

Logika

Michał Lipnicki

Zakład Logiki Stosowanej UAM

9 grudnia 2010

Wnioskowanie

Wnioskowanie to proces myślowy, w którym na podstawie zdań już uznanych za prawdziwe (**przesłanek**) dochodzi się do nowego dotąd nie uznanego zdania (**wniosku**), bądź wzmacnia się pewność innego zdania w jakimś stopniu już uznanego.

Pojęcie wnioskowania wiąże się z pojęciem wynikania logicznego, nie są one jednak tożsame.

- Nie wszystkie typy wnioskowań opierają się na wynikaniu logicznym.
- Wynikanie logiczne jest związkiem o charakterze obiektywnym, natomiast wnioskowanie ma charakter subiektywny.

Wnioskowanie

Wnioskowania dzielimy na **dedukcyjne** oraz **niededukcyjne**.

Wnioskowanie jest **dedukcyjne**, gdy wniosek wynika logicznie z przesłanek. Jeżeli między przesłankami a wnioskiem nie zachodzi stosunek wynikania logicznego, to wnioskowanie ma charakter **niededukcyjny**.

Wśród wnioskowań niededukcyjnych wyróżnia się:

- **indukcję** (enumeracyjną zupełną i niezupełną, eliminacyjną)
- wnioskowanie **przez analogię**
- **abdukcję**
- wnioskowanie **statystyczne**

Wnioskowanie indukcyjne

Indukcja enumeracyjna

Indukcja enumeracyjna jest to wnioskowanie przebiegające wg schematu:
Przedmiot x należący do pewnej klasy X posiada pewną cechę A ;
przedmiot x_1 należący do tej samej klasy X również posiada cechę A ;
...;
przedmiot x_n należący do klasy X posiada cechę A ;
nie stwierdzono istnienia przedmiotu y , należącego do X , który nie posiadałby cechy A .

Tym samym wszystkie przedmioty należące do klasy X posiadają cechę A .

Indukcja enumeracyjna jest **zupełna**, jeżeli mamy dostęp do wszystkich przedmiotów należących do X , w przeciwnym razie indukcja enumeracyjna jest **niezupełna**.

Indukcję zalicza się do wnioskowań **niemonotonicznych**, w których zwiększając zbiór przesłanek — pomniejszamy zbiór wniosków.

Wnioskowanie indukcyjne

Indukcja eliminacyjna

We wnioskowaniu tym na podstawie jednostkowych obserwacji dochodzimy do wniosków stwierdzających związki przyczynowe.

Przykładem indukcji eliminacyjnej są tzw. kanony Milla:

- kanon jednej zgodności,
- kanon jednej różnicy,
- kanon zmian współtowarzyszących,
- kanon połączonych metod zgodności i różnicy,
- kanon różnic.

Kanon jednej zgodności

Jeżeli jakaś okoliczność stale towarzyszy występowaniu jakiegoś zjawiska, podczas gdy inne ulegają zmianie, to okoliczność ta jest skutkiem bądź przyczyną tego zjawiska.

$A_1, A_2, A_3 \ B$

$A_1, A_2^-, A_3 \ B$

$A_1, A_2, A_3^- \ B$

$A_1, A_2^-, A_3^- \ B$

A_1 jest przyczyną B

Czy zgodnie z powyższą zasadą poniższe wnioskowanie jest poprawne?

Wczoraj wypięm pół litra wódki, popięm wodą sodową, a dzisiaj – kac. Przedwczoraj tylko trzy szklanki koniaku, trochę wody sodowej, a wczoraj kac gigant. Trzy dni temu zaraz, co to było – aha, urodziny szefa – no więc whisky i ciepła (brr) woda sodowa, a przedwczoraj – kac. Wniosek – woda sodowa mi szkodzi. (Pogonowski 2007)

Wnioskowanie przez analogię

Przez określenie „wnioskowanie przez analogię” rozumie się rozumowanie, w którym na podstawie przesłanek stwierdzających, że przedmiot X jest pod względem pewnych cech podobny do przedmiotu Y, dochodzi się do wniosku stwierdzającego, że przedmiot X jest podobny do przedmiotu Y pod względem jeszcze jednej cechy.

