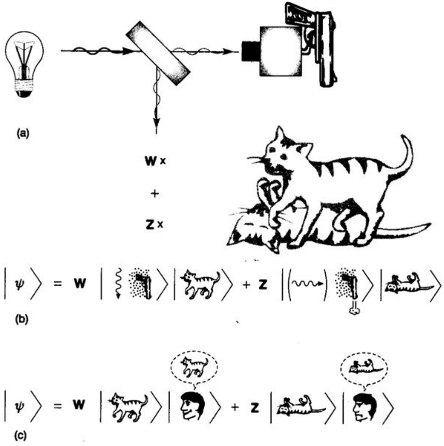
Dobrze znane ograniczenia:

- Demon Maxwella. Nie istnieje. Nie można zbudować *perpetuum mobile*.
- Zasada nieoznaczoności Heisenberga. Nie można jednocześnie precyzyjnie określić położenia i pędu cząstki.

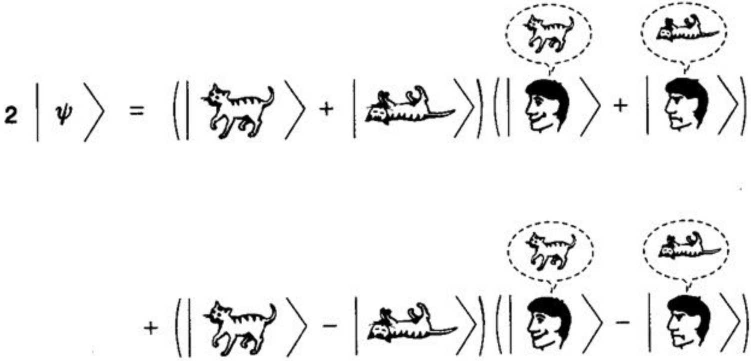
Niektóre Wielkie Pytania:

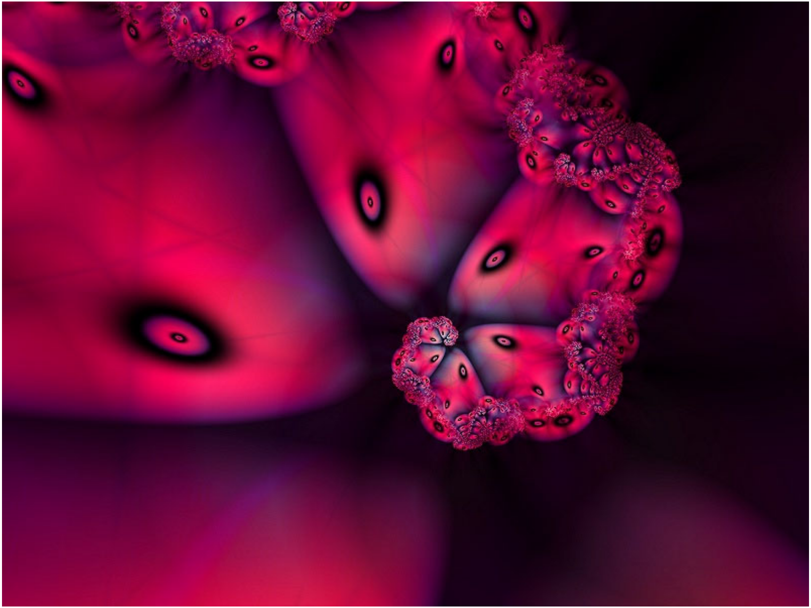
- Znalezienie bozonu Higgsa. Pilnie poszukiwany — „odpowiedzialny" za posiadanie masy.
- Eksperymentalne potwierdzenie teorii strun. Fizycy mają nadzieję na znalezienie Teorii Podstawowej; teoria strun jest kandydatką. To kolejny przypadek, gdy rozważania matematyczne wyprzedzają przyrodoznawstwo.

Kot Schrödingera — czy mamy „intuicje” dot. teorii kwantów?

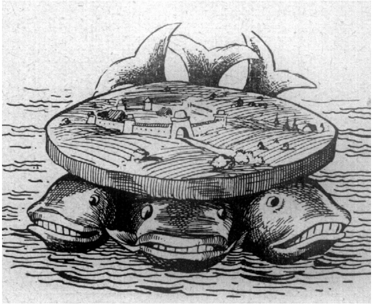


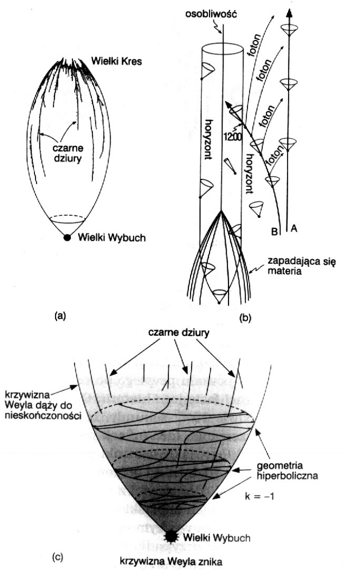
Kot Schrödingera; mechanika kwantowa a teorie percepcji





Spójrzmy na Wszechświat z zewnątrz:



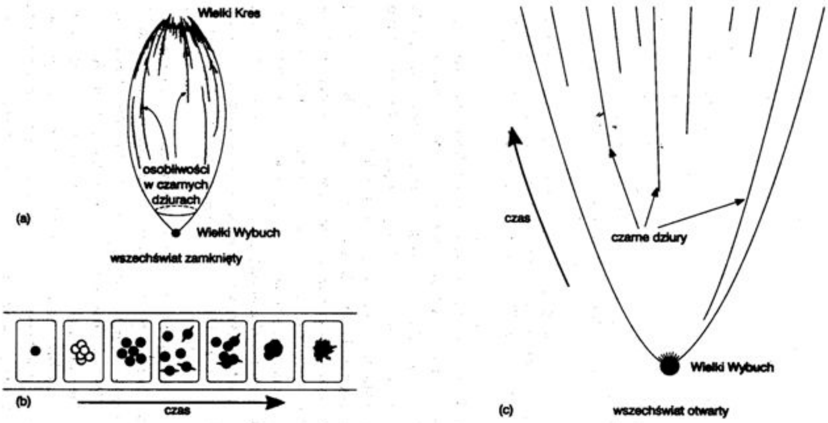


O, przepraszam. Jeszcze raz:

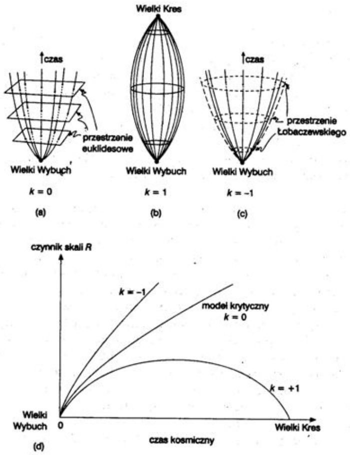
Dzieciństwo Wszechświata: Inflacja

Rys. 1.27. Problem powiększania typowych niejednorodności młodego Wszechświata podczas inflacji.

Dorosłość i Starość Wszechświata: ?



Dorosłość i Starość Wszechświata: ?

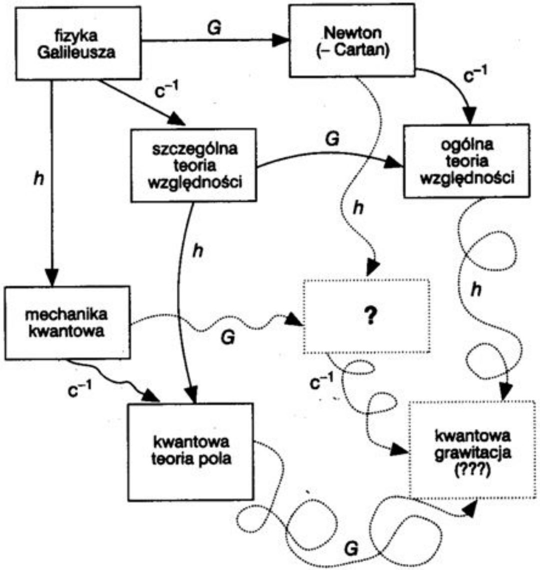


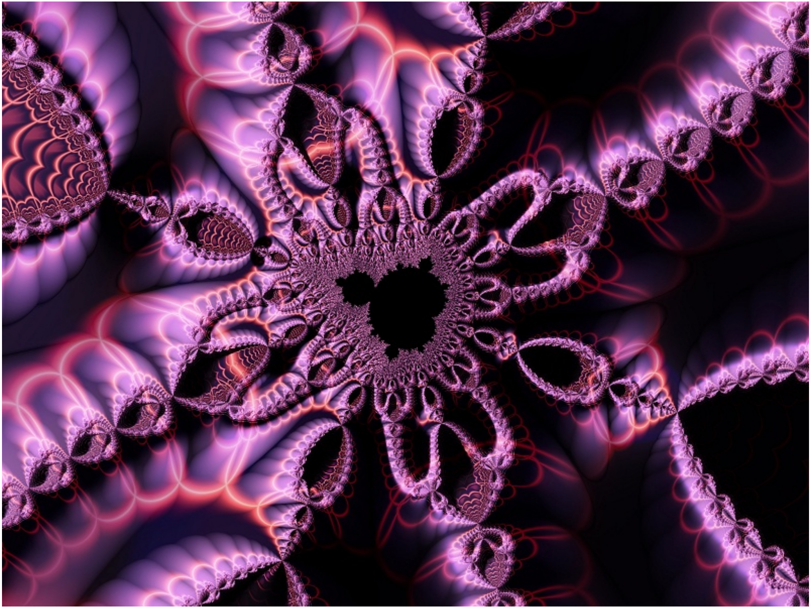
Granice poznania w naukach ścisłych

Niektóre wielkie pytania dot. makroskali:

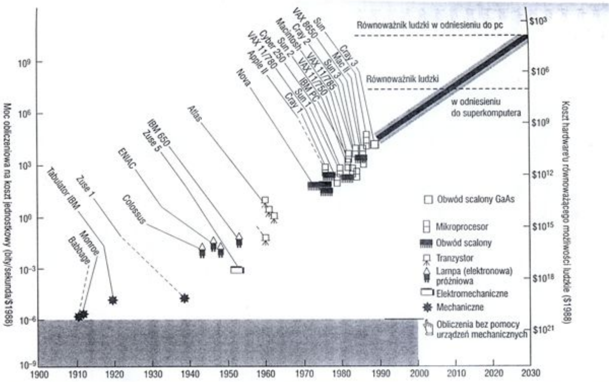
- Pytanie o początek Wszechświata. Czy można sensownie pytać, co było, **zanim** niczego nie było?
- Pytanie o to, jaka jest ta część Wszechświata, która znajduje się **poza** obserwowalnym Wszechświatem.
- Scenariusze historii Wszechświata. Czy warto się trudzić, skoro i tak nastąpi Wielki Krach?
- Wymiar Wszechświata. Czy żyjemy w przestrzeni jedenastowymiarowej?

