

O ZWIĄZKACH

logicznych oczywście

PRZYPOMNIJMY

ZWIĄZKI LOGICZNE to
związki analityczne między zdaniem
uwarunkowane wyłącznie:

- Strukturą tych zdań
- Znaczeniem stałych logicznych

STĄD W NAJBLIŻSZEJ PRZYSZŁOŚCI:

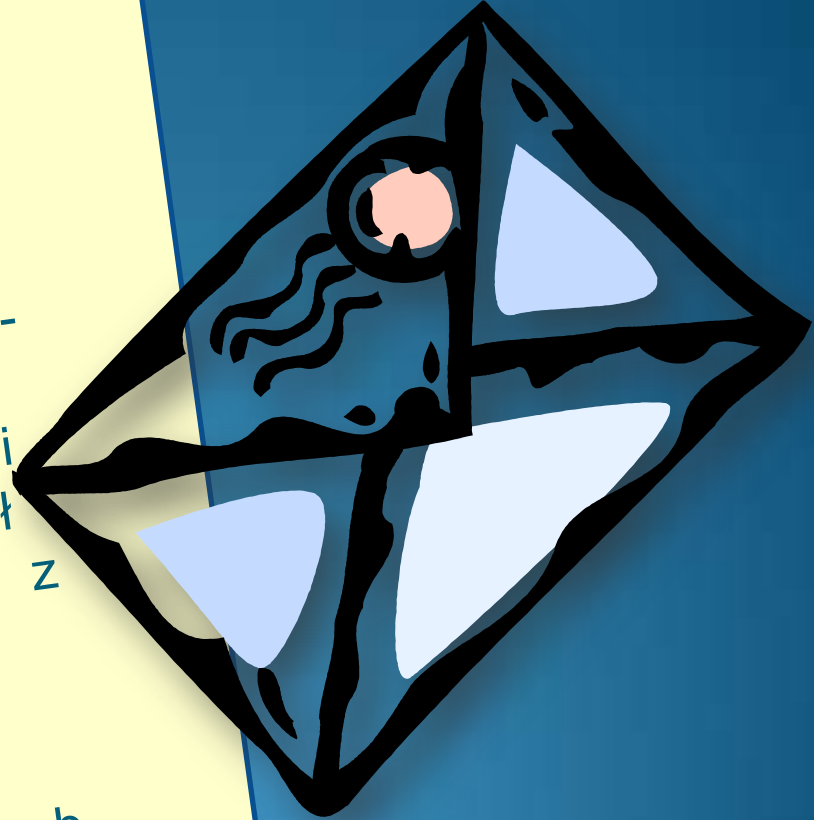
- O strukturze zdań
- O tłumaczeniach z ludzkiego na logiczne
- O znaczeniu stałych logicznych

dziś był zły dzień
dla poprawy humoru
podłożyliśmy kilka bomb w
miejscach publicznych
aby je rozbroić konieczne
będą trzy umiejętności:

1. rozpoznanie struktury
wyrażeń-haseł
2. przetłumaczenie zdań-
haseł na język logiki
3. rozpoznanie wartości
logicznej zdań-haseł

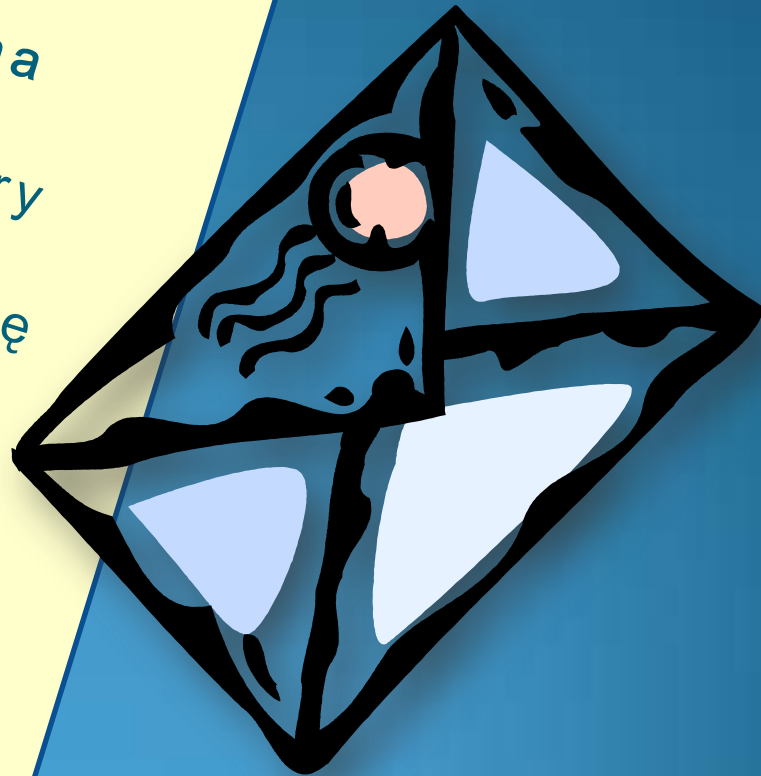
czasem wystarczy jedna z
tych umiejętności,
czasem dwie
ale żeby rozbroić
najgroźniejsze z bomb
będziecie potrzebować
wszystkich trzech

1



w skrzynce na której
znajduje się
prawda logiczna
znajdziecie
przewodnika, który
pomoże Wam
analizować strukturę
złożonych wyrażeń

2



A large, open treasure chest filled with stacks of gold coins. The chest is red and gold, with a black handle on the lid. The background is a dark blue gradient with light blue wavy lines.