Prawdopodobieństwo wniosku zależy od tego, czy pomiędzy rozważanymi cechami porównywanych przedmiotów zachodzi wewnętrzny związek, czy tylko powierzchowny.

Wnioskowanie przez analogię

Przykład

Poznaliśmy prezentera TV (jakiegoś X-a) i stwierdzamy, że jest to człowiek o nienagannych manierach, błyskotliwej inteligencji, eleganckiej fryzurze, znający języki: angielski, niemiecki oraz sanskryt. Jakiś czas później poznaliśmy kolejnego prezentera TV (jakiegoś Y-ka) i tak samo był to człowiek o nienagannych manierach, błyskotliwej inteligencji, kto wie czy nie bardziej eleganckiej fryzurze. Ponadto dowiedzieliśmy się, że zna on angielski i niemiecki. Wówczas zakładamy, opierając na zasadzie analogii, że i on zna sanskryt.

Wnioskowanie statystyczne

Zagadka

W pewnym ogródku kwiatowym każdy kwiat był albo czerwony, albo żółty, albo niebieski i były tam kwiaty wszystkich tych trzech kolorów. Do ogródka zajrzał kiedyś statystyk i zauważył, że jakkolwiek wybrać trzy kwiaty, to co najmniej jeden z nich będzie czerwony. Inny statystyk odwiedzający ogródek stwierdził, że jakkolwiek wybrać trzy kwiaty, to co najmniej jeden z nich będzie żółty.

Dwie studentki logiki usłyszawszy o tym, wdały się w spór. Pierwsza powiedziała: *Wynika z tego, że jakkolwiek wybierzesz trzy kwiaty, to co najmniej jeden z nich będzie niebieski, nieprawdaż?* Na co druga odrzekła: *Oczywiście, że nie!*

Która z nich miała rację i dlaczego?

(Zagadka pochodzi z: Smullyan, R., *Przedrzeźniać przedrzeźniacza*, Warszawa, 2007.)

Wnioskowanie statystyczne

Zdania statystyczne odnoszą się do cech rozmaitych zbiorowości traktowanych jako całość.

Dane ujmowane takimi zdaniami odzwierciedlają szereg prawidłowości dotyczących otaczającej nas rzeczywistości. Ponadto pozwalają na odkrywanie i wyjaśnianie takich prawidłowości.

Niepożądaną cechą zdań statystycznych jest to, że często są mylnie rozumiane, a zawarte w nich informacje błędnie interpretowane. Dlatego zdania statystyczne są chętnie wykorzystywane w celach manipulacyjnych.

Wnioskowania statystyczne można traktować jako odmianę indukcji enumeracyjnej niezupełnej o charakterze probabilistycznym.

Wnioskowanie statystyczne

Przykłady wnioskowań statystycznych:

- 1 Osoby cierpiące na alergię na ogół są zdrowsze i żyją dłużej niż osoby nie mające alergii. Zatem dobrą stroną alergii jest to, że pozwala ona uniknąć gorszych nieszczęść.
- 2 Wegetarianizm wcale nie jest zdrowy - aż 40% wegetarian w wieku 50 lat choruje na przewlekłe choroby.
- 3 Badania wykazały statystyczny związek pomiędzy długowiecznością a rzadkim korzystaniem z porad lekarza: osoby rzadko chodzące do lekarza żyją dłużej od reszty ludzi. Wniosek: kto nie chodzi do lekarza, zwiększa szanse dożycia sędziwego wieku.

