Semiotyka logiczna

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl
pogon@amu.edu.pl

Dodatek 20

Rezolucja i tablice analityczne u Lewisa Carrolla

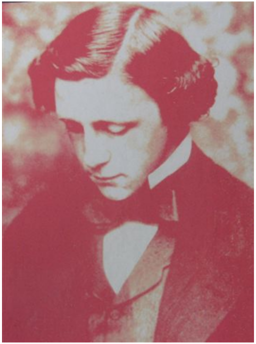
Reguła rezolucji oraz metoda tablic analitycznych stosowane były już w XIX wieku, w pracach Lewisa Carrolla (pod tym pseudonimem publikował Charles Lutwidge Dodgson).

Pokażemy, na przykładach zaczerpniętych z *Symbolic Logic* (1896), jak Carroll wykorzystywał wspomniane metody. Ograniczymy się do analizy kilku łańcuszników, w których konstrukcji Carroll był mistrzem.

Rzecz znana jest już od 30 lat, od momentu, w którym W.W. Bartley III opublikował odnalezione przez siebie fragmenty drugiej części *Symbolic Logic* (1977).

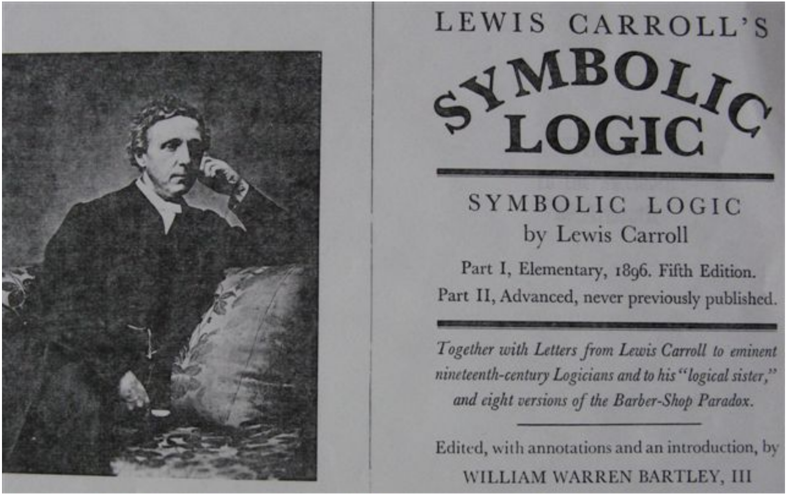
Autor i dzieło

Charles Lutwidge Dodgson

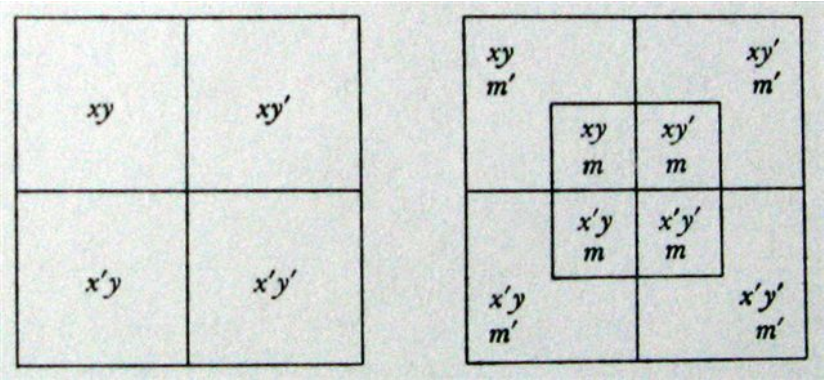


Lewis Carroll

Autor i dzieło

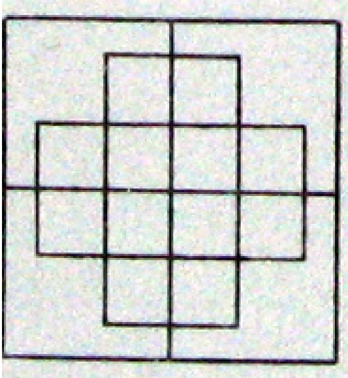


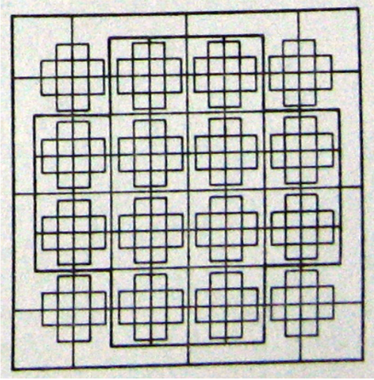
Diagramy Carrolla



Diagramy Carrolla dla dwóch oraz dla trzech zbiorów.

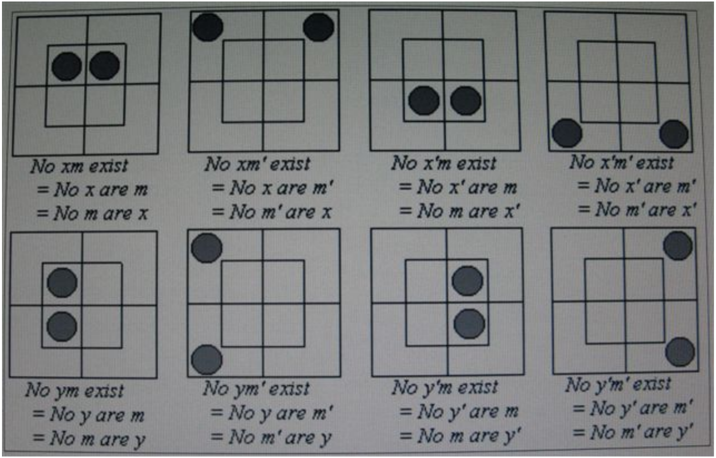
Diagramy Carrolla





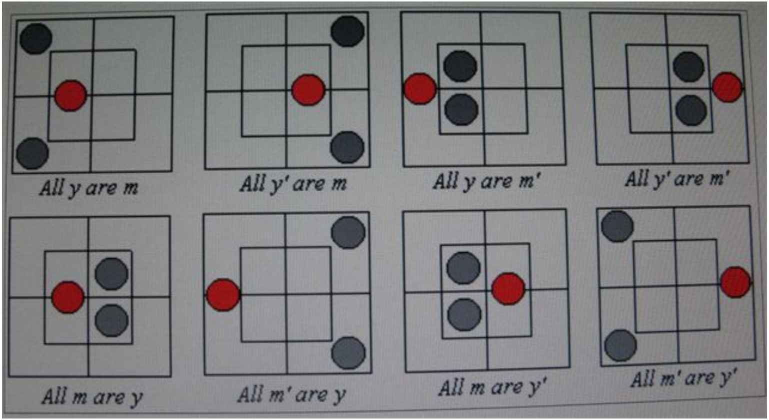
Diagramy Carrolla dla czterech i ośmiu zbiorów.

Diagramy Carrolla



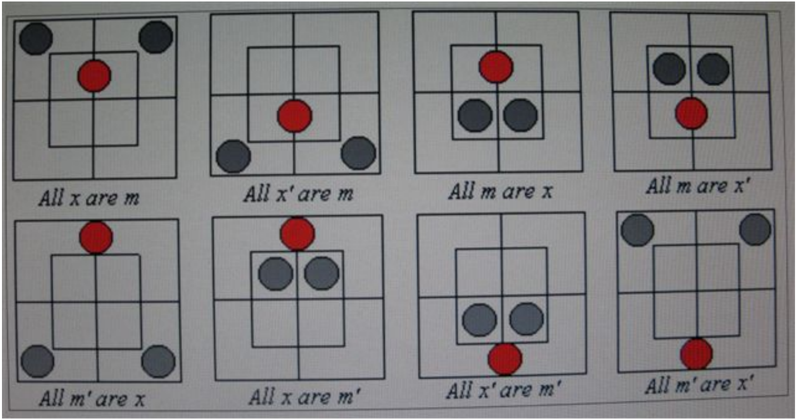
Szare kółeczko stawiane jest w obszarach pustych.