JAN PÓJDZIE JUTRO DO KINA
LUB TEATRU I JAN NIE PÓJDZIE
DO KINA, WIĘC JAN
PÓJDZIEDO TEATRU

1

A large, open treasure chest filled with stacks of gold coins. The chest is red and gold, with a black handle on the lid. The background is a dark blue gradient with light blue wavy lines.

JEŻELI JAN BIEGA SZYBCIEJ NIŻ
KATARZYNA, TO KATARZYNA
BIEGA WOLNIEJ NIŻ JAN

2

NIEDOBRZE, ALE MACIE JESZCZE JEDNĄ SZANSĘ

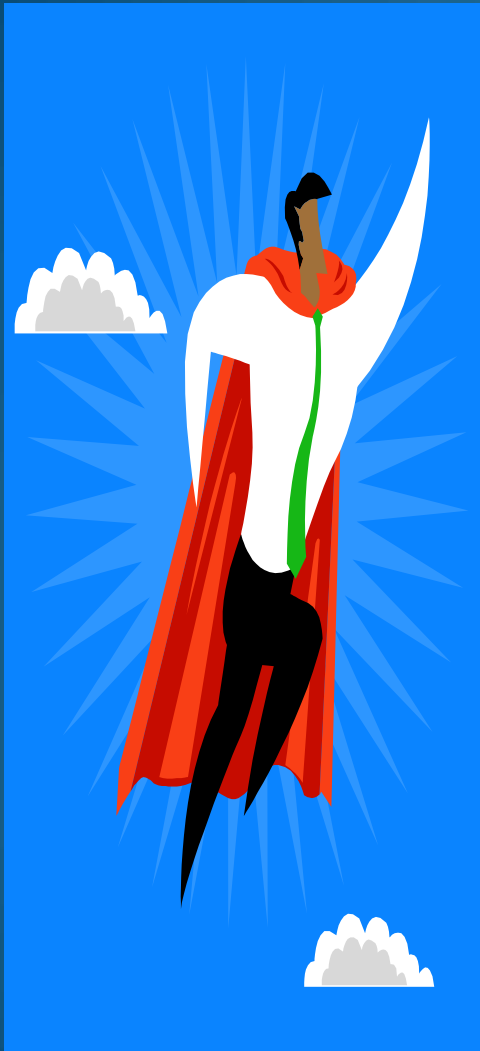
1

TOMASZ MA WIELKI
CZEROWNY NOS LUB MA MAŁY
CZERWONY NOS.

2

TOMASZ MA WIELKI
CZERWONY NOS LUB NIE MA
WIELKIEGO CZERWONEGO
NOSA

BRAWO



*Rozpoznać strukturę, czyli
ustalić sieć połączeń
występujących między
poszczególnymi znakami w
danym wyrażeniu*

inaczej

*ustalić budowę składniową
danego wyrażenia*

JAK TO ZROBIĆ?

Sposobów jest wiele...

Najbardziej przyjazny – tzw.
drzewa składniowe:

- Korzeń – rozważane wyrażenie
- Węzły – znaki poszczególnych łączników (szeroko pojętych)
- Liście – poszczególne składniki wyrażenia



PRZYKŁAD 1

JAK Z MATEMATYKI WIADOMO – KOLEJNOŚĆ
DZIAŁAŃ WYZNACZAJĄ NAWIASY

$$(((11-2)/(22+12))*(3+9))/((5+12)/(11-4))$$

$$(((11-2)/(22+12))*(3+9))/((5+12)/(11-4))$$

/

*

/

/

+

+

-

-

+

3

9

5

12

11

4

11

2

22

12

PRZYKŁAD 2

Założmy:

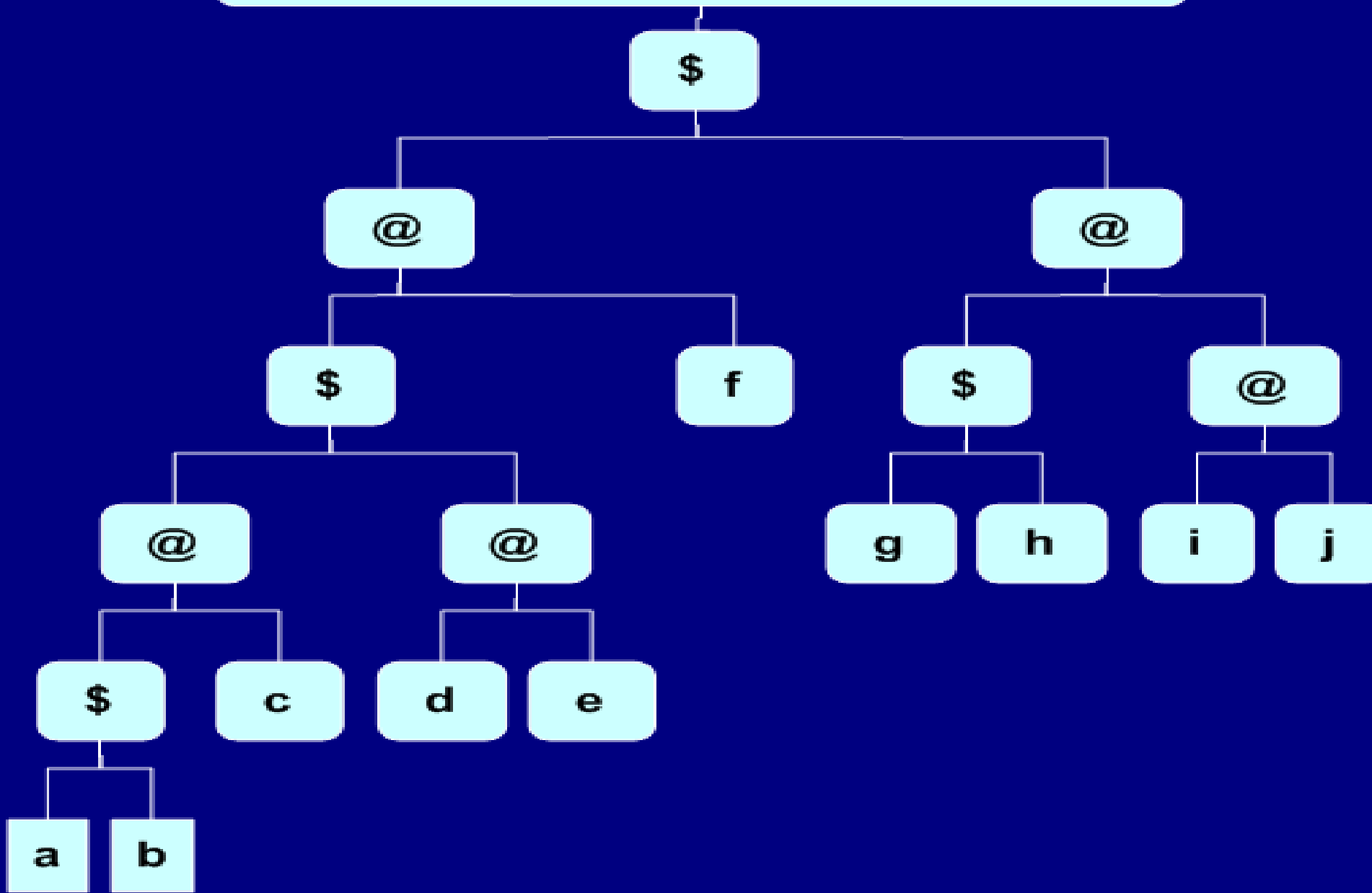
- Łącznikami w tym języku są \$ i @
- Każdy łącznik łączy zawsze dwa i tylko dwa elementy
- Składnikami wyrażeń mogą być wszystkie małe litery alfabetu łacińskiego
- Operacje w nawiasach wykonujemy najpierw

Nasze wyrażenie:

$$(((a\$b)\@c)\$(d\@e))\@f)\$(g\$h)\@(i\@j))$$

$(((((a\$b)@c)\$(d@e)@f)\$(g\$h)@(i@j)))$

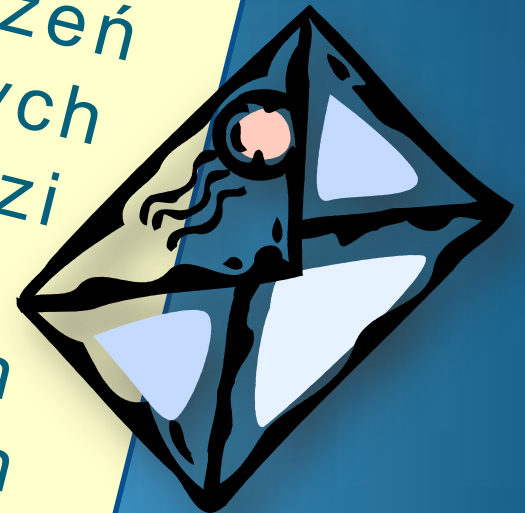
(((a\$b)@c)\$ (d@e)@f)\$(g\$h)@(i@j)



ŻARTY SIĘ SKOŃCZYŁY



aby rozbroić
bombę należy
wpisać kod
składający
się z wyrażen
znajdujących
się w gałęzi
nad
wyrażeniem
wyróżnionym
PRL



BOMBA 1:



- Składnia języka taka jak w przykładzie 2
- Wyrażenie wyróżnione – zaznaczone czerwonym kolorem
- Wyrażenie:
 $((a@b)sa)sc@d$

KOD:

@

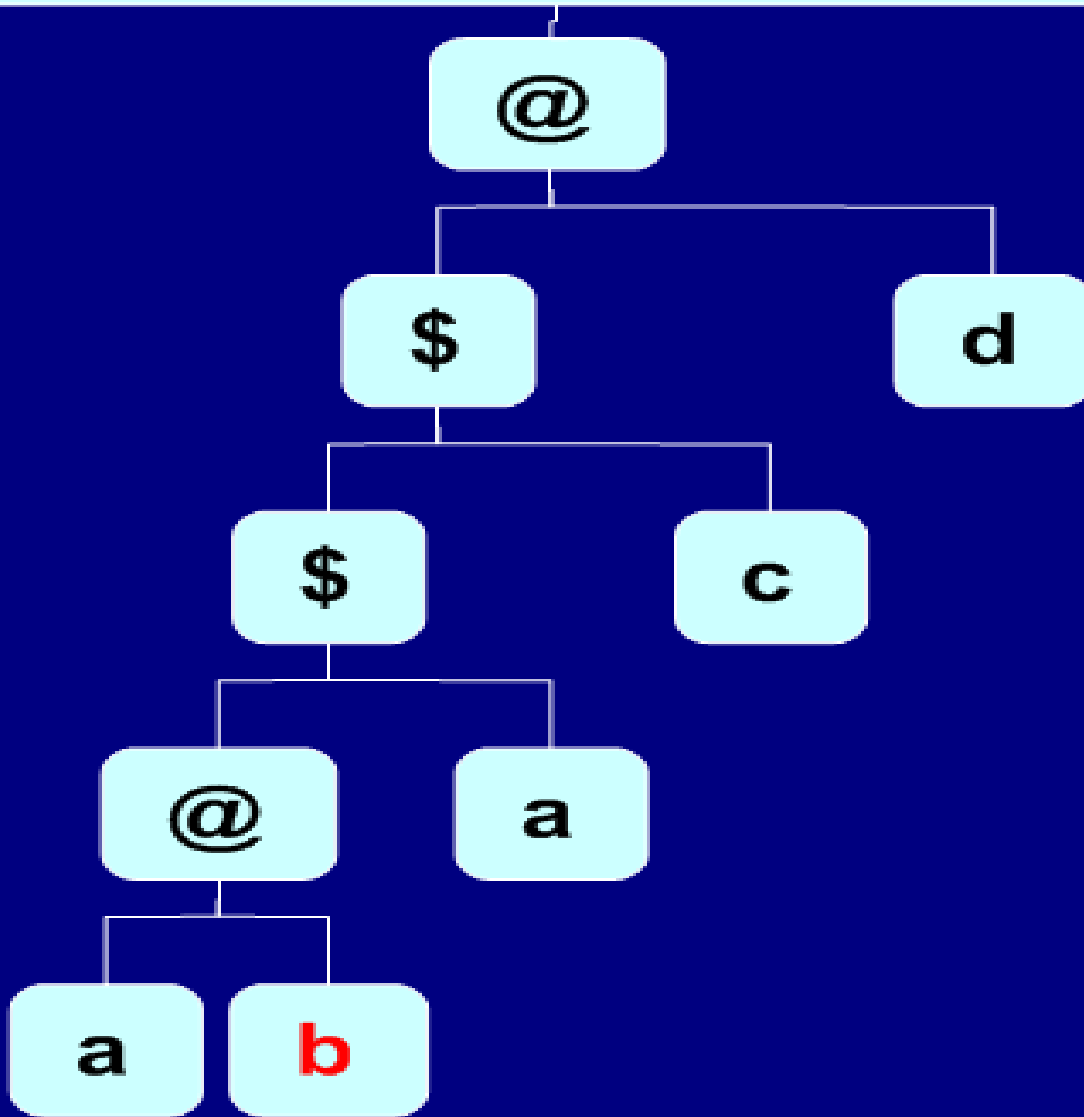
\$

\$

@



$((((a@b)\$a)\$c)@d$



BOMBA 2

Nowy język:

- Łącznikami w tym języku są:

- \equiv
- \wedge
- \vee
- \rightarrow

Każdy łącznik łączy zawsze dwa i tylko dwa elementy

- Składnikami wyrażeń mogą być wszystkie małe litery alfabetu łacińskiego
- Operacje w nawiasach wykonujemy najpierw

Wyrażenie:

$$(((r \wedge q) \rightarrow r) \equiv p) \rightarrow q$$



KOD:

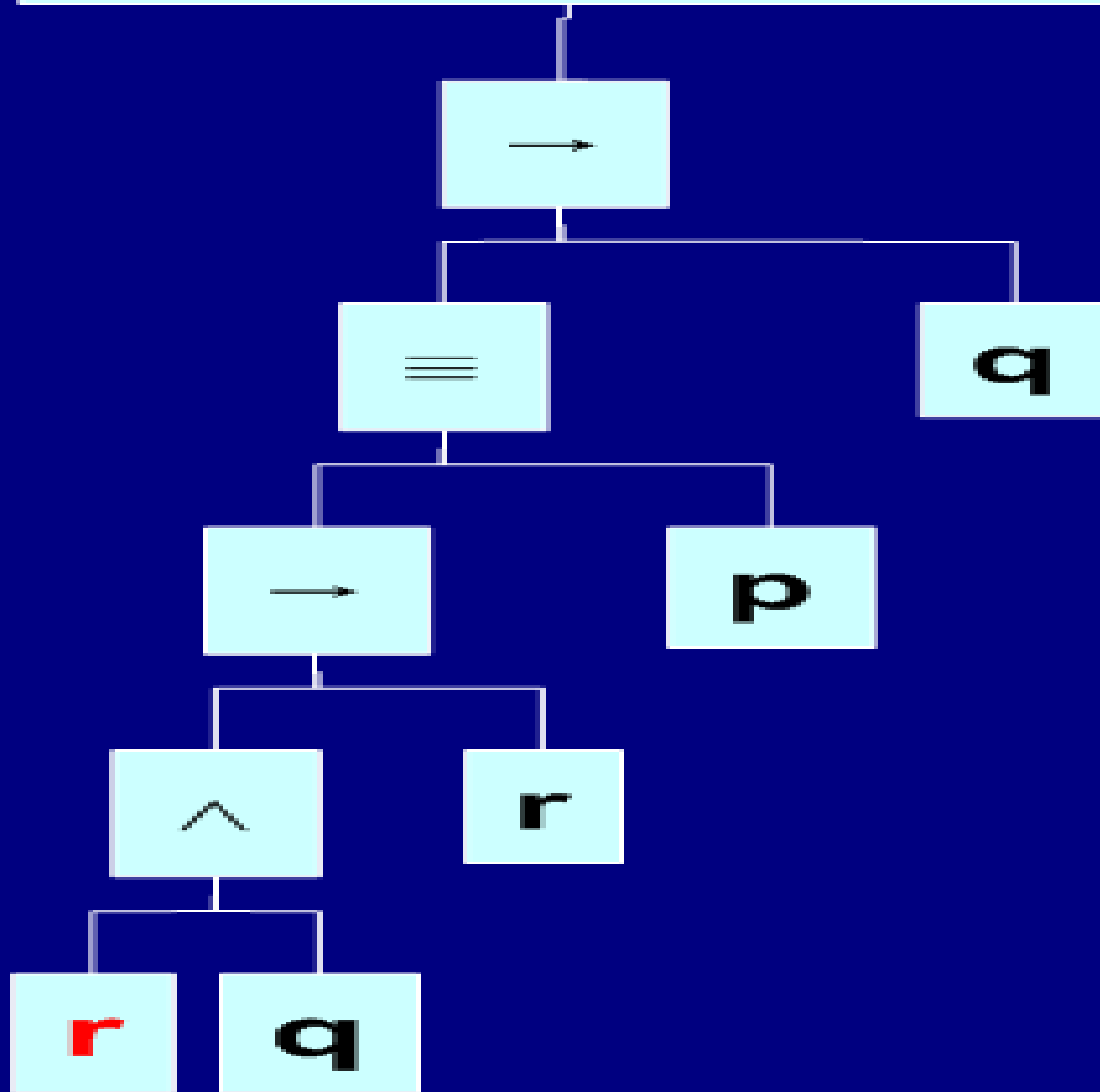
\wedge

\rightarrow

\equiv

\rightarrow

$$(((r \wedge q) \rightarrow r) \equiv p) \rightarrow q$$





BOMBA 3

TEN SAM JĘZYK

Wyrażenie:

$$(((p \vee q) \wedge (r \wedge q)) \rightarrow r) \equiv (p \rightarrow q)$$

KOD:

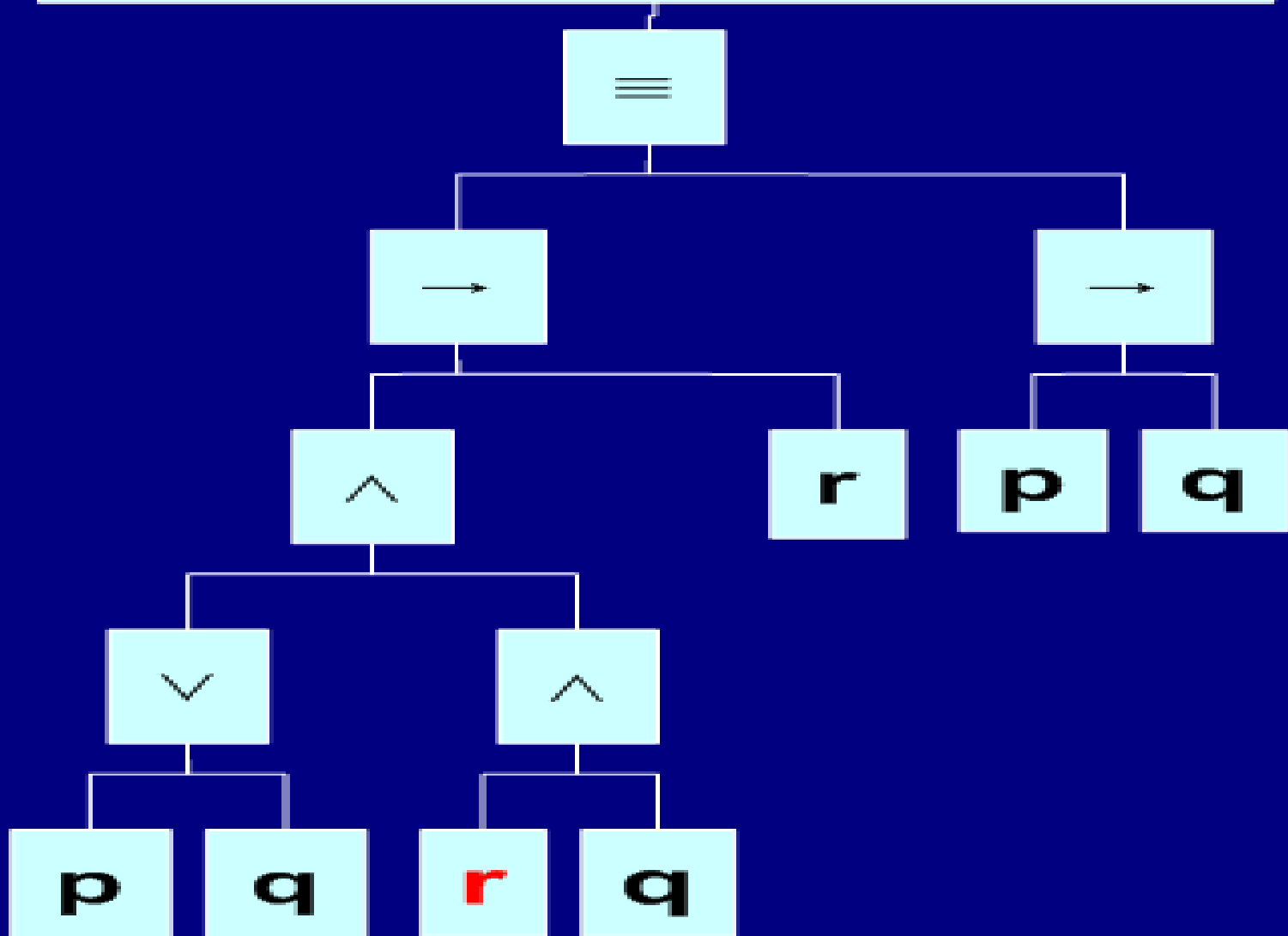
\wedge

\wedge

\rightarrow

\equiv

$$(((p \vee q) \wedge (r \wedge q)) \rightarrow r) \equiv (p \rightarrow q)$$



DRZEWA JESZCZE RAZ

DRZEWA SKŁADNIOWE:

- Korzeń
rozważane wyrażenie
- Węzły
znaki poszczególnych
łączników (szeroko
pojętych)
- Liście
poszczególne składniki
wyrażenia



czas przećwiczyć umiejętność
szyfrowania...
kluczem do rozbrojenia kolejnych
bomb jest rozpoznanie logicznej
formy zapisanych na nich zdań
nasz język jest bardzo prosty:
zamiast zdań prostych używamy
małych liter łacińskiego alfabetu
zdania łączymy symbolami
prawdziwościowych spójników
zdaniowych
pomoc uzyskacie od ojca
chrzestnego

PRL

Pomogę Wam, jeżeli
rozwiążecie moją zagadkę:
Samochód z bandytami
wyjeżdża spod banku w kierunku
komisariatu. 30 minut później
samochód policyjny wyrusza z
komisariatu w kierunku banku.
Oba samochody jadą z
dokładnie tą samą prędkością.
Który będzie bliżej
komisariatu, gdy się
spotkają?
Macie 3 minuty.



PRZEANALIZUJMY LIST

czas przećwiczyć umiejętność szyfrowania...

kluczem do rozbrojenia kolejnych bomb jest **rozpoznanie**

logicznej formy

zapisanych na nich zdań

nasz język jest bardzo prosty:

zamiast

zdań prostych

używamy małych liter łacińskiego alfabetu

zdania łączymy

symbolami prawdziwościowych spójników

zdań

pomoc uzyskacie od ojca chrzestnego

PRL

PORA NA DEFINICJE

LOGICZNA FORMA ZDANIA

Zapis zawierający informacje o wszystkich własnościach zdania istotnych dla kwestii logicznej prawdziwości tego zdania oraz jego związków logicznych z innymi zdaniami.

(Stanosz 1985)

LOGICZNA FORMA - CD

UWAGA!

Logiczna prawdziwość zdania **nie zależy** od tych jego wyrażeń składowych, które **nie są** stałymi logicznymi.

ZATEM

Forma logiczna musi uwzględniać:

- stałe logiczne
- symbole zastępujące to, co między nimi (czyli *zdania proste*)

(Stanosz 1985)

STAŁE LOGICZNE



SŁOWA KWANTYFIKUJĄCE

Dobra wiadomość:

Na razie nie są dla nas
istotne

PRAWDZIWOŚCIOWE SPÓJNIKI ZDANIOWE

Wyrażenia, które:

- Łączą dwa zdania _LUB łączą się z jednym zdaniem
- Ich wartość logiczna zależy **wyłącznie** od wartości logicznej zdań łączonych

(Stanosz 1985)

PRL używają bardzo konkretnych spójników. Są to spójniki **klasycznego rachunku zdań**. Zdradzę Wam je tylko wtedy, gdy rozwiążecie następującą zagadkę:
W sejfie w ciemnym pokoju leżą 24 rubiny i 24 szmaragdy. Chcę zrobić kolczyki dla żony.

Jaka jest najmniejsza ilość kamieni, które muszą wyciągnąć z sejf, aby mieć pewność, że mam co najmniej dwa kamienie tego samego rodzaju?

Macie 3 minuty.



BRAWO

Spójniki używane przez *PRL* to:

Nazwa	Symbol	Zapis	Czytamy...
Negacja	\neg	$\neg p$	Nieprawda, że p
Koniunkcja	\wedge	$p \wedge q$	p i q
Alternatywa	\vee	$p \vee q$	p lub q
Implikacja	\rightarrow	$p \rightarrow q$	Jeżeli p to q
Równoważność	\equiv	$p \equiv q$	p wtedy i tylko wtedy, gdy q

Ważne wskazówki na koniec:

- 1) Zdania proste *PRL* oznacza małymi literami łacińskiego alfabetu.
- 2) Litery wprowadzane są kolejno, począwszy od *p*, w kolejności pojawiania się zdań w tekście.
- 3) Kolejność wiązania poszczególnych spójników oznaczają przy pomocy nawiasów.
- 4) Nawiasy pomijają w przypadku negacji
- 5) Bądźcie czujni!



KLIKA PROSTYCH ĆWICZEŃ

1. Jutro okradniemy sklep lub bank i podłożymy kilka bomb.
2. Jeśli nie złapie nas policja, a będzie piękna pogoda, to napadniemy na konwój.
3. Jan i Paweł biorą udział w napadzie.
4. Karol i Michał są śmiertelnymi wrogami.
5. Albo Karol ucieknie z miasta, albo Michał będzie miał kłopoty.