Przykłady pochodzą z podręcznika: Szymanek, K., Wieczorek, K., Wójcik, S., *Sztuka argumentacji. Ćwiczenia w badaniu argumentów*

Wnioskowanie dedukcyjne

Wnioskowania dedukcyjne są niezawodne — przy prawdziwych przesłankach gwarantują prawdziwość wniosku. Niezawodność jest zagwarantowana zachodzeniem stosunku wynikania logicznego między przesłankami a wnioskiem.

W przypadku wnioskowań dedukcyjnych ich budowa składniowa przesądza o tym, że jeśli przesłanki są prawdziwe, to i wniosek musi być prawdziwy.

Reguły wnioskowania

Regułą wnioskowania nazywamy dowolną relację $R \subseteq 2^{F_{KRZ}} \times F_{KRZ}$, której poprzedniki są skończonymi zbiorami formuł.

Każdy układ $(X, \beta) \in R$ nazywamy **sekwentem** reguły R .

Poprzedniki reguły R nazywamy **przesłankami reguły** R , a następniki — **wnioskami reguły** R .

Reguła R jest **niezawodna**, gdy dla każdego $(X, \beta) \in R$ zachodzi: $X \models \beta$.
W przeciwnym przypadku R jest **zawodna**.

Reguły wnioskowania

Reguła R jest **niezawodna** wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnego jej sekwentu $(X, \beta) \in R$ oraz każdego wartościowania, przy którym wszystkie elementy X mają wartość 1, także β (wniosek) ma wartość jeden.

Dla dowolnego wartościowania

$v : For \rightarrow \{0, 1\}$ $v(\alpha_{Z_1}) = v(\alpha_{Z_2}) = \dots = v(\alpha_{Z_n}) = 1$ implikuje $v(\beta) = 1$

Reguła R jest **zawodna**, wtedy i tylko wtedy, gdy istnieją: co najmniej jeden sekwent $(X, \beta) \in R$ i co najmniej jedno wartościowanie przy którym wszystkie elementy X mają wartość 1, a β ma wartość 0.

Dla dowolnego wartościowania

$v : For \rightarrow \{0, 1\}$ $v(\alpha_{Z_1}) = v(\alpha_{Z_2}) = \dots = v(\alpha_{Z_n}) = 1$ implikuje $v(\beta) = 0$

Schemat wnioskowania

Schematem wnioskowania złożonego ze zbioru przesłanek Z oraz wniosku W nazywamy układ (X, β) , gdzie:

- X jest zbiorem schematów zdań z Z $(\alpha_{Z_1}, \alpha_{Z_2}, \dots, \alpha_{Z_n})$
- β jest schematem W .

Schemat wnioskowania posiada formę:

$$\begin{array}{c} \alpha_{Z_1} \\ \alpha_{Z_2} \\ \vdots \\ \alpha_{Z_n} \\ \hline \beta \end{array}$$

Wnioskowanie dedukcyjne

Wnioskowanie (Z, W) nazwiemy dedukcyjnym, jeżeli jego schemat jest sekwentem reguły niezawodnej.

Sprawdzenie dedukcyjności wnioskowania polega zatem na sprawdzeniu, czy między zbiorem przesłanek (schematów przesłanek) a wnioskiem (schematem wniosku) zachodzi stosunek **wynikania logicznego**. Czyli sprawdzamy, czy formuła:

$$\alpha_{Z_1} \wedge \alpha_{Z_2} \wedge \dots \wedge \alpha_{Z_n} \rightarrow \beta$$

jest tautologią KRZ.

Wnioskowanie dedukcyjne

- Na przykład wyrażenie:

Jeżeli cokolwiek posiadasz, to nie jesteś wolny
Posiadasz cokolwiek

Nie jesteś wolny

- jest przykładem realizacji niezawodnego schematu formalnego opierającego się na prawie *modus ponens* ($p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$ (którego tautologiczność możemy łatwo sprawdzić), gdzie przesłankami są elementy składowe poprzednika implikacji, a następnik jest wnioskiem.

jeżeli p , to q
 p

A więc q

Wnioskowanie dedukcyjne

Jeżeli wiesz, że umarłeś, to umarłeś. Jeżeli wiesz, że umarłeś, to nie umarłeś. Zatem nie wiesz, że umarłeś.