Diagramy Carrolla



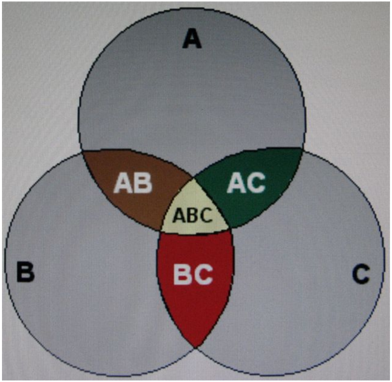
Czerwone kółeczko stawiane jest w obszarach niepustych.

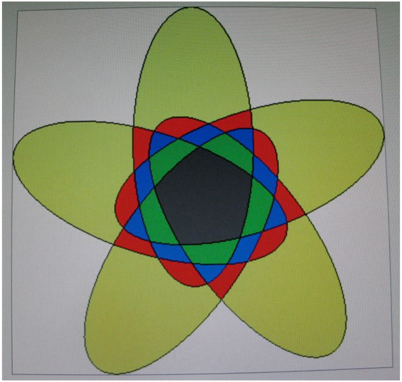
Diagramy Carrolla



Carroll zakładał existential import dla zdań ogólno-twierdzących.

Diagram Venna





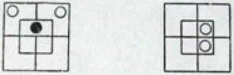
Dla porównania: diagramy Venna dla trzech i pięciu zbiorów.

A Syllogism worked out.

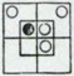
That story of yours, about your once meeting the sea-serpent, always sets me off yawning;

I never yawn, unless when I'm listening to something totally devoid of interest.

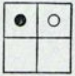
The Premisses, separately.



The Premisses, combined.



The Conclusion.



That story of yours, about your once meeting the sea-serpent, is totally devoid of interest.

Bierzmy się wreszcie do pracy

Dosyć obrazków. Teraz wkraczamy do Krainy Rachunków.

Oczywistość z algebry zbiorów

Używamy standardowej notacji z rachunku zbiorów. A' jest dopełnieniem A (w ustalonym uniwersum U). Przypomnijmy, że $A \subseteq B$ jest równoważne z $A \cap B' = \emptyset$. Dla dowolnych zbiorów A, B oraz C zachodzi:

$$(\bigstar) \quad (A \cap C = \emptyset \wedge B \cap C' = \emptyset) \rightarrow A \cap B = \emptyset.$$

Wzór ($\bigstar$) jest oczywisty: poprzednik implikacji ($\bigstar$) głosi, że $A \subseteq C'$ oraz $B \subseteq C$.

Ćwiczenie: zaznacz na diagramie Carrolla sytuację wyrażaną przez przesłanki. Jaką informację o zależnościach między zbiorami A, B oraz C można wtedy uzyskać z tego diagramu?

Dla zabawy: algebraiczny dowód (★)

1.	$A \cap C = \emptyset$	założenie
2.	$B \cap C' = \emptyset$	założenie
3.	$(A \cap C) \cup C' = C'$	$\cup C'$ do obu stron
4.	$(B \cap C') \cup C = C$	$\cup C$ do obu stron
5.	$(A \cup C') \cap (C \cup C') = C'$	3, rachunek
6.	$(B \cup C) \cap (C \cup C') = C$	4, rachunek
7.	$A \cup C' = C'$	5, $C \cup C' = U$
8.	$B \cup C = C$	6, $C \cup C' = U$
9.	$(A \cup C') \cap (B \cup C) = C \cap C'$	7,8 $\cap$ stronami
10.	$(A \cup C') \cap (B \cup C) = \emptyset$	9, $C \cap C' = \emptyset$
11.	$(A \cap B) \cup (B \cap C') \cup (A \cap C) \cup (C \cap C') = \emptyset$	10, rachunek
12.	$A \cap B = \emptyset$	11, 1, 2, $C \cap C' = \emptyset$.

Q.E.D.

Ćwiczenie: spróbuj znaleźć prostszy (algebraiczny!) dowód (★).

Metoda Carrolla rozwiązywania łańcuszników

Te wiadomości wystarczą, twierdził początkowo Carroll, aby znaleźć konkluzję dla niektórych ciągów ogólnych zdań kategorycznych, zawierających różne nazwy ogólne. Jeśli w takim ciągu nazwa X występuje zarówno *pozytywnie* (niezaprzeczona), jak i *negatywnie* (z negacją przynazwową), to na mocy (★) może zostać *wyeliminowana*: nie wystąpi w konkluzji. Pozostałe nazwy w konkluzji wystąpią. W terminologii używanej przez Carrolla pierwsze z nich nazywane są *eliminands*, drugie *retinends*. Szukanie konkluzji dla ciągu $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ ogólnych zdań kategorycznych sprowadza się do wykonania następujących czynności:

- (1) wyrażenia wszystkich zdań α_i w postaci zdań ogólno-przeczących, tj. zastąpienia zdań ogólno-twierdzących, jeśli takie występują, przez ogólno-przeczące z wykorzystaniem faktu, że:

$$A \subseteq B \text{ jest równoważne z } A \cap B' = \emptyset;$$

Metoda Carrolla rozwiązywania łańcuszników

- (2) sporządzenia *wykazu* (w terminologii Carrolla: *register of attributes*), które nazwy występują w których przesłankach w formie:
  - (a) pozytywnej
  - (b) negatywnej;
- (3) ustawienia wszystkich przesłanek ciągu $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ w takiej kolejności, aby dla pary następujących po sobie zdań można było zastosować regułę (★) eliminacji nazw;
- (4) stosowaniu reguły (★) tak długo, aż zostaną wyeliminowane wszystkie nazwy występujące w zdaniach ciągu $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ zarówno pozytywnie, jak i negatywnie;
- (5) sformułowaniu konkluzji otrzymanej w wyniku tej procedury: będzie ona miała postać zdania ogólno-przeczącego. Można je przekształcić, jeśli wymagają tego względy stylistyczne, na zdanie ogólno-twierdzące.

Metoda Carrolla rozwiązywania łańcuszników

Uwaga. Reguła rezolucji (★) sformułowana przez Carrolla jest oczywiście całkiem poprawna.

Natomiast reguła heurystyczna, odwołująca się do rozwiązywania łańcuszników z wykorzystaniem *registers of attributes* **nie jest** poprawnym algorytmem, jak zobaczymy w podanych niżej przykładach.

Carroll sam wykrył niepoprawność tego algorytmu. Można przypuszczać, że odkrycie to stanowiło dla niego inspirację do skonstruowania ogólniejszej i poprawnej metody, a mianowicie — w jego terminologii — *The Method of Trees*, prototypu późniejszej metody **tablic analitycznych**.

Algebraiczna notacja Carrolla

Carroll stosował następujące konwencje zapisu:

- X_0 dla $X = \emptyset$, X_1 dla $X \neq \emptyset$
- XY_0 dla $X \cap Y = \emptyset$, XY_1 dla $X \cap Y \neq \emptyset$
- znak † dla koniunkcji, znak ¶ dla zależności łączącej przesłanki z konkluzją i zachodzącej, gdy przesłanki uzasadniają konkluzję.

Wyrażenie postaci XY_0 to nullity (podobnie dla większej liczby zbiorów, których przekrój jest pusty).
Wyrażenie postaci XY_1 to entity (podobnie dla większej liczby zbiorów, których przekrój jest niepusty).

Algebraiczna notacja Carrolla

Uwaga. Indeks dolny $_1$ służył Carrollowi właściwie przede wszystkim do zaznaczania podmiotu w zdaniach kategorycznych, w których występowały podmioty złożone (koniunkcje nazw ogólnych).

Uwaga. W pierwszej części *Symbolic Logic* Carroll przyjmuje bez dyskusji założenie existential import dla zdań ogólno-twierdzących.
Dopiero znacznie później zdaje się przyznawać, że założenie to nie jest niezbędne.