Poszukiwanie unifikacji opisu



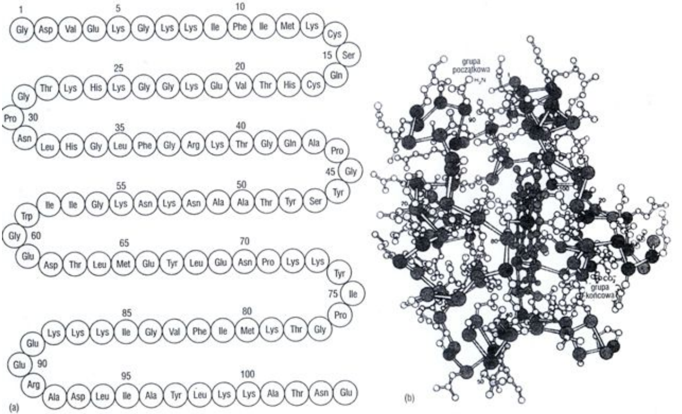


Złożone struktury: moce obliczeniowe



Rys. 4.2 Porównanie mózgu z dużymi komputerami. Wykres przedstawia wzrost mocy obliczeniowej w czasie, w ciągu całego dwudziestego wieku. Przedstawiono równoważnik ludzki, wraz z malejącym kosztem hardware'u wymaganego dla zrównoważenia możliwości człowieka – podany w dolarach zgodnie z cenami z 1988 roku. (W oparciu o dane zebrane przez Hansa Moravca, *Mind Children*, Harvard Uniwersity Press, 1998).

Złożone struktury: łańcuch białkowy

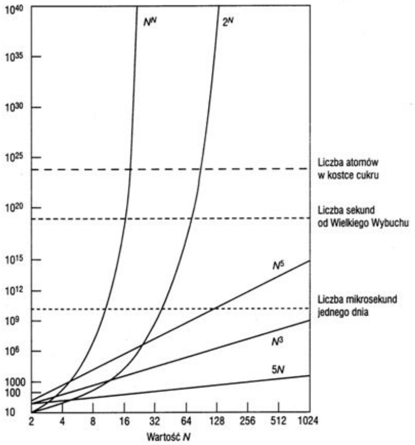


Rys. 4.9 Problem zwijania białek: (a) białko cytochrom *c* ma postać sznura 104 aminokwasów, który w kilka sekund zwija się w (b) – stabilną, trójwymiarową strukturę.

Granice poznania w naukach ścisłych

- Problemy klasy **NP** (*non-deterministic polynomial*). To problemy, dla których istnieją niedeterministyczne (losowe) algorytmy dające rozwiązania w czasie wielomianowym. W przypadku problemów o dużej złożoności ważna jest objętość pamięci potrzebnej w obliczeniach.
- Biochemia molekularna. Np. sformułowanie problemu zwijania łańcuchów białkowych jest typu **NP**.
- Problemy Syntetycznej Teorii Ewolucji.
- Matematyczne modele w: socjologii, ekonomii, psychologii, neurofizjologii, oraz w innych naukach zajmujących się układami o wielkiej złożoności.

Przykład: wzrost wartości funkcji



ys. 4.8 Tempo wzrostu wartości $5N$, N^3, N^5, 2^N i N^N, wraz ze wzrostem N, w porównaniu z innymi wielki iczbami.

Przykład: wzrost wartości funkcji

Notacja Mosera-Steinhausa używana jest do zapisu pewnych wielkich liczb:

- n w trójkącie oznacza n^n;
- n w kwadracie oznacza n w n trójkątach;
- n w pięciokącie foremnym oznacza n w n kwadratach;
- n w k-kącie foremnym oznacza n w n $(k-1)$-kątach foremnych.

Np. 2 w kwadracie to 2 w dwóch trójkątach, czyli $4^4 = 256$. Do często wymienianych liczb zapisywanych w tej notacji należą: mega, czyli 2 w pięciokącie oraz moser, czyli 2 w mega-kącie.
Inne, często wymieniane (dla oszołomienia publiczności) wielkie liczby to m.in. liczba Grahama oraz liczba Skewesa.

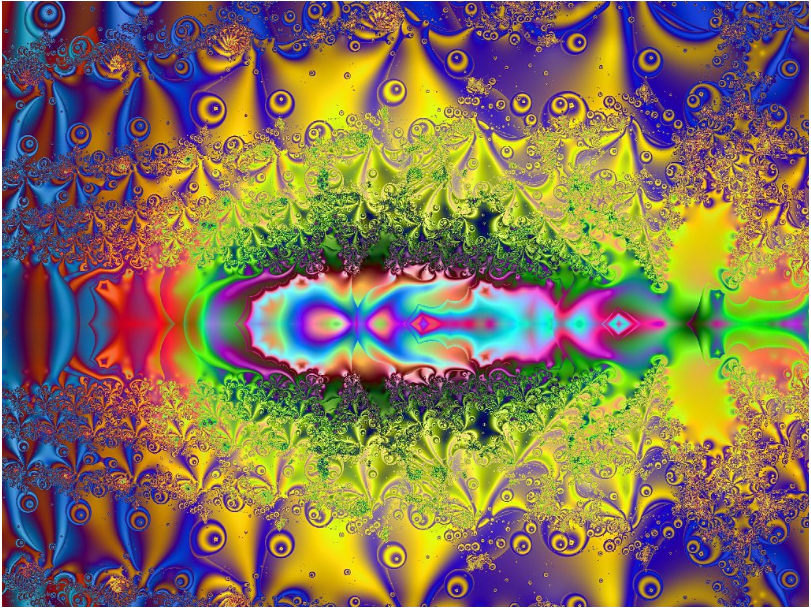
Przykład: wzrost wartości funkcji

Funkcja Ackermanna:

$$A(m,n) = \begin{cases} n+1 & \text{gdy } m = 0 \\ A(m-1,1) & \text{gdy } n = 0 \\ A(m-1, A(m, n-1)) & \text{w innych przypadkach} \end{cases}$$