Powyższa wypowiedź może zostać ujęta w postaci następującego schematu;

Jeżeli p , to q

Jeśli p to $\neg q$

zatem $\neg p$

Powyższy schemat jest niezawodny - opiera się na *II prawie redukcji do absurdu* postaci $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p$.

Twierdzenie o dedukcji

Twierdzenie o dedukcji wprost (wersja semantyczna)

Dla dowolnego $X \subseteq F_{KRZ}$, $\alpha \in F_{KRZ}$, $\beta \in F_{KRZ}$ zachodzą następujące implikacje:

- Jeśli $X \cup \{\alpha\} \models_{KRZ} \beta$, to $X \models_{KRZ} \alpha \rightarrow \beta$.
- Jeśli $X \models_{KRZ} \alpha \rightarrow \beta$, to $X \cup \{\alpha\} \models_{KRZ} \beta$.

Na mocy powyższego twierdzenia (oraz prawa eksportacji i importacji) reguła $\frac{\alpha_1, \dots, \alpha_n}{\beta}$ jest niezawodna wtedy i tylko wtedy, gdy implikacja $(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \rightarrow \beta$ jest tautologią KRZ.

Twierdzenie o dedukcji

Twierdzenie o dedukcji nie wprost (wersja semantyczna)

Dla dowolnego $X \subseteq F_{KRZ}$, $\alpha \in F_{KRZ}$, $\beta \in F_{KRZ}$ zachodzą następujące równoważności:

- $X \cup \{\alpha\} \models_{KRZ} \{\beta, \neg\beta\}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $X \models_{KRZ} \neg\alpha$.
- $X \cup \{\neg\alpha\} \models_{KRZ} \{\beta, \neg\beta\}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $X \models_{KRZ} \alpha$.

Z twierdzenia o dedukcji nie wprost korzystamy przeprowadzając dowody nie wprost (dowody **apagogeniczne**)

Wnioskowanie dedukcyjne

Zbadaj poprawność wnioskowania:

Jeżeli raz jeszcze podam się do dymisji, będzie to zdaniem samego króla próba pozbawienia państwa pierwszego uczciwego ministra, a próba taka jest właściwie zdradą, ba, zdradą stanu. Jeżeli jednak nie podam się do dymisji, (mimo iż wiem, że na to stanowisko się nie nadaję), to - niech mnie diabli wezmą - czyż to nie będzie zdrada stanu! Wszystko jedno co zrobię, zawsze będzie to zdrada? To po prostu rozpacz!

[z: Hašek, J., *Bajka o tragicznym końcu pewnego uczciwego ministra*, [w]: Hašek, J., *Tasiemiec Księżnej Pani*, Kraków 2009]

Wnioskowanie entymematyczne

Wnioskowanie, w którym jakaś przesłanka została przemilczana, często ze względu na jej oczywistość, nazywa się **wnioskowaniem entymematycznym** (lub krócej **entymematem**).

Przykład:

Każdy człowiek jest odpowiedzialny za swoje czyny, zatem Jan jest odpowiedzialny za swoje czyny.

Przesłanką entymematyczną jest tu zdanie: „Jan jest człowiekiem”

Uwaga!

Przesłanka entymematyczna może być zdaniem fałszywym lub bezpodstawnie przyjętym. Ujawnienie przesłanek entymematycznych jest jednym ze sposobów wykrywania błędów logicznych.

Wnioskowanie entymematyczne

Proszę dobrać odpowiednie przesłanki entymematyczne, tak, aby wykazać, że wniosek wynika w sposób dedukcyjny z przesłanek.

Niektórzy chrześcijanie w czasach cesarza Trajana zajmowali w Rzymie wyższe urzędy, a więc musieli być obywatelami rzymskimi.