Algebraiczna notacja Carrolla

Oto niektóre z reguł sformułowanych przez Carrolla:

Two Nullities, with Unlike Eliminands, yield a Nullity, in which both Retinends keep their Signs. A Retinend, asserted in the Premisses to exist, may be so asserted in the Conclusion.

$$XM_0 \dagger YM_0' \P XY_0$$

A Nullity and an Entity, with Like Eliminands, yield an Entity, in which the Nullity-Retinend changes its Sign.

$$XM_0 \dagger YM_1 \P X'Y_1$$

Two Nullities, with Like Eliminands asserted to exist, yield an Entity, in which both Retinends change their Signs.

$$XM_0 \dagger YM_0 \dagger M_1 \P X'Y_1'$$

„The method of underscoring”

Zastosowania (★) notował Carroll w sposób następujący:

Z układu przesłanek $XM_0 \dagger YM'_0$ otrzymujemy, na mocy (★), wniosek XY_0. Podkreślamy *eliminand* M w pierwszej przesłance raz, a (komplementarny do niego) *eliminand* M' w drugiej przesłance dwa razy. Te nazwy, które nie są podkreślone (czyli *retinends*) tworzą razem wniosek w postaci *nullity*: XY_0

Mając dany łańcusznik, postępujemy w ten sposób dla każdej nazwy, która jest *eliminand*. Te nazwy, które pozostaną **nie podkreślone**, są *retinends* i dają wniosek w postaci *nullity*.

Krótko: pierwsze wystąpienie *eliminand* podkreślamy raz, drugie dwa razy.

„The method of underscoring"

Dla przykładu, jeśli dany jest układ przesłanek:

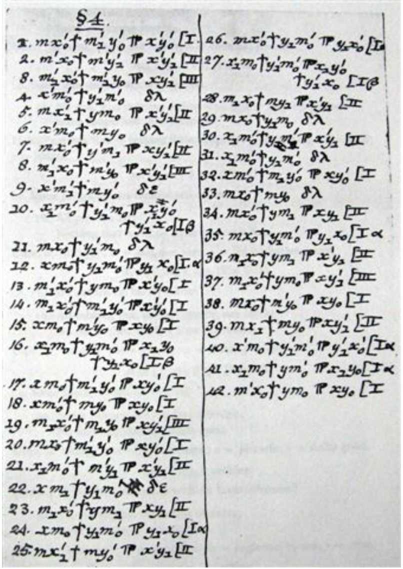
1	2	3	4	5	6	7
$K_1 L'_0$	DH'_0	$A_1 C_0$	$B_1 E'_0$	$K' H_0$	$B' L_0$	$D'_1 C'_0$

to omawiana metoda pozwala (po stosownym uporządkowaniu powyższych przesłanek) uzyskać z nich wniosek, poprzez kolejne użycia reguły (★):

1	5	2	6	4	7	3		
$\underline{K}\ \underline{L'}_0$	$\underline{\underline{K'}}\ \underline{H}_0$	$\underline{D}\ \underline{\underline{H'}}_0$	$\underline{B'}\ \underline{\underline{L}}_0$	$\underline{\underline{B}}\ E'_0$	$\underline{\underline{D'}}_1\ \underline{C'}_0$	$A_1\ \underline{\underline{C}}_0$	¶	$E'\ A_0 \dagger A_1$

Tak więc, wnioskiem z 1.–7. jest: $A \cap E' = \emptyset \wedge A \neq \emptyset$, czyli (existential import!) $A \subseteq E$.

Z rękopisu Lewisa Carrolla



Przykład 1

Rozważmy pięć zdań kategorycznych, wraz z ich sprowadzeniem do zdań ogólno-przeczących:

1.	$A \subseteq B$	$A \cap B' = \emptyset$
2.	$D \subseteq E$	$D \cap E' = \emptyset$
3.	$H \cap B = \emptyset$	$H \cap B = \emptyset$
4.	$C \cap E = \emptyset$	$C \cap E = \emptyset$
5.	$D' \subseteq A$	$D' \cap A' = \emptyset$

Przykład 1

Budujemy tabelę występowania nazw w zdaniach 1.–5.:

Nazwa	Pozytywnie	Negatywnie
A	1	5
B	1	3
C	4	
D	2	5
E	4	2
H	3	

Tabela *sugeruje*, że nazwy: A, B, D oraz E zostaną wyeliminowane i że wniosek powinien mieć postać: $C \cap H = \emptyset$.

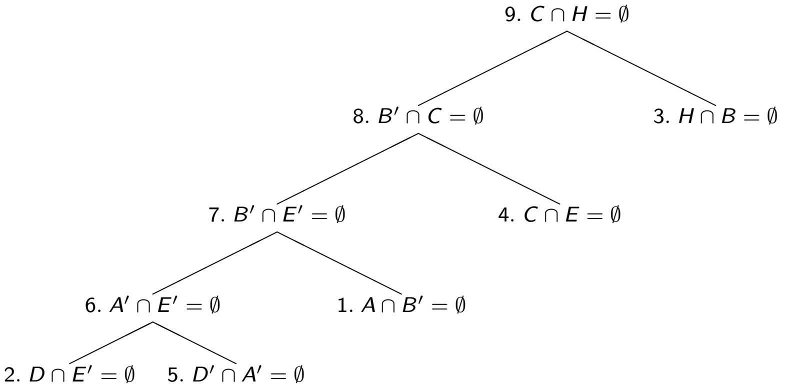
Przykład 1

Budujemy dowód rezolucyjny:

1.	$A \cap B' = \emptyset$	przesłanka
2.	$D \cap E' = \emptyset$	przesłanka
3.	$H \cap B = \emptyset$	przesłanka
4.	$C \cap E = \emptyset$	przesłanka
5.	$D' \cap A' = \emptyset$	przesłanka
6.	$A' \cap E' = \emptyset$	$(\bigstar)$: 2,5, D
7.	$B' \cap E' = \emptyset$	$(\bigstar)$: 1,6, A
8.	$B' \cap C = \emptyset$	$(\bigstar)$: 4,7, E
9.	$C \cap H = \emptyset$	$(\bigstar)$: 3,8, B

Przykład 1

Zbudujmy jeszcze drzewo dowodowe:



Przykład 1

Zauważmy, że:

- dowód rezolucyjny można rozpocząć od dowolnej przesłanki;
- drzewa dowodowe (w rozważanych tu przypadkach) zawsze mają postać drzewa binarnego o powyższej „schludnej" postaci: są wyznaczone przez ciąg par (C_i, A_i) $(0 \leqslant i \leqslant n)$, gdzie C_0 oraz wszystkie A_i są założeniami (przesłankami) lub elementami pewnej klauzuli C_j dla $j < i$, a każda C_{i+1} $(i < n)$ jest rezolwentą C_i oraz A_i.

Tego typu rezolucja nazywana jest *rezolucją liniową*.

Przykład 2: The Pigs and Ballons Problem

- 1. All, who neither dance on tight ropes nor eat penny-buns, are old.
- 2. Pigs, that are liable to giddiness, are treated with respect.
- 3. A wise balloonist takes an umbrella with him.
- 4. No one ought to lunch in public, who looks ridiculous and eats penny-buns.
- 5. Young creatures, who go up in balloons, are liable to giddiness.
- 6. Fat creatures, who look ridiculous, may lunch in public, provided they do not dance on tight ropes.
- 7. No wise creatures dance on tight ropes, if liable to giddiness.
- 8. A pig looks ridiculous, carrying an umbrella.
- 9. All, who do not dance on tight ropes, and who are treated with respect are fat.

Jaką konkluzję można otrzymać z tych zdań?

Przykład 2: The Pigs and Ballons Problem

Znajdujemy nazwy ogólne występujące w tych przesłankach:

A	—	balloonists
B	—	carrying umbrellas
C	—	dancing on tight ropes
D	—	eating penny-buns
E	—	fat
F	—	liable to giddiness
G	—	looking ridiculous
H	—	may lunch in public
J	—	old
K	—	pigs
L	—	treated with respect
M	—	wise.