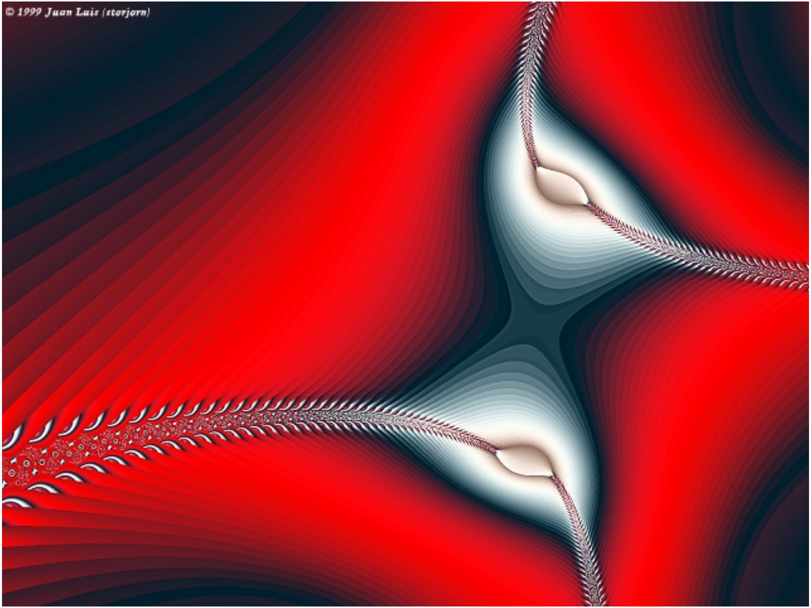
Jest to funkcja rekurencyjna (ale nie jest pierwotnie rekurencyjna!). Jej wartości rosną dość szybko, np. $A(4,2) = 2^{65536} - 3$.

Innego interesującego przykładu (początkowo!) bardzo szybko rosnącej zależności funkcyjnej dostarczają ciągi Goodsteina, których wartości jednak dla odpowiednio dużego argumentu stają się równe zeru. Ciągi te były wykorzystane w podaniu przykładu zdania nierozstrzygalnego w arytmetyce Peana, posiadającego **konkretną** treść matematyczną.



Granice poznania w naukach ścisłych

Tu, jeśli starczy czasu, oglądamy krótkie filmy popularnonaukowe przygotowane przez PWN (i zakupione przez piszącego te słowa, bez jakiejkolwiek ingerencji finansowej ze strony Instytutu Językoznawstwa UAM).


© 1999 Juan Luis (storjorn)

Twierdzenie Arrowa

Twierdzenie Arrowa.
Jest to twierdzenie o niemożności ustalenia globalnej preferencji grupowej, przy naturalnych (!) założeniach dotyczących preferencji indywidualnych. Pokazuje więc ono, że w pewnych warunkach podjęcie racjonalnej decyzji grupowej (a więc podjętej np. na drodze demokratycznego głosowania) nie jest wykonalne.

Można poszukiwać interpretacji Twierdzenia Arrowa odnoszących się do systemów wiedzy (zespołów przekonań).
Sformułujemy Twierdzenie Arrowa w wersji popularnej, bez odwoływania się do formalizmu matematycznego. Najpierw założenia (o preferencjach [wyborach, głosowaniach] indywidualnych i grupowych):

Twierdzenie Arrowa

- **Uniwersalność.** Procedura głosowania musi na podstawie rankingu preferencji każdego z głosujących wybrać w sposób deterministyczny (bez udziału elementu losowego) ranking preferencji grupy.
- **Suwerenność.** Każdy wynik powinien być możliwy do osiągnięcia przez pewną kombinację głosów. Wykluczamy więc procedury, w których rozstrzygnięcia są narzucone.
- **Brak dyktatury.** Wynik głosowania zależy od głosów więcej niż jednego uczestnika.

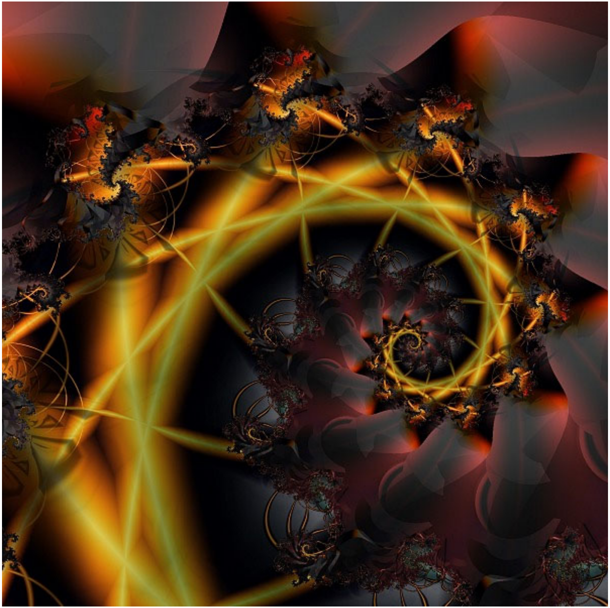
Twierdzenie Arrowa

- **Monotoniczność.** Jeśli wyborca zmieni preferencje podnosząc ranking jednej z opcji, wynik musi albo zwiększyć ranking tej opcji, albo pozostawić go na tym samym miejscu, nie może go zaś obniżyć.
- **Niezależność nieistotnych alternatyw.** Jeśli ograniczymy zakres opcji do dowolnego podzbioru, względna kolejność opcji w wyniku musi pozostać taka sama jak w pełnym zbiorze. Dla przykładu: jeśli pełny zakres opcji to A, B, C, D, E, i wynikiem procedury jest kolejność CDEAB, to względna kolejność CAB musi zostać taka sama niezależnie od tego jak zmieniałyby się preferencje dla D i E.