1. $(p \vee q) \wedge r$

2. $(p \wedge q) \rightarrow r$

3. $p \wedge q$

4. p

5. $p \vee q$

KILKA BARDZIEJ ZŁOŻONYCH ĆWICZEŃ

1. Jeżeli złapie nas policja, to nie jest prawdą, że jednocześnie będziemy zadowoleni z życia i będziemy nadal prowadzić działalność przestępczą.
2. Skoro jak dotąd skutecznie uciekaliśmy przed policją, to znaczy to, że albo policja nie jest zbyt dobra w poszukiwaniu przestępców albo my jesteśmy bardzo sprytnymi bandytami.
3. Skoro z całą pewnością Karol nie lubi Michała, albo Michał nie lubi Karola, to jest co najmniej pewne, że przy ich pierwszym spotkaniu dojdzie do krwawej rzezi, jeżeli któryś z nich szybko nie ucieknie.

1. $p \rightarrow \neg(q \wedge r)$

2. $p \rightarrow (q \vee r)$

3. $(p \vee q) \rightarrow (s \rightarrow r)$

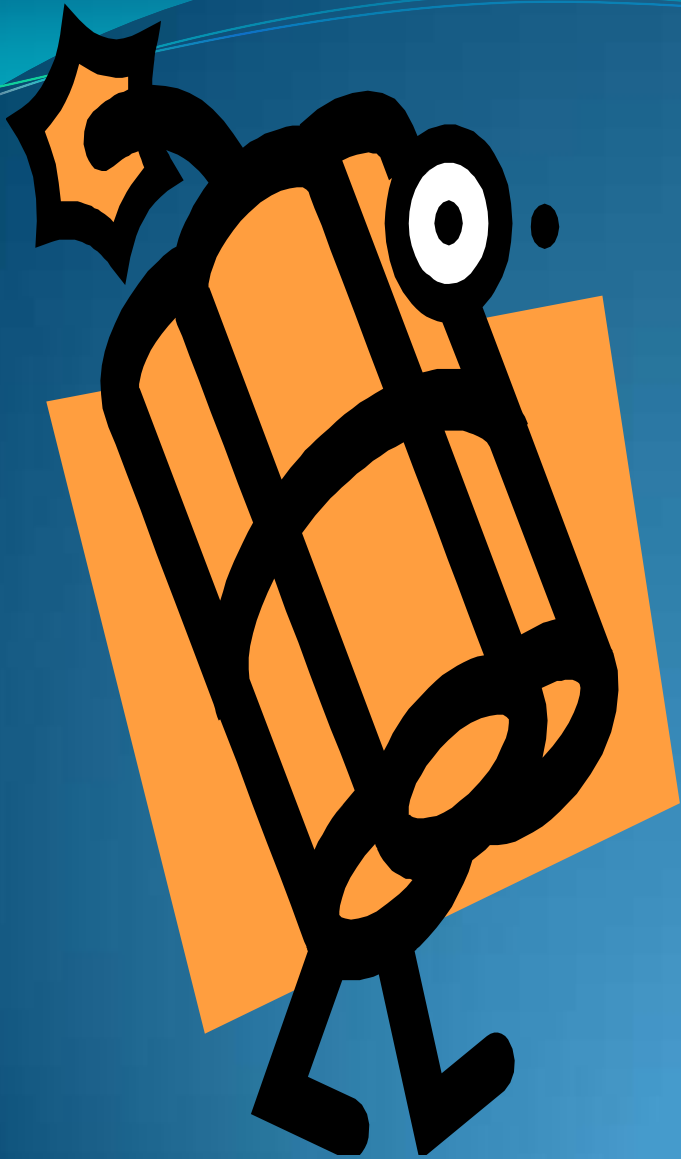
Myślę, że jesteście
już gotowi, by
zmierzyć się z tym,
co przygotowali dla
*Was Perfidni
Rozbójnicy Logiczni.*
Powodzenia!





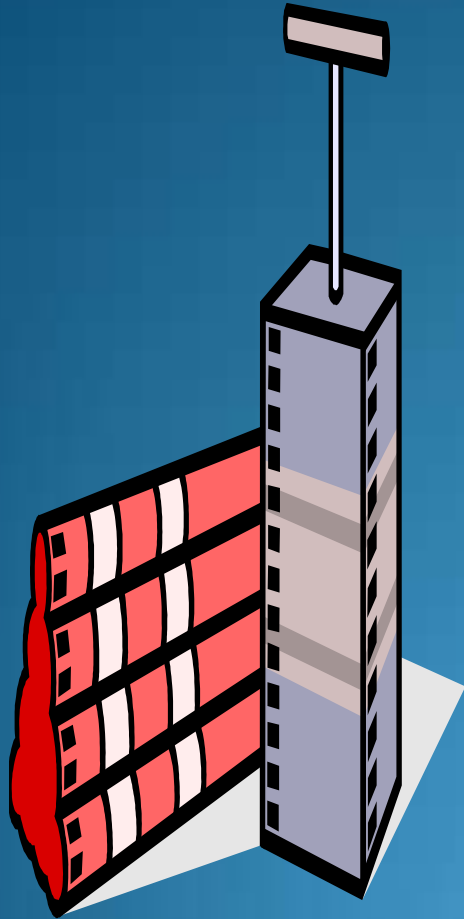
Skoro jest tak, że napadamy na banki albo podkładamy bomby, a policja jak dotąd nie wpadła na nasz trop, to z całą pewnością znamy się dobrze na naszym fachu, w przeciwieństwie do policji.

$$((p \vee q) \wedge r) \rightarrow (s \wedge \neg t)$$



Rozwalimy ten wielki, tłusty sejf u Kowalskich w środę lub w czwartek, ale tylko wtedy, gdy w środę będzie ładna pogoda, a w czwartek będzie padał deszcz i równocześnie ani w środę, ani w czwartek nie będzie padał śnieg.