Przykład 2: The Pigs and Ballons Problem

Przyjmiemy, za Carrollem, założenie, że *young* to tyle, co *not old*. Powyższe przesłanki mają następujące schematy (przekształcamy zdania ogólno-twierdzące na zdania ogólno-przeczące zgodnie z podaną wcześniej regułą):

1. $(C' \cap D') \cap J' = \emptyset$
2. $(K \cap F) \cap L' = \emptyset$
3. $(M \cap A) \cap B' = \emptyset$
4. $(G \cap D) \cap H = \emptyset$
5. $(J' \cap A) \cap F' = \emptyset$
6. $(E \cap G \cap C) \cap H' = \emptyset$
7. $(M \cap F) \cap C = \emptyset$
8. $(K \cap B) \cap G' = \emptyset$
9. $(C' \cap L) \cap E' = \emptyset$.

Zauważmy, że wszystkie te zdania mają złożone (z pomocą koniunkcji przynazwowej) podmioty. W dalszym ciągu będziemy opuszczać nawiasy w wieloczłonowych iloczynach.

Przykład 2: The Pigs and Ballons Problem

Budujemy tabelę występowania nazw w poszczególnych przesłankach:

Nazwa	Pozytywnie	Negatywnie
A	3,5	
B	8	3
C	7	1,6,9
D	4	1
E	6	9
F	2,7	5
G	4,6	8
H	4	6
J		1,5
K	2,8	
L	9	2
M	3,7	

Przykład 2: The Pigs and Ballons Problem

Tabela *sugeruje*, że wniosek będzie miał postać: $K \cap M \cap A \cap J' = \emptyset$.

Zanim podamy dowód rezolucyjny, że $K \cap M \cap A \cap J' = \emptyset$ można otrzymać z przesłanek 1.–9., wspomnimy jeszcze, że Carroll zalecał określoną kolejność stosowania (★). Jeżeli mianowicie jakaś nazwa występuje jeden raz w pewnej przesłance P, a dopełnienie tej nazwy występuje w kilku innych przesłankach $Q_1, Q_2, \ldots, Q_k$, to przesłanki $Q_1, Q_2, \ldots, Q_k$ trzeba rozpatrzyć przed rozważeniem przesłanki P. Carroll pisał w takich przypadkach, że P jest *a premiss barred by* $Q_1, Q_2, \ldots, Q_k$. W omawianym przykładzie mamy taką właśnie sytuację:

- przesłankę 5 trzeba rozważyć przed przesłankami 2 i 7;
- przesłankę 7 trzeba rozważyć przed przesłankami 1, 6 oraz 9;
- przesłankę 8 trzeba rozważyć przed przesłankami 4 i 6.

Przykład 2: The Pigs and Ballons Problem

1.	**1.**	$C' \cap D' \cap J' = \emptyset$	przesłanka
2.	**4.**	$G \cap D \cap H = \emptyset$	przesłanka
3.	**10.**	$C' \cap J' \cap G \cap H = \emptyset$	(★): **1**,**4**, D
4.	**6.**	$E \cap G \cap C' \cap H' = \emptyset$	przesłanka
5.	**11.**	$C' \cap J' \cap G \cap E = \emptyset$	(★): **6**,**10**, H
6.	**8.**	$K \cap B \cap G' = \emptyset$	przesłanka
7.	**12.**	$C' \cap J' \cap E \cap K \cap B = \emptyset$	(★): **8**,**11**, G
8.	**9.**	$C' \cap L \cap E' = \emptyset$	przesłanka
9.	**13.**	$C' \cap J' \cap K \cap B \cap L = \emptyset$	(★): **9**,**12**, E
10.	**7.**	$M \cap F \cap C = \emptyset$	przesłanka
11.	**14.**	$J' \cap K \cap B \cap L \cap M \cap F = \emptyset$	(★): **7**,**13**, C
12.	**3.**	$M \cap A \cap B' = \emptyset$	przesłanka
13.	**15.**	$J' \cap K \cap L \cap M \cap F \cap A = \emptyset$	(★): **3**,**14**, B
14.	**2.**	$K \cap F \cap L' = \emptyset$	przesłanka
15.	**16.**	$J' \cap K \cap M \cap F \cap A = \emptyset$	(★): **2**,**15**, L
16.	**5.**	$J' \cap A \cap F' = \emptyset$	przesłanka
17.	**17.**	$J' \cap K \cap M \cap A = \emptyset$	(★): **5** ,**16**, F.

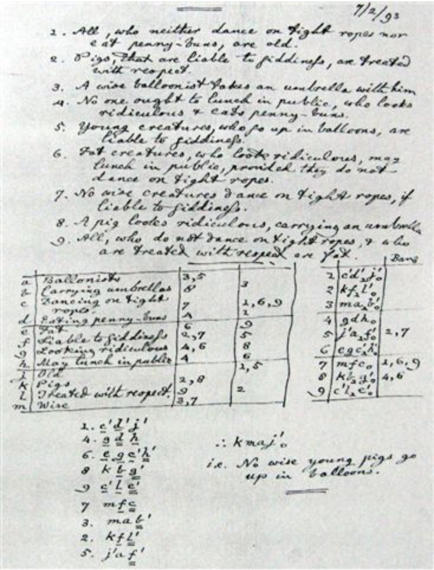
Przykład 2: The Pigs and Ballons Problem

Tak więc, wnioskiem z przesłanek 1.–9. jest $K \cap M \cap A \cap J' = \emptyset$, co można odczytać np. jako: ***No wise young pigs go up in balloons***.

Umowa notacyjna stosowana przez Carrolla pozwala na nieco krótsze przedstawienie powyższego dowodu (pomijamy wszędzie indeks $_0$):

1.	**1.**	$\underline{C'}\ \underline{D'}\ J'$	6.	**7.**	$M\ \underline{F}\ \underline{\underline{C}}$
2.	**4.**	$\underline{G}\ \underline{\underline{D}}\ \underline{H}$	7.	**3.**	$M\ A\ \underline{\underline{B'}}$
3.	**6.**	$\underline{E}\ \underline{G}\ \underline{C'}\ \underline{\underline{H'}}$	8.	**2.**	$K\ \underline{F}\ \underline{\underline{L'}}$
4.	**8.**	$K\ \underline{B}\ \underline{\underline{G'}}$	9.	**5.**	$J'\ A\ \underline{\underline{F'}}$
5.	**9.**	$\underline{C'}\ \underline{L}\ \underline{\underline{E'}}$	10.	$\therefore$	$K\ M\ A\ J'$

Z rękopisu Carrolla



7/2/93

1. All, who neither dance on tight ropes nor eat penny-buns, are old.
2. Pigs, that are liable to giddiness, are treated with respect.
3. A wise balloonist takes an umbrella with him.
4. No one ought to lunch in public, who looks ridiculous & eats penny-buns.
5. Young creatures, who go up in balloons, are liable to giddiness.
6. Fat creatures, who look ridiculous, may lunch in public, provided they do not dance on tight ropes.
7. No wise creatures dance on tight ropes, if liable to giddiness.
8. A pig looks ridiculous, carrying an umbrella.
9. All, who do not dance on tight ropes, & who are treated with respect are fat.

a	Balloonists	3,5	3
b	Carrying umbrellas	8	
c	Dancing on tight ropes	7	1,6,9
d	Eating penny-buns	4	1
e	Fat	6	9
f	Liable to giddiness	2,7	5
g	Looking ridiculous	4,6	8
h	May lunch in public	4	6
i	Old		1,5
k	Pigs	2,8	
l	Treated with respect	9	2
m	Wise	3,7	

		Bang
1	$c'd'_3j_0$	
2	$kf_1l'_0$	
3	$ma_1b'_0$	
4	gdh_0	
5	$j'a_1f_0$	2,7
6	$egc'_4h'_0$	
7	mfc_0	1,6,9
8	$kb_1g'_0$	4,6
9	$c'l_1e'_0$	

1. c′ d′ j′
4. g d h
6. e g c′ h′
8. k b g′
9. c′ l e′
7. m f c
3. m a b′
2. k f l′
5. j′ a f′

∴ $kmaj'_0$

i.e. No wise young pigs go up in balloons.

Przykład 3: The Library Problem

Rozważmy układ następujących zdań kategorycznych, odnoszących się do książek w pewnej bibliotece:

- 1. All the old books are Greek.
- 2. All the quartos are bound.
- 3. None of the poets are old quartos.