Twierdzenie Arrowa

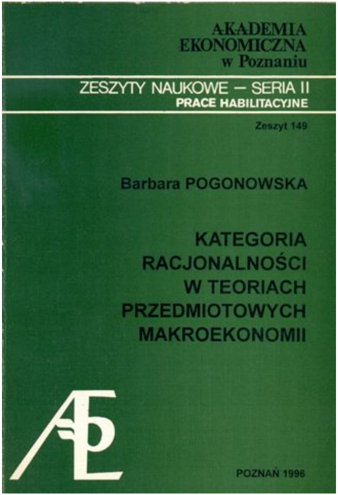
Teza Twierdzenia Arrowa mówi, że jeśli jest przynajmniej dwóch głosujących i przynajmniej trzy możliwości, to **nie da** się zbudować takiej metody grupowego podejmowania decyzji, która spełniałaby powyższe kryteria.

W większości systemów podejmowania decyzji poszczególne z wymienionych założeń są naruszane.
Twierdzenie Arrowa ma istotne konsekwencje dla teorii podejmowania decyzji. W szczególności, obnaża pewne mity na temat demokracji. Uwidacznia bowiem konflikty między preferencjami indywidualnymi a globalnymi. Kwestionuje też potoczne przekonanie o „demokratyczności" wszelkich decyzji podejmowanych metodą głosowania.



Kategoria racjonalności w makroekonomii

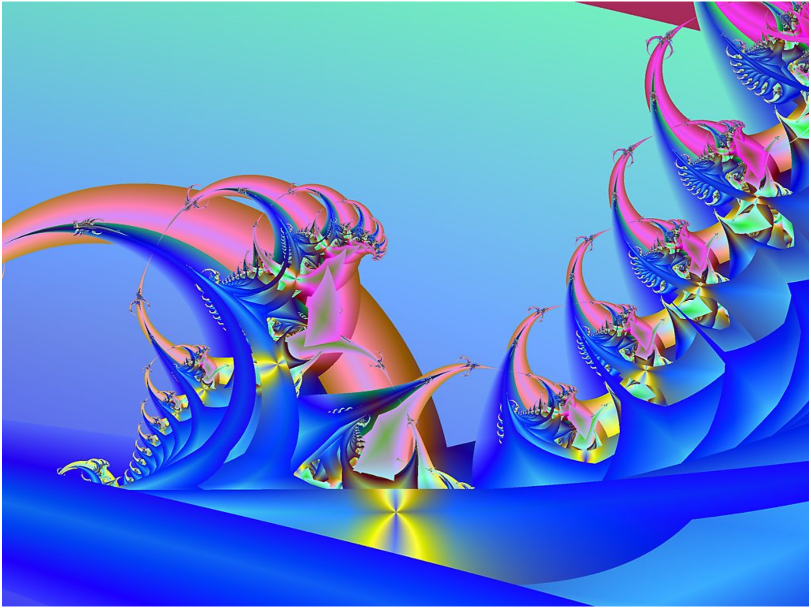
W naukach społecznych podejmujemy jednak oczywiście także racjonalne decyzje. O kategorii racjonalności w makroekonomii możesz poczytać w (mogę polecić tę pozycję bez nepotyzmu :)) $\longrightarrow$



Kategoria racjonalności w makroekonomii

Spis treści

3



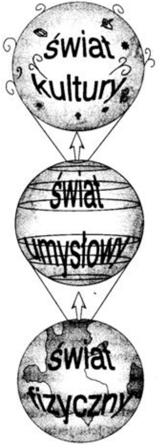
Tajemnice lingwistyki

Do najważniejszych „głębokich" problemów w lingwistyce należą:

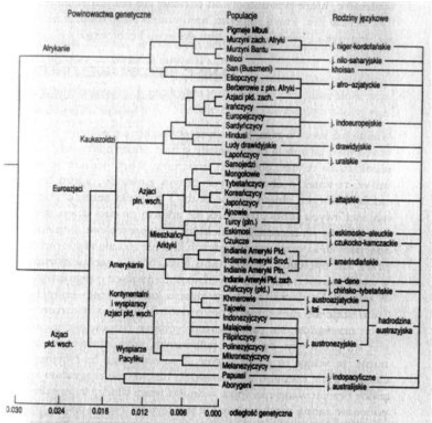
- geneza języka;
- możliwość skonstruowania języka uniwersalnego;
- możliwość skonstruowania kompletnego zestawu semantic primitives;
- problem wrodzoności języka;
- wyliczenie zestawu uniwersaliów językowych;
- . . .

Tajemnice lingwistyki

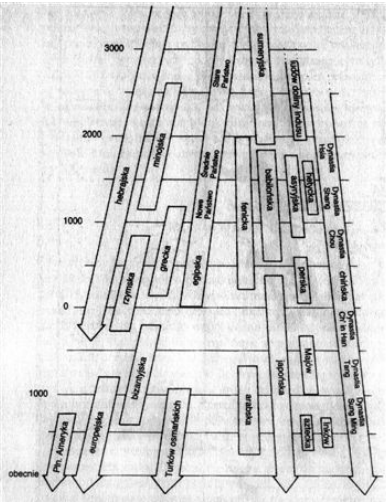
Problemy lingwistyki „materiałowej”. Podstawowym problemem dla „zbieraczy faktów lingwistycznych” jest to, iż za kilkadziesiąt lat nie będą już mieli czego zbierać — wszystko wskazuje na to, że znakomita większość języków świata niedługo zniknie (ich użytkownicy wymrą lub zostaną wymordowani).