Wieloryb jest ssakiem, a zatem nie jest rybą.

Błędy formalne

Z **błędem formalnym** mamy do czynienia w przypadku, kiedy wniosek nie wynika w sposób logiczny z przesłanek, a przypisuje się mu pewność równą przesłankom.

Błąd wnioskowania z prawdziwości następnika implikacji:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{jeśli } p, \text{ to } q \\ q \end{array}}{\text{zatem: } p}$$

Na przykład:

Jeżeli mam rację, to zmienisz swoje zdanie. Zmieniłeś swoje zdanie, zatem miałem rację.

Błędy formalne

Błąd wnioskowania z negacji poprzednika implikacji:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{jeśli } p \text{ to } q \\ \text{nie-}p \end{array}}{\text{zatem: nie-}q}$$

Przykład:

Jeśli czytałeś ostatni numer Faktu, to wiesz, że Edyta Górniak przytyła. Nie czytałeś ostatniego numeru Faktu, zatem nie wiesz, że Edyta Górniak przytyła.

Błędne koło w rozumowaniu

Jeżeli we wnioskowaniu przy wyprowadzaniu jakiegoś wniosku W oparto się na przesłankach P_1, P_2, \dots, P_n , a następnie przy uzasadnianiu przesłanki powołano się na zdanie W , w takiej sytuacji mamy do czynienia z **błędym kołem rozumowania**

Księżniczka Iwona jest taka chorowita, że nie chodzi na spacer. A czemu jest tak chorowita? A ponieważ na spacer nie chodzi.

Błąd materialny

Jeżeli przynajmniej jedna z przesłanek użytych we wnioskowaniu jest zdaniem fałszywym, to mówimy o **błędzie materialnym** we wnioskowaniu. Takie wnioskowanie może (ale nie musi) prowadzić do fałszywego wniosku.

Przykład

Nikt rozmyślnie nie szkodzi sam sobie, tak więc kto potrafi odróżnić dobro od zła, ten wybierze zawsze dobro, gdyby bowiem wybrał zło, szkodziłby sam sobie.

Nieprawdziwa wydaje się być przesłanka mówiąca, że *gdy ktoś wybiera zło, szkodzi sam sobie*.

Błąd materialny

Ćwiczenie

Proszę zbadać poprawność materialną argumentów:

Czymś o wiele cięższym niż fałszowanie pieniędzy, z których jest korzyść w życiu doczesnym, jest fałszowanie wiary, od której zależy życie duszy. Stąd też, skoro fałszerzy pieniędzy, czy innych przestępców władcy świeccy słusznie skazują na śmierć, o ileż słuszniej jest nie tylko ekskomunikować, ale tracić heretyków, skoro tylko dowiedzie się im herezji. [św. Tomasz z Akwinu]

Wnioskowania dedukcyjne

Zbadaj skróconą metodą zero-jedynkową, które z podanych niżej wnioskowań są dedukcyjne.

- *Jeśli nie umiesz rozwiązywać zadań, to nie zdasz egzaminu z logiki.
Nie umiesz rozwiązywać zadań, a zatem nie zdasz:(*
- *Jeśli nie umiesz rozwiązywać zadań, to nie zdasz egzaminu z logiki.
Umiesz rozwiązywać zadania, zatem zdasz:)*
- *Los obdarza cię co najwyżej jednym: albo dostatkiem, albo miłością.
Przypadł ci znaczny majątek. Zatem na miłość nie możesz liczyć. [za: Hołówka, 2005]*
- *Jeśli Nowak nie poprze prezydenta, to straci stanowisko, a jeśli straci stanowisko, to straci też służbową Lancię. Jeśli jednak Nowak poprze prezydenta, to straci autorytet. Zatem Nowak straci albo Lancię, albo autorytet. [za: Tokarz, 1998]*
- *Jeżeli Jan uczy się pilnie, to otrzymuje dobre stopnie a jeśli nie otrzymuje dobrych stopni, to traci humor; lecz Jan nie traci humoru; zatem Jan uczy się pilnie. [za B. Stanosz]*