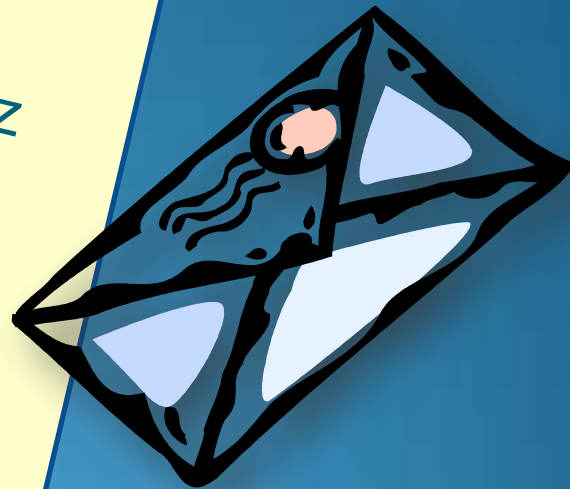
$$(p \vee q) \equiv ((r \wedge s) \wedge (\neg t \wedge \neg u))$$



Skoro ani Szef Wszystkich
Rozbójników (SWR) ani Wielki
Włamywacz Wszechczasów (WWW)
nie potrafią włamać się do
Michalaków, to albo ich sejf jest
wyjątkowo dobry i do tego mają jakiś
skuteczny alarm albo SWR i WWW
cierpią na chwilowe załamanie
nerwowe.

$$(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow ((r \wedge s) \vee (t \wedge u))$$

skoro umiecie już
odpowiednio szyfrować i
rozpoznawać strukturę
naszych szyfrów, to teraz
pora byście wykazali się
umiejętnością rozumienia
naszego języka
bez niej nie uda się Wam
rozbroić kolejnych bomb
PRL





Zostałem oddelegowany, by Wam pomóc w walce z Perfidnymi Rozbójnikami Logicznymi.

Polecono mi najpierw sprawdzić, czy jesteście sobie w stanie z nimi poradzić.

Zacznijmy od czegoś prostego: za chwilę podam Wam schemat zdania zapisanego ich szyfrem.

Waszym zadaniem jest zapisanie na kartce dowolnego zdania, które odpowiada temu schematowi.

Macie na to 3 minuty.

Oto schemat:

$$((p \vee q) \wedge r) \rightarrow p$$



Widzę, że jakoś sobie radzicie.

PRL to bardzo brutalny gang. Znają tylko dwie wartości:

- **PRAWDE** (1)
- **FAŁSZ** (0)

Czasem mawiają, że *albo jesteś kimś, albo jesteś zerem.*

Każdemu zaszyfrowanemu przez nich zdaniu nadają jedną z tych wartości.

Robią to zawsze tylko na podstawie dwóch czynników:

1. Wartości poszczególnych zdań prostych
2. Prostych reguł mówiących dotyczących znaczenia spójników.



Pewnie chcielibyście wiedzieć
jakie są te reguły.
Nie jestem pewien czy jesteście
już gotowi je poznać.
Poddam was jeszcze jednemu
testowi.

Podajcie jak najszybciej 5
różnych zdań odpowiadających
poniższemu schematowi:

$$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$$



To teraz słuchajcie uważnie, bo
nie będę powtarzał.
Reguły są następujące:

1. *Negacja* jest **prawdziwa**
wyłącznie gdy poprzedzające
ją zdanie jest **fałszywe**.
2. *Alternatywa* jest **fałszywa**
wyłącznie, gdy **oba** jej człony
są **fałszywe**.



3. *Koniunkcja* jest prawdziwa wyłącznie gdy **oba** jej człony są prawdziwe.

4. *Implikacja* jest fałszywa wyłącznie wtedy, gdy jej pierwszy człon jest prawdziwy, a drugi – fałszywy.

5. *Równoważność* jest prawdziwa wyłącznie wtedy, gdy **oba** jej człony mają tę samą wartość.



Powtórzmy:

$(\neg p)=1$, wtedy i tylko wtedy gdy

$$p=0$$

$(p \vee q)=0$, wtedy i tylko wtedy gdy

$$p=q=0$$

$(p \wedge q)=1$, wtedy i tylko wtedy gdy

$$p=q=1$$

$(p \rightarrow q)=0$, wtedy i tylko wtedy gdy

$$p=1 \text{ i } q=0$$

$(p \equiv q)=1$, wtedy i tylko wtedy gdy

$$p=q$$

A teraz spróbujcie
uzupełnić tabelę



p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \equiv q$
1	1					
1	0					
0	1					
0	0					

A teraz spróbujcie
uzupełnić tabelę



p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \equiv q$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1



BRAWO!

Widzę, że całkiem dużo już
zrozumieliście.