Skąd przychodzimy, dokąd zmierzamy?



Rys. 2.15. Szczegółowe porównanie genetycznych i językowych różnic, zestawione przez Luigi Cavalli-Sforzę, Alberto Piazzę, Paolo Menozziego i Joanne Mountain. Grupuje ono populacje na podstawie klasyfikacji ich języków, następnie zaś na podstawie analizy częstości występowania specyficznych genów zostają wyliczone odległości genetyczne. Wzdłuż podstawy diagramu przedstawiono względne odległości genetyczne, co pozwala ustalić genetyczną bliskość pokrewnych typów językowych.



Rys. 2.2. Rozwój głównych religii i cywilizacji


fractovia.org

Metamatematyka o granicach poznania matematycznego

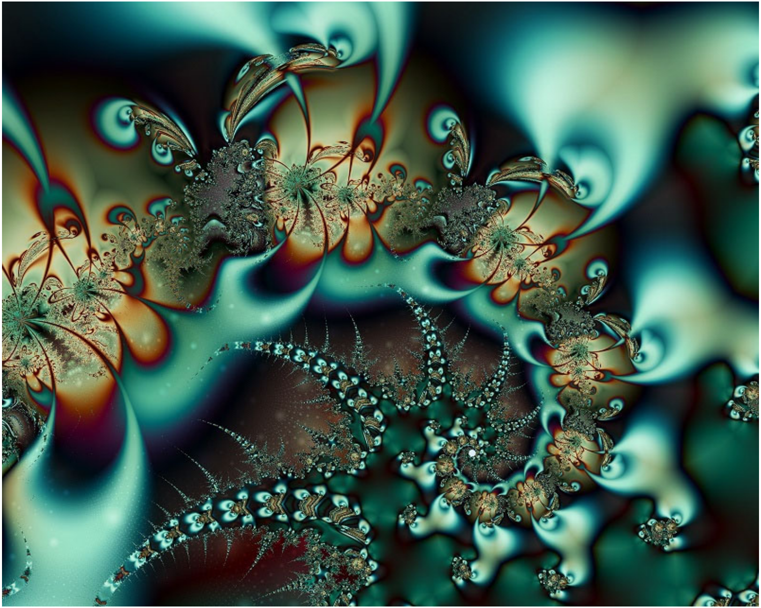
Na poprzednim wykładzie podano przykłady metalogicznych twierdzeń limitacyjnych.
Obiektywne (!) ograniczenia metody dedukcyjnej, które wynikają z tych twierdzeń nie martwią samych matematyków, są natomiast w centrum zainteresowania logików.

Oczywiście, nie znaczy to, że owe twierdzenia są bezwartościowe z matematycznego punktu widzenia. Wręcz przeciwnie, niektóre z nich mają ważkie konsekwencje, np. w teorii obliczeń (a więc także w informatycznych aplikacjach matematyki).

Metamatematyka o granicach poznania matematycznego

Niezależność poszczególnych aksjomatów teorii mnogości (od pozostałych) to cecha pożądana, z metodologicznego punktu widzenia. Jednak w przypadku niektórych z tych aksjomatów (np. pewnik wyboru) pokazanie tej niezależności otwiera drogę do spekulacji o istnieniu różnych (równoprawnych?) systemów matematyki.

Co więcej, niezależność pewnych innych zdań o istotnym znaczeniu matematycznym (np. hipotezy contunuum) od aksjomatyki teorii mnogości spekulacje takie wzmacnia.

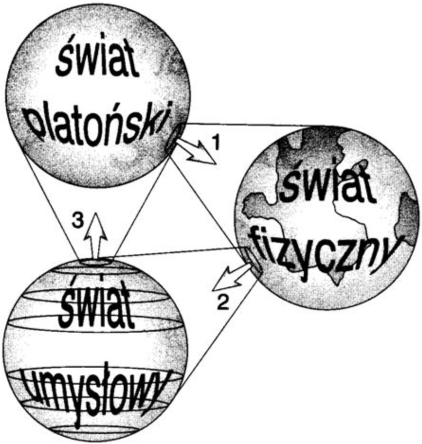


Tajemnicza skuteczność matematyki

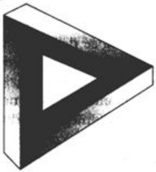
Matematyka a opis świata (np. fizyczny).
Dlaczego matematyka jest skutecznym opisem świata?
To jedna z największych zagadek, stanowiących wyzwanie dla podmiotów poznających.

Ksiądz Profesor Michał Heller w jednym z wywiadów powiedział: *Bóg jest Matematyką*. Gdy niedawno pytałem, na który z tych wyrazów położyłby akcent, stwierdził, że matematyka, którą uprawiamy jest jedynie czymś w rodzaju przybliżenia owej Matematyki z cytatu.

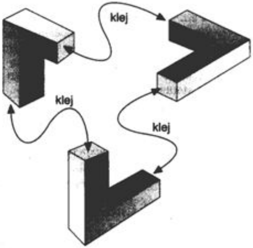
Metafora: splątany trójświat



Konstrukcja niemożliwa (wykorzystana w poprzedniej metaforze)

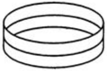
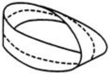
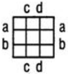
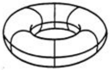
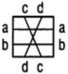
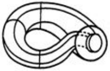