Znajdujemy nazwy występujące w tych zdaniach:

A	—	bound
B	—	Greek
C	—	old
D	—	poetry
E	—	quartos.

Przykład 3: The Library Problem

Znajdujemy schematy przesłanek:

1. $C \cap B' = \emptyset$
2. $E \cap A' = \emptyset$
3. $D \cap C \cap E = \emptyset$.

Budujemy tabelę występowania nazw w przesłankach:

Nazwa	Pozytywnie	Negatywnie
A		2
B		1
C	1,3	
D	3	
E	2,3	

Przykład 3: The Library Problem

Widać, że na podstawie informacji z tej tabeli nie można wyeliminować, stosując (★), ***żadnej*** z rozważanych nazw. Carroll proponuje dołączyć dodatkową przesłankę, stwierdzającą, że suma wszystkich rozważanych nazw wyczerpuje całe uniwersum. W postaci zdania ogólno-przeczącego przesłanka ta przybiera postać:

$$4. \quad A' \cap B' \cap C' \cap D' \cap E' = \emptyset.$$

Po tym uzupełnieniu rozszerzona tabela *sugeruje*, że wnioskiem będzie: $A' \cap B' = \emptyset$. Jest to jednak ***błędna*** sugestia. Kontrprzykład: niech $A = B = C = E = \{x\}$, $D = \{y\}$, $x \neq y$, a uniwersum to $\{x, y\}$. Wtedy 1.–4. są spełnione, ale $A' \cap B' = \{y\} \neq \emptyset$. Książka x może być np. starym, greckim, oprawionym *in quarto* wydaniem *Analityk Pierwszych* (które, jak wiadomo, poezją nie są), a y może być np. stosem luzem zebranych nowych kartek *in folio*, zawierającym elukubracje jakiegoś polskiego poety.

Przykład 3: The Library Problem

Korespondencja Carrolla z Johnem Cookiem Wilsonem dotycząca tego problemu zawiera m.in. uwagi Carrolla na temat sylogizmów, w których używa się zaprzeczeń ***iloczynów*** nazw, a także tego, co Carroll nazywa *konkluzjami częściowymi*.

Warto zwrócić uwagę, że Carroll posługuje się tu nie tylko prawami De Morgana, ale również prawami rozdzielności: dodawania względem mnożenia i mnożenia względem dodawania nazw.

Przykład 4: Z listu do Johna Cooka Wilsona

Carroll zachęca też Wilsona do rozwiązania następującego łańcusznika:

- 1. $A \subseteq B \cup C \cup D$
- 2. $A \cap B \subseteq C \cup H$
- 3. $B \subseteq A \cup C \cup D$
- 4. $B \cap C \cap E \subseteq D$
- 5. $C \cap D \subseteq A \cup B$
- 6. $E \subseteq A \cup B \cup D$
- 7. $B \cap D \subseteq A \cup H$
- 8. $A \cap C \cap K \subseteq B$
- 9. $D \cap K \subseteq B \cup C$.

Przykład 4: Z listu do Johna Cooka Wilsona

Powyższe zdania ogólno-twierdzące przekształcają się na następujące zdania ogólno-przeczące:

1. $A \cap B' \cap C' \cap D' = \emptyset$
2. $A \cap B \cap C' \cap H' = \emptyset$
3. $A' \cap B \cap C' \cap D' = \emptyset$
4. $B \cap C \cap D' \cap E = \emptyset$
5. $A' \cap B' \cap C \cap D = \emptyset$
6. $A' \cap B' \cap D' \cap E = \emptyset$
7. $A' \cap B \cap D \cap H' = \emptyset$
8. $A \cap B' \cap C \cap K = \emptyset$
9. $B' \cap C' \cap D \cap K = \emptyset$.

Przykład 4: Z listu do Johna Cooka Wilsona

Sporządzamy tabelę występowania nazw w przesłankach:

Nazwa	Pozytywnie	Negatywnie
A	1,2,8	3,5,6,7
B	2,3,4,7	1,5,6,8,9
C	4,5,8	1,2,3,9
D	5,7	1,3,4,6
E	4,6,9	
H		2,7
K	8,9	

Tabela *sugeruje*, że wniosek będzie miał postać: $E \cap H' \cap K = \emptyset$.

Proponujemy (jako pokutę) próbę znalezienia dowodu rezolucyjnego wprost. ***Nie może*** się ona udać, co wykazać można dowodem nie wprost (zob. poniżej).

„Metoda drzew" Carrolla

16 lipca 1894 roku Carroll zanotował w swoim *Diary*:

Today has proved to be an epoch in my Logical work. It occurred to me to try a complex Sorites by the method I have been using for ascertaining what cells, if any, survive for possible occupation when certain nullities are given. I took one of 40 premisses, „pairs within pairs" & many bars, & worked it like a genealogy, each term providing all its descendents. It came out beatifully, & much shorter than the method I have used hitherto — I think of calling it the „Genealogical Method".

Metodę tę nazywał Carroll również *metodą drzew* (*The Method of Trees*). Istota tej metody polega na przypuszczeniu nie wprost, że wniosek jest fałszywy i otrzymaniu sprzeczności z tego przypuszczenia, co w konsekwencji nakazuje owo przypuszczenie odrzucić. Pokażemy na trzech przykładach, jak Carroll stosował tę metodę.

Przykład 5

Rozważmy układ ośmiu zdań kategorycznych:

1. $D' \cap N' \cap M' = \emptyset$
2. $K \cap A' \cap C' = \emptyset$
3. $L \cap E \cap M = \emptyset$
4. $D \cap H \cap K' = \emptyset$
5. $H' \cap L \cap A' = \emptyset$
6. $H \cap M' \cap B' = \emptyset$
7. $A' \cap B \cap N = \emptyset$
8. $A \cap M' \cap E = \emptyset$.

Przykład 5

Budujemy tabelę występowania nazw w przesłankach:

Nazwa	Pozytywnie	Negatywnie
A	8	2,5,7
B	7	6
C		2
D	4	1
E	3,8	
H	4,6	5
K	2	4
L	3,5	
M	3	1,6,8
N	7	1

Przykład 5

Tabela *sugeruje*, że wniosek powinien mieć postać: $C' \cap E \cap L = \emptyset$. Ponieważ siedem nazw będzie wyeliminowanych, więc dowód rezolucyjny składa się z 15 kroków (8 przesłanek oraz 7 zastosowań (★)). Można przedstawić też dowód nie wprost, jeśli nie krótszy (w tym akurat przypadku), to mający ogólniejszy walor. Przypuśćmy mianowicie, że $C' \cap E \cap L = \emptyset$ **nie** zachodzi.

Wtedy:

$$(\dagger) \quad C' \cap E \cap L \neq \emptyset$$

tj. zbiór $C' \cap E \cap L$ zawiera jakieś elementy.
Pokażemy, że przypuszczenie to prowadzi do sprzeczności, a więc że należy je odrzucić.

Przykład 5

Niech $x \in C' \cap E \cap L$. Ponieważ $x \in E \cap L$, a na mocy przesłanki 3. $(L \cap E) \cap M = \emptyset$, więc $x \notin M$, czyli $x \in M'$. Tak więc, $x \in E \cap M'$. Stąd, ponieważ $A \cap (M' \cap E) = \emptyset$ (przesłanka 8.), więc $x \notin A$, czyli $x \in A'$. Skoro $x \in C'$ (na mocy (†)) oraz $x \in A'$, więc $x \notin K$ (na mocy przesłanki 2.: $K \cap (A' \cap C') = \emptyset$). A zatem $x \in K'$. Skoro $x \in E$ oraz $x \in A'$, to (na mocy przesłanki 5.: $H' \cap (L \cap A') = \emptyset$) $x \notin H'$, czyli $x \in H$. Skoro $x \in H$ i $x \in K'$, to (na mocy przesłanki 4.: $D \cap (H \cap K') = \emptyset$) $x \notin D$, czyli $x \in D'$. Skoro $x \in M'$ oraz $x \in H$, to (na mocy przesłanki 6.: $(H \cap M') \cap B' = \emptyset$) $x \notin B'$, czyli $x \in B$. Skoro $x \in D'$ oraz $x \in M'$, to (na mocy przesłanki 1.: $(D' \cap M') \cap N' = \emptyset$) $x \notin N'$, czyli $x \in N$. Wreszcie, skoro $x \in A'$ oraz $x \in B$, to (na mocy przesłanki 7.: $(A' \cap B) \cap N = \emptyset$) $x \notin N$, czyli $x \in N'$. Ponieważ $N \cap N' = \emptyset$, otrzymaliśmy ***sprzeczność***: $x \in N$ oraz $x \in N'$. Musimy więc odrzucić przypuszczenie (†) i tym samym otrzymujemy wniosek $C' \cap E \cap L = \emptyset$.