Wnioskowania dedukcyjne

- *Jeśli nauka logiki przychodzi Janowi zbyt łatwo lub sprawia zbyt wiele trudności, to Jan uważa logikę za nieciekawą; zatem jeśli nauka logiki przychodzi Janowi zbyt łatwo, to Jan uważa logikę za nieciekawą. [za B. Stanosz]*
- *Jeżeli istnieje poznawalny absolut a wszelkie poznanie jest zapośredniczone poprzez zmysły, to przy pomocy zmysłów można doświadczyć absolutu; lecz nie sposób doświadczyć absolutu zmysłowo, a wszelkie poznanie jest zapośredniczone przez zmysły; zatem nie istnieje poznawalny absolut.*
- *Liczba x jest parzysta wtedy i tylko wtedy, gdy jest podzielna przez 2. Liczba x jest podzielna przez 2 lub przez 3, lecz nie jest podzielna przez 6. Liczba x jest podzielna przez 6 wtedy i tylko wtedy, gdy jest podzielna zarówno przez dwa, jak przez 3. Liczba x nie jest parzysta. Zatem liczba x jest podzielna przez 3. [za: Tokarz, 1998]*
- *Jestem, o ile myślę. No i przecież myślę. Wynika stad, że jestem. [za: Pogonowski, 2007]*

Wnioskowania dedukcyjne

- *Jeśli masz 1 dolara, to możesz sobie kupić lody. Ciasteczko możesz sobie kupić, jeśli masz 1 dolara. Tak więc, drogie dziecko, jeśli masz 1 dolara, to możesz sobie kupić i lody i ciasteczko. Masz tu 1 dolara i wypad! [za: Pogonowski, 2007]*
- *Jeśli wycofamy naukę religii ze szkół, to nie jest prawda, że jednocześnie: Polska będzie normalnym krajem oraz Episkopat będzie zachwycony. Panie kochany, mówię Panu: normalnym krajem to ta nasza Polska w końcu będzie. No to sam Pan widzi, że Episkopat nie będzie, delikatnie rzecz ujmując, zachwycony, jeśli naukę religii wycofamy ze szkół. [za: Pogonowski, 2007]*
- *Mówię wam, jeśli Ala wyjdzie za mąż, to będzie awantura na weselu. Nie wierzycie? Wystarczy się tylko zastanowić: jeśli Ala wyjdzie za mąż, to na pewno i Kasia i Dorota będą druhnami. A przecież jest jasne, że dojdzie do awantury, gdy co najmniej jedna z nich będzie druhną, znamy je nie od dziś. [za: Pogonowski, 2007]*

Wnioskowania dedukcyjne

- *Rozpoczął się nieodwracalny rozpad szpiku kostnego, jeśli pacjentka wymiotuje krwią i ma zaburzenia widzenia. W Pani przypadku nie ma jednak żadnych powodów do obaw! Przecież z tego, co właśnie powiedziałem wynika, że nie ma rozpadu szpiku kostnego o ile pacjentka nie wymiotuje krwią lub nie ma zaburzeń widzenia. [za: Pogonowski, 2006]*
- *Język baskijski jest językiem nominatywnym lub eregatywnym. Jeżeli baskijski jest językiem nominatywnym, to agens zdań przechodnich w stronie czynnej wyrażony jest przez taki sam przypadek jak podmiot zdań nieprzechodnich. Natomiast jeśli baskijski jest językiem eregatywnym, to podmiot zdań nieprzechodnich ma formę identyczną z pacjensem zdań przechodnich. Otóż jest tak, że w baskijskim podmiot zdań nieprzechodnich ma formę identyczną z pacjensem zdań przechodnich. Wynika z tego, że baskijski jest językiem eregatywnym.*