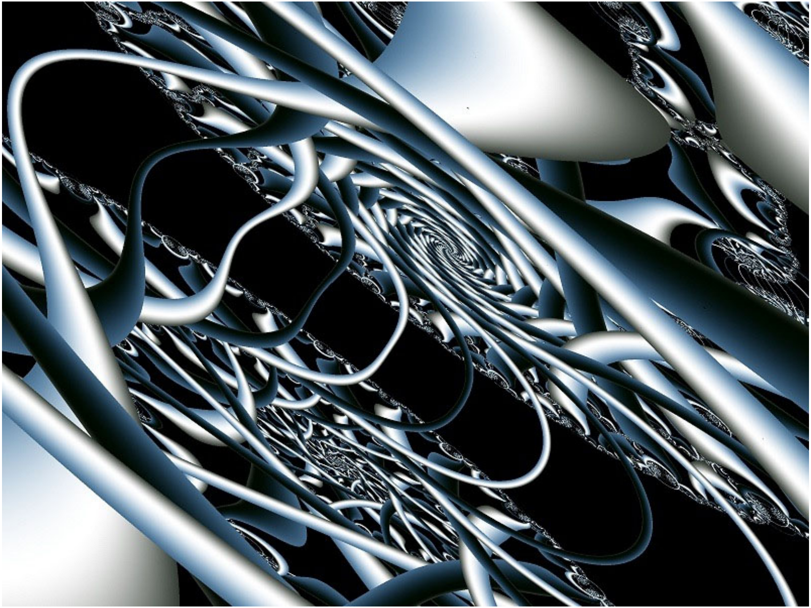
Gdzie kryje się przyczyna niemożliwości?



Rys. 3.21. Niemożliwy trójkąt. Nie można zlokalizować przyczyny niemożliwości, a mimo to da się ją ściśle zdefiniować matematycznie, analizując reguły sklejania fragmentów.

Jaka jest topologia Wszechświata?

	Sposób złączenia	Uzyskany kształt
Walec		
Wstęga Möbiusa		
Torus		
Butelka Kleina		



Czy Nauce zagraża Matrix?

Dowody komputerowe.
Czy stosowanie maszyn liczących w tworzeniu dowodów twierdzeń matematycznych może odmienić postać matematyki?

Od niedawna w dowodzeniu twierdzeń matematycznych wspomagamy się komputerami — przede wszystkim wtedy, gdy trzeba sprawdzić jakąś bardzo wielką liczbę przypadków. Jak wiadomo, wszystkie bogatsze systemy matematyczne są nierozstrzygalne, a więc nie są możliwe czysto mechaniczne (rekurencyjne) procedury wyliczające wszystkie twierdzenia takich systemów.

Możemy jednak spekulować o matematyce uprawianej przez sztuczne inteligencje o wystarczająco dużym stopniu złożoności.

Cytat stale aktualny

Wyobraźmy sobie, że matematyk chce sprawdzić, czy jakieś wyrażenie jest twierdzeniem badanej przez niego teorii. Dowód tego twierdzenia wymaga jednak milionów bądź miliardów operacji, tak że wykonanie ich przez człowieka jest praktycznie niemożliwe. A więc o twierdzeniu tym nie można orzec czy jest ono prawdziwe czy nie. Zastosowanie w tym przypadku maszyny pozwoli przeprowadzić dowód; powstaje jednak pytanie, czy dowód ten może być przez człowieka rozumiany? W dotychczasowym sensie — chyba nie. Jeżeli nie, to za pomocą maszyn matematycznych można dowodzić twierdzeń, których nie można zrozumieć, ewentualnie pojęcie zrozumienia wymaga innej interpretacji.

Pawlak 1965, 6

Pawlak, Z. 1965. *Automatyczne dowodzenie twierdzeń.* Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa (seria: *Biblioteczka Matematyczna*, **19**).

Tworzenie teorii przez matematyka nie sprowadza się do kolejnego wypisywania twierdzeń i ich dowodów; teorie te są budowane w celach poznawczych. A więc twierdzenia teorii muszą być zrozumiałe, muszą dać się czytać przez człowieka ze zrozumieniem. Wiadomo zaś, że zdolności recepcyjne człowieka są ograniczone. Zbyt długie ciągi symboli nie mogą być przez człowieka rozpoznawane i czytane ze zrozumieniem.

Pawlak 1965, 25

Załóżmy, że kryterium takie [*kryterium „ciekawości" twierdzenia* — JP] udało się znaleźć i że maszyna produkuje rzeczywiście ciekawe twierdzenia. Przy dzisiejszej szybkości liczenia maszyna matematyczna może w krótkim czasie wyprodukować kilkaset tysięcy twierdzeń teorii. Pojawia się więc pytanie, kto będzie mógł te twierdzenia czytać, rozumieć i wykorzystywać? Właściwie należałoby zapytać, czy w jakiejkolwiek teorii może być rzeczywiście sto tysięcy interesujących twierdzeń?

Pawlak 1965, 141

Tęsknoty za platonizmem...

A computing machine can solve very complex problems owing to some software and data based on strong assumptions due to the bold Platonian approach. To opt for such an approach, going very far beyond the mundane realm of first-order logic, it is a human affair and human responsibility.

Marciszewski 2002, 5

Marciszewski, W. 2002. On going beyond the first-order logic in testing the validity of its formulas. A case study. *Mathesis Universalis*, nr **11**: *On the Decidability of First Order Logic.*

Nauka a paranauka i pseudonauka

Gdy na świętego Prota jest pogoda albo słota,
to na świętego Hieronima jest deszcz, albo go ni ma.

(Kornel Makuszyński)

Przekroczenie granic nauki może zaprowadzić nas na tereny paranauki lub pseudonauki. W potocznym użyciu, terminy te występują czasem zamiennie. Można jednak rozgraniczyć ich znaczenia, biorąc pod uwagę czynniki natury metodologicznej oraz pragmatycznej. Od obu wyżej wymienionych zespołów przekonań odróżnia się jeszcze czasami protonaukę (jednak paranauka oraz protonauka bywają trudne do rozdzielenia).