Jak widać, był to dowód dla Humanistek, które lubią, gdy wypowiadamy się pełnymi zdaniami, niczego nie opuszczając. Spróbujmy teraz przedstawić ten dowód w nieco skróconej (i chyba bardziej przejrzystej) postaci:

1.	$D' \cap N' \cap M' = \emptyset$	przesłanka
2.	$K \cap A' \cap C' = \emptyset$	przesłanka
3.	$L \cap E \cap M = \emptyset$	przesłanka
4.	$D \cap H \cap K' = \emptyset$	przesłanka
5.	$H' \cap L \cap A' = \emptyset$	przesłanka
6.	$H \cap M' \cap B' = \emptyset$	przesłanka
7.	$A' \cap B \cap N = \emptyset$	przesłanka
8.	$A \cap M' \cap E = \emptyset$	przesłanka
9.	$x \in C' \cap E \cap L$	z.d.n.
10.	$x \in M'$	3,9
11.	$x \in A'$	8,9,10
12.	$x \in K'$	2,9,11
13.	$x \in H$	5,9,11
14.	$x \in D'$	4,12,13
15.	$x \in B$	6,10,13
16.	$x \in N$	1,10,14
17.	$x \in N'$	7,11,15
18.	$\perp$	Sprzeczność: 16,17.

Ostatecznie, udowodniliśmy, że $C' \cap E \cap L = \emptyset$.

Przykład 6

Rozważmy siedem zdań kategorycznych:

1. $H \cap M \cap K = \emptyset$
2. $D' \cap E' \cap C' = \emptyset$
3. $H \cap K' \cap A' = \emptyset$
4. $B \cap L \cap H' = \emptyset$
5. $C \cap K \cap M' = \emptyset$
6. $H \cap C' \cap E = \emptyset$
7. $B \cap A \cap K' = \emptyset$.

Przykład 6

Budujemy tabelę występowania nazw w przesłankach:

Nazwa	Pozytywnie	Negatywnie
A	7	3
B	4,7	
C	5	2,6
D		2
E	6	2
H	1,3,6	4
K	1,5	3,7
L	4	
M	1	5

Tabela *sugeruje*, że wniosek powinien mieć postać $B \cap D' \cap L = \emptyset$.

Przykład 6

Przypuśćmy, dla dowodu nie wprost, że:

$$(\ddagger) \quad B \cap D' \cap L \neq \emptyset.$$

Pokażemy, że przypuszczenie to prowadzi do sprzeczności, a więc że należy je odrzucić.

Niech $x \in B \cap D' \cap L$. Wtedy, skoro $x \in B \cap L$, więc na mocy przesłanki 4. $x \notin H'$, czyli $x \in H$. Skoro $x \in H$ oraz, na mocy przesłanki 1. $H \cap M \cap K = \emptyset$, to $x \notin M \cap K$. Jednak nie można dalej prowadzić dowodu w sposób liniowy, trzeba rozumowanie rozgałęzić, ponieważ $x \notin M \cap K$ oznacza, że zachodzi alternatywa:

- (1) $x \notin K$, czyli $x \in K'$ ***lub***
- (2) $x \notin M$, czyli $x \in M'$.

Przykład 6

Każdy z przypadków (1) i (2) należy teraz rozpatrzyć oddzielnie. Dziś jest to dla nas oczywiste: odwołujemy się do jednego z praw De Morgana. Carroll sformułował samodzielnie to prawo (w liście z 11 listopada 1896 roku do Johna Cooka Wilsona), nie powołując się na inne publikacje z tego, co dziś nazywamy nurtem algebraicznym w logice XIX wieku. Na marginesie dodajmy, że prawa znane dziś pod nazwą praw De Morgana były znane już logikom średniowiecznym. Wracamy do dowodu. Carroll konstatuje w tym miejscu, że:

- (1') do warunku (1) można dodać warunek $x \in M$, co jednak nie przyniesie żadnej korzyści, ponieważ M występowała tylko w przesłance 1., którą już wykorzystaliśmy;
- (2') do warunku (2) można dodać warunek $x \in K$, co być może okaże się użyteczne, jako iż K występuje w dotąd nie rozważanej przesłance 5.

Przykład 6

Za uzasadnienie (1') oraz (2') Carroll uważa sformułowaną przez siebie ***regułę***:

*Thus, if we found a Premiss proving that the Thing **could not** have the Pair of Attributes $b'c$, we might say it **must** have b or c'. And we might afterwards tack on, at pleasure, either c to b, making the two headings bc and c', or b' to c', making them b and $c'b'$.*

Carroll odwołuje się tutaj zatem do obserwacji, którą w dzisiejszej notacji zapisujemy w postaci:

$$(A \cap B)' = (A' \cap B) \cup (A \cap B') \cup (A' \cap B').$$

Można przypuszczać, że obserwację tę zawdzięcza analizie swoich diagramów dla zbiorów.

Przykład 6

(1) Skoro $x \in K'$, to z $x \in H$ oraz z przesłanki 3. otrzymujemy: $x \notin A'$, czyli $x \in A$. Skoro $x \in K'$ oraz $x \in A$, to z przesłanki 7. otrzymujemy, że $x \notin A$. A to oznacza sprzeczność: nie może być jednocześnie $x \in A$ oraz $x \notin A$.

(2) Skoro $x \in M'$, to na mocy (2') oraz przesłanki 5. otrzymujemy, że $x \notin C$, czyli $x \in C'$. Skoro $x \in D'$ (przypuszczenie (‡)) oraz $x \in C'$, to na mocy przesłanki 2. mamy $x \notin E'$, czyli $x \in E$. Wreszcie, skoro $x \in H$ oraz $x \in C'$, to na mocy przesłanki 6. mamy $x \notin E$. A to oznacza sprzeczność: nie może być jednocześnie $x \in E$ oraz $x \notin E$.

Pokazaliśmy zatem, że ***każda*** z możliwości (1) i (2) prowadzi do sprzeczności. Przypuszczenie (‡) należy więc odrzucić. Ostatecznie otrzymujemy:

$$B \cap D' \cap L = \emptyset.$$

Przekształcając to na zdanie ogólno-twierdzące (jeśli ktoś takie woli) dostajemy: $(B \cap L) \subseteq D$.

Jeszcze raz Przykład 4

A jak radził sobie Carroll z przypadkami, gdy przypuszczenie dowodu nie wprost ***nie prowadziło*** do sprzeczności? W liście Carrolla do Johna Cooka Wilsona z 18 listopada 1896 roku znajdujemy przytoczony wyżej przykład 4:

1. $A \cap B' \cap C' \cap D' = \emptyset$
2. $A \cap B \cap C' \cap H' = \emptyset$
3. $B \cap A' \cap C' \cap D' = \emptyset$
4. $B \cap C \cap E \cap D' = \emptyset$
5. $C \cap D \cap A' \cap B' = \emptyset$
6. $E \cap A' \cap B' \cap D' = \emptyset$
7. $B \cap D \cap A' \cap H' = \emptyset$
8. $A \cap C \cap K \cap B' = \emptyset$
9. $D \cap K \cap B' \cap C' = \emptyset$.

Jeszcze raz Przykład 4

Przypominamy tabelę występowania nazw w przesłankach:

Nazwa	Pozytywnie	Negatywnie
A	1,2,8	3,5,6,7
B	2,3,4,7	1,5,6,8,9
C	4,5,8	1,2,3,9
D	5,7	1,3,4,6
E	4,6,9	
H		2,7
K	8,9	

Tabela *sugeruje*, że wniosek będzie miał postać: $E \cap H' \cap K = \emptyset$. Pokażemy, że jest to ***błędna*** sugestia. Nie oznacza to, że metoda rezolucji stosowana przez Carrolla jest nietrafna, a tylko tyle, że nie do każdego zbioru przesłanek (zdań ogólnych) można ją stosować.

Jeszcze raz Przykład 4

Przypuśćmy, dla dowodu nie wprost, że:

$$E \cap H' \cap K \neq \emptyset.$$

Niech $x \in E \cap H' \cap K$. Skoro $x \in E$, to, na mocy przesłanki 4., mamy: $x \notin B \cap (C \cap D')$ a więc zachodzi alternatywa:

- (1) $x \in B'$
- (2) $x \in (C \cap D')'$.

Rozważmy najpierw przypadek (1). Skoro $x \in E$ oraz $x \in B'$, to, na mocy przesłanki 6. $x \notin (A' \cap D')$, a więc zachodzi alternatywa:

- (1.1.) $x \in A$
- (1.2.) $x \in D$.

Jeszcze raz Przykład 4

Rozpatrzmy przypadek (1.1.). Skoro $x \in A$, $x \in B'$ oraz $x \in K$, to, na mocy przesłanki 8., $x \notin C$, czyli $x \in C'$. Z $x \in A$, $x \in B'$ oraz $x \in C'$, na mocy przesłanki 1. mamy: $x \notin D'$, czyli $x \in D$. Wreszcie, skoro $x \in K$, $x \in B'$ oraz $x \in C'$, to, na mocy przesłanki 1., mamy: $x \notin D$. Otrzymaliśmy zatem sprzeczność: $x \in D$ i $x \notin D$. Przypadek (1.1.) został wykluczony.

Wracamy do przypadku (1.2.). Carroll czyni w tym miejscu dodatkowe założenie, że $x \in A'$, uzasadniając je powołaniem się na przytoczoną wyżej *regułę*. Skoro $x \in B'$, $x \in D$ oraz $x \in A'$, to, na mocy przesłanki 5., $x \notin C$, czyli $x \in C'$. Skoro $x \in K$, $x \in B'$ oraz $x \in D$, to, na mocy przesłanki 9., $x \notin C'$. Otrzymaliśmy sprzeczność: $x \in C'$ i $x \notin C'$. Przypadek (1.2.) został więc wykluczony.

Jeszcze raz Przykład 4

Wracamy do przypadku (2). Znowu, powołując się na cytowaną *regułę*, Carroll przyjmuje założenie, że $x \in B$. Skoro $x \in (C \cap D')'$, to zachodzi alternatywa:

- (2.1.) $x \in C'$ (oraz $x \in B$)
- (2.2.) $x \in D$ (oraz $x \in B$).

Rozpatrzmy przypadek (2.1.). Skoro $x \in H'$, $x \in C'$ oraz $x \in B$, to, na mocy przesłanki 2., $x \notin A$, czyli $x \in A'$. Skoro $x \in B$, $x \in A'$ oraz $x \in C'$, to na mocy przesłanki 3., $x \notin D'$, czyli $x \in D$. Wreszcie, skoro $x \in H'$, $x \in B$ oraz $x \in A'$, to, na mocy przesłanki 7., $x \notin D$ i otrzymujemy sprzeczność z $x \in D$. Tak więc, przypadek (2.1.) został wykluczony.

Jeszcze raz Przykład 4

Rozpatrzmy przypadek (2.2.). Skoro $x \in H'$, $x \in B$ oraz $x \in D$, to, na mocy przesłanki 7. mamy: $x \notin A'$, czyli $x \in A$. Nie możemy skorzystać z żadnej przesłanki, aby wykluczyć przypadek (2.2.).

Tak więc, przypuszczenie dowodu nie wprost zostało potwierdzone, a to oznacza, że zdanie $E \cap H' \cap K = \emptyset$ ***nie jest*** konsekwencją założeń 1.–9.

Sytuacja, że przesłanki łańcusznika są prawdziwe, a jego wniosek fałszywy nie została wykluczona. Może istnieć przedmiot x taki, że $x \in E \cap H' \cap K$ oraz wszystkie przesłanki 1.–9. są prawdziwe. Z analizy przypadku (2.2.) widać, że dla takiego x mamy: $x \in A \cap B \cap C \cap D$.

Jeszcze raz Przykład 4

Analiza przypadku (2.2.) pokazuje ponadto, jakie wnioski **wynikają** logicznie z podanego układu przesłanek. Otóż jest to np. każde ze zdań:

- $E \cap H' \cap K \cap A' = \emptyset$
- $E \cap H' \cap K \cap B' = \emptyset$
- $E \cap H' \cap K \cap C' = \emptyset$
- $E \cap H' \cap K \cap D' = \emptyset$.

Jest tak, ponieważ z każdego z tych zdań, łącznie z rozważanymi przesłankami, otrzymać można ***sprzeczność*** w przypadku (2.2.), a więc przypadek ten wykluczyć.

Jeszcze raz Przykład 4

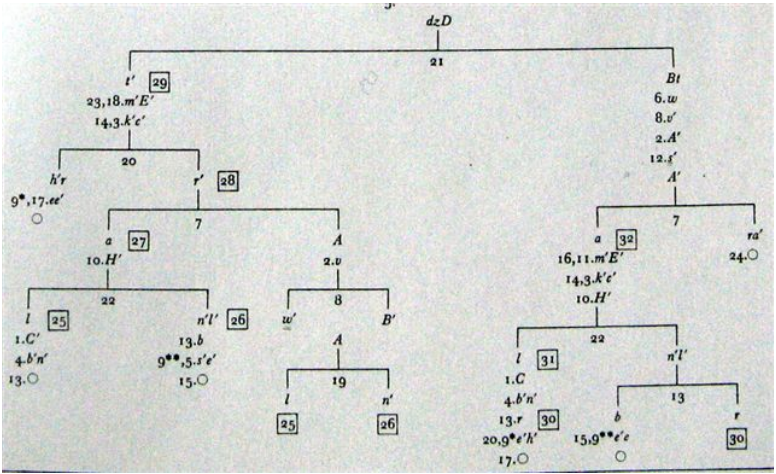
Dalej, analiza przypadku (2.2.) pokazuje także, że dołączenie do 1.–9. ***każdej z osobna*** z przesłanek 10.–13:

- 10. $A = \emptyset$
- 11. $B = \emptyset$
- 12. $C = \emptyset$
- 13. $D = \emptyset$

powoduje, że z takiego dziesięcioelementowego zbioru przesłanek ***wynika*** logicznie $E \cap H' \cap K = \emptyset$.

Oczywiście takie modyfikacje „łamią symetrię" w przykładzie Carrolla. Celem analizy tego przykładu było zresztą co innego, a mianowicie pokazanie, że metoda drzew pozwala orzec, że jakiś wniosek ***nie wynika*** logicznie z ustalonego zbioru przesłanek.

Drzewa Carrolla



Niektóre z drzew rozważanych przez Carrolla były dość skomplikowane.

Uwagi metalogiczne

Jak widzieliśmy w powyższych przykładach, metody rozwiązywania łańcuszników nie można sprowadzić do zwykłej rezolucji liniowej. Natomiast metoda nie wprost („metoda drzew”) ma walor ogólny: można ja stosować do ***dowolnego*** zbioru przesłanek (tu: do ***dowolnych*** zdań kategorycznych, a więc nie tylko ogólnych) mając pewność (Monadyczny Rachunek Predykatów ***jest rozstrzygalny!***), że wychodząc od przesłanek i zaprzeczenia konkluzji dojdzie się do jednego z następujących, wykluczających się wzajem przypadków:

- (1) przesłanki i zaprzeczona konkluzja prowadzą do ***sprzeczności***; wtedy konkluzja ***wynika*** logicznie z przesłanek;
- (2) przesłanki i zaprzeczona konkluzja ***nie*** prowadzą do ***sprzeczności***; wtedy konkluzja ***nie wynika*** logicznie z przesłanek.

Uwagi metalogiczne

Oczywiście, osobno należy podać dowód ***poprawności*** „metody drzew" Carrolla, tj. wykazać, że jest ona ***trafna*** oraz ***pełna***.

Dowód taki istnieje dla Klasycznego Rachunku Predykatów, a więc obejmuje również wszelkie wnioskowania z użyciem zdań kategorycznych.

Można też zbudować osobny rachunek sylogistyczny z metodą drzew i dowieść jej poprawności — zob. np. Simons 1989.

Uwagi metalogiczne

Carroll nie podaje dowodu poprawności swojej metody drzew. Oczywiście taki dowód musiałby być przeprowadzony w metalogice, która powstanie kilka dekad później.

Carroll nie podaje także dowodu poprawności metody rezolucji. Także ten dowód musiałby zostać przeprowadzony na poziomie metalogicznym, ówcześnie niedostępnym.

Carroll jest jednak oczywiście świadom, że nie można się ograniczać do sugestii podsuwanych przez registers of attributes.
W przypadku każdej sugerowanej konkluzji przeprowadza jej wyprowadzenie z przesłanek. Podobnie czyni w swoich dowodach apagogicznych.

Uwagi metalogiczne

Czy materiał zgromadzony w *Symbolic Logic* jest oparty na jakimś ***systemie*** logicznym? Jeśli tak, to na jakim? Jak zauważa Bartley, Carroll stosował metodę tablic dla funkcji prawdziwościowych już w 1894 roku, a więc wcześniej od propozycji Emila Posta oraz Ludwiga Wittgensteina. Klasyczna sylogistyka jest w całości zawarta w algebraicznym ujęciu Carrolla przedstawionym w *Symbolic Logic* z 1896 roku.

Jak widzieliśmy wyżej, Carroll stosował też apagogiczną metodę **tablic analitycznych**, której początek datuje się zwykle od prac Betha, Hintikki, Kangera i Schütte'go z końca lat pięćdziesiątych XX wieku, a której rozwinięcia dokonali m.in. Smullyan, Lis i Jeffrey. Jak wiadomo, obecnie metoda ta jest jedną z ważniejszych metod dowodowych stosowanych w praktyce (np. w automatycznym dowodzeniu twierdzeń).

Uwagi historyczne

Dzieło logiczne Carrolla powstało pod koniec XIX wieku, w okresie, gdy rozwijał się całkiem nowy nurt w logice: ***podejście algebraiczne*** zapoczątkowane pracami George'a Boole'a oraz Augustusa De Morgana, a mające swoją kulminację w dziele Ernsta Schrödera. W wysiłku tym uczestniczyli m.in.: MacColl, Peirce, Jevons, Venn, by wymienić tylko kilka znakomitości.

Carroll znał dokonania pracujących na tym polu. Jego *Symbolic Logic* nie jest jednak monografią pisaną z zamiarem tworzenia ***systemu*** logicznego. Pierwszoplanowy cel był natomiast ***dydaktyczny***: książka miała służyć popularyzacji logiki. I cel ten został osiągnięty: ***do dzisiaj*** tekst ten służy jako pomoc dydaktyczna, z upodobaniem wykorzystywana przez wielu wykładowców. Bez wątpliwości, ten sukces edukacyjny jest po części wynikiem literackiego talentu autora.

Uwagi historyczne

Część pierwsza *Symbolic Logic* ma bardzo elementarny charakter, stanowi przystępne wprowadzenie do sylogistyki klasycznej. Zawiera też omówienie metody diagramów Carrolla oraz jego metody *underscoring* (prototypu dzisiejszej *rezolucji liniowej*).

Odnaleziona po siedemdziesięciu latach przez W.W. Bartleya część druga zawiera problemy bardziej zaawansowane (np. zdania kategoryczne ze złożonymi podmiotami i orzecznikami) oraz wprowadza metodę drzew. Sześć rozdziałów tej części nie zostało odnalezionych.

Carroll zapowiadał część trzecią: *Part III: Transcendental*, do której miał — wedle jego słów — sporo notatek. O ile wiadomo, część ta nie powstała w wersji gotowej do druku. Dwa z zapowiadanych rozdziałów tej części nosić miały tytuły: *Analysis of a Proposition into its Elements* oraz *The Theory of Inference*.

Advertisement

An envelope, containing two blank Diagrams (Biliteral and Triliteral) and 9 Counters (4 Red and 5 Grey), may be had, from Messrs. Macmillan, for 3*d*., by post 4*d*.

I shall be grateful to any Reader of this book who will point out any mistakes or misprints he may happen to notice in it, or any passage which he thinks is not clearly expressed.

I have a quantity of MS. in hand for Parts II and III, and hope to be able—should life, and health, and opportunity, be granted to me, to publish them in the course of the next few years. Their contents will be as follows:

Part II. Advanced

Further investigations in the subjects of Part I. Propositions of other forms (such as "Not-all *x* are *y*"). Triliteral and Multiliteral Propositions (such as "All *abc* are *de*"). Hypotheticals. Dilemmas. Paradoxes* &c. &c.

Part III. Transcendental

Analysis of a Proposition into its Elements. Numerical and Geometrical Problems. The Theory of Inference. The Construction of Problems. And many other *Curiosa Logica*.

P. S.

I take this opportunity of giving what publicity I can to my contradiction of a silly story, which has been going the round of the papers, about my having presented certain books to Her Majesty the Queen. It is so constantly repeated, and is such absolute fiction, that I think it worthwhile to state, once for all, that it is utterly false in every particular: nothing even resembling it has ever occurred.†

Carroll zapowiadał część III *Symbolic Logic*. Prawdopodobnie nie została ona przygotowana do druku.

Uwagi historyczne

Jak wiadomo, po śmierci Carrolla olbrzymia liczba jego pieczołowicie zbieranych i skatagolowanych notatek została

S P A L O N A.

Wykorzystywana literatura

- Abeles, F. 1990. Lewis Carroll's Method of Trees: Its Origin in „Studies in Logic". *Modern Logic* **1**, 25–35.
- Abeles, F. 2005. Lewis Carroll's Formal Logic. *History and Philosophy of Logic* **26**, 33–46.
- Bartley, W.W., III. 1977. *Lewis Carroll's Symbolic Logic.* Clarkson N. Potter, New York.
- Carroll, L. 1896. *Symbolic Logic.* Macmillan, London.
- Carroll, L. 1994. *El juego de la lógica y otros escritos.* El Libro de Bolsillo, Madrid.

Wykorzystywana literatura

- Coquand, Th. 2000. Lewis Carroll, Gentzen and Entailment Relations. http://en.scientificcommons.org/265225
- Crisler, V. 1999. Logical Algebra: Part 2. The Sorites. http://vernerable.tripod.com/logic1.htm
- Grattan-Guiness, I. 2000. *The Search for Mathematical Roots, 1870–1940. Logics, Set Theories and the Foundation of Mathematics from Cantor through Russell to Gödel*. Princeton University Press, Princeton/Oxford.

Wykorzystywana literatura

- Jussien, N. Programmation Logique — TP noté. Les sorites de Lewis Carroll.
  http://www.emn.fr/x-info/jussien/prolog/data/tp-sorites-prolog.pdf
- Peckhaus, V. 1999. 19th Century Logic Between Philosophy and Mathematics. *Bulletin of Symbolic Logic* **5**, 433–450.
- Simons, P. 1989. Tree Proofs for Syllogistic. *Studia Logica* **48**, 539–554.

Matematyk, Logik, Pisarz, Duchowny i Fotograf

Autoportret Lewisa Carrolla

Alice Liddell (fot. LC)

Koniec

Od ponad stu lat wykładowcy logiki korzystają z *Symbolic Logic* Lewisa Carrolla, pożyczając ($\longleftarrow$ eufemizm) opracowane przez niego przykłady dla urozmaicenia swoich kursów.

Powszechna jest przy tym opinia, że *Symbolic Logic* to jedynie kolekcja zmyślnie dobranych przykładów.

Jest to, jak się wydaje, opinia krzywdząca Carrolla jako logika. Staraliśmy się zwrócić uwagę na jego prekursorskie pomysły natury teoretycznej.