Paranauka to nauka (!), która:

- przestrzega pewnych inwariantnych norm metodologicznych oraz:
- albo nie została (w danym momencie historycznym) zaakceptowana przez środowisko naukowe (np. koncepcje Karola Darwina); z różnych względów — np. braku przeprowadzenia badań dowodzących istnienia postulowanych zjawisk;
- albo stanowi już przeszłe stadium wiedzy, zastąpione później przez bardziej adekwatne teorie (np: koncepcje flogistonu lub eteru).

Uwaga. Paranauka może wyprzedzać bądź nie nadążać za pewnymi (przyjętymi w danym momencie historycznym, zmiennymi) ogólnymi normami metodologicznymi. Twierdzenia Galileusza (góry na Księżycu) były niezgodne z ówczesną wizją kosmologiczną. Teoria kopernikańska nie tylko (w momencie powstania) była niezgodna z obowiązującym obrazem Wszechświata; wydawało się też, iż obserwacje jawnie jej przeczą (paralaksa gwiazd).

Pseudonauka

Pseudonauka to zespoły przekonań, które nie tylko nie są powszechnie nieakceptowane w środowisku naukowym, lecz które nadto publicznie aspirują do miana nauki, nie spełniając podstawowych reguł oraz norm metodologicznych.

Pseudonauka (z lubością!) używa terminologii naukowej. Najczęściej, jej stwierdzenia bądź pozostają w jawnej sprzeczności z ustaleniami nauki standardowej bądź nie jest możliwe poddanie ich uznawanym procedurom (falsyfikacji, konfirmacji).
Pseudonauka jest, z reguły, dogmatyczna. Odmawia poddania się standardowym testom, domagając się jednocześnie bezwarunkowego uznania jej stwierdzeń.

Cechy pseudonauki

Niektóre cechy pseudonauki:

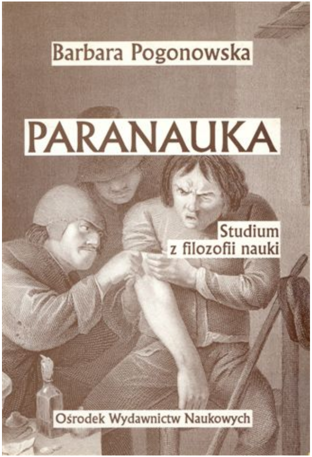
- ogłaszanie prawdziwości stwierdzeń bez ich empirycznego testowania;
- formułowanie stwierdzeń niemożliwych do sfalsyfikowania;
- głoszenie poglądów jawnie sprzecznych z teoriami dobrze potwierdzonymi eksperymentalnie;
- odmowa poddania wygłaszanych stwierdzeń procedurom testowania;
- odmowa dostarczenia własnych dowodów wygłaszanych stwierdzeń.

Przykłady problematyki pseudonaukowej:

- akupresura
- akupunktura
- alchemia
- aromaterapia
- astrologia
- bioenergoterapia
- biorytmy
- homeopatia
- irydologia
- kreacjonizm
- medycyna alternatywna
- numerologia
- pamięć wody
- parapsychologia
- perpetum mobile
- prekognicja
- pseudoarcheologia
- psychokineza
- radiestezja
- telepatia
- ufologia
- zjawiska paranormalne.

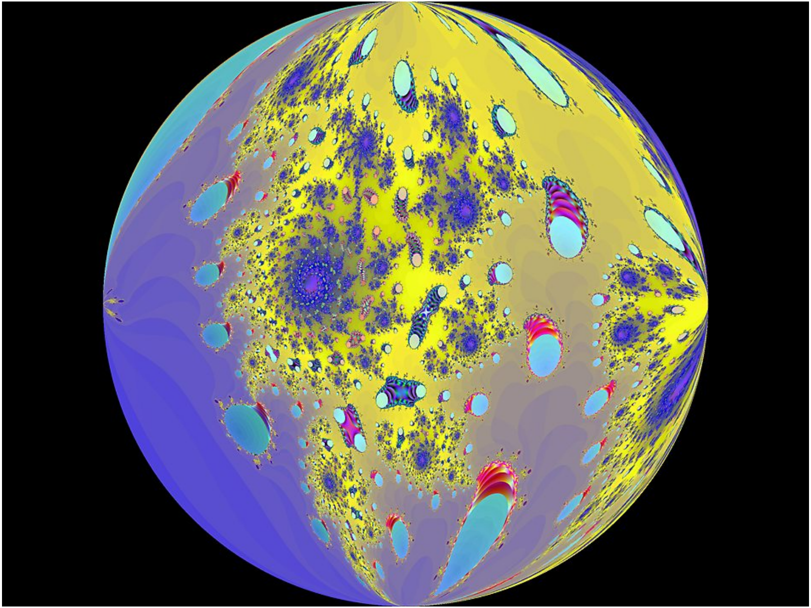
Nauka a paranauka i pseudonauka

O paranauce (rozważanej w perspektywie głównych orientacji we współczesnej filozofii nauki) możesz poczytać w:



Barbara Pogonowska: Paranauka

SPIS TREŚCI



Koniec! Naprawdę!! Szkoda?

Mam nadzieję, że wykład nie był szkodliwy. Używałem wielu skrótów, uproszczeń, metafor — zmuszały do tego ograniczone ramy czasowe kursu.

Słuchaczom należą się słowa podziękowania:

- za cierpliwe wysłuchanie wykładu;
- za współtworzenie atmosfery akademickiej;
- *and last but not least*, za utrzymywanie przez pięć lat Instytutu Językoznawstwa UAM.

Dziękuję. Trzymajcie się! Powodzenia!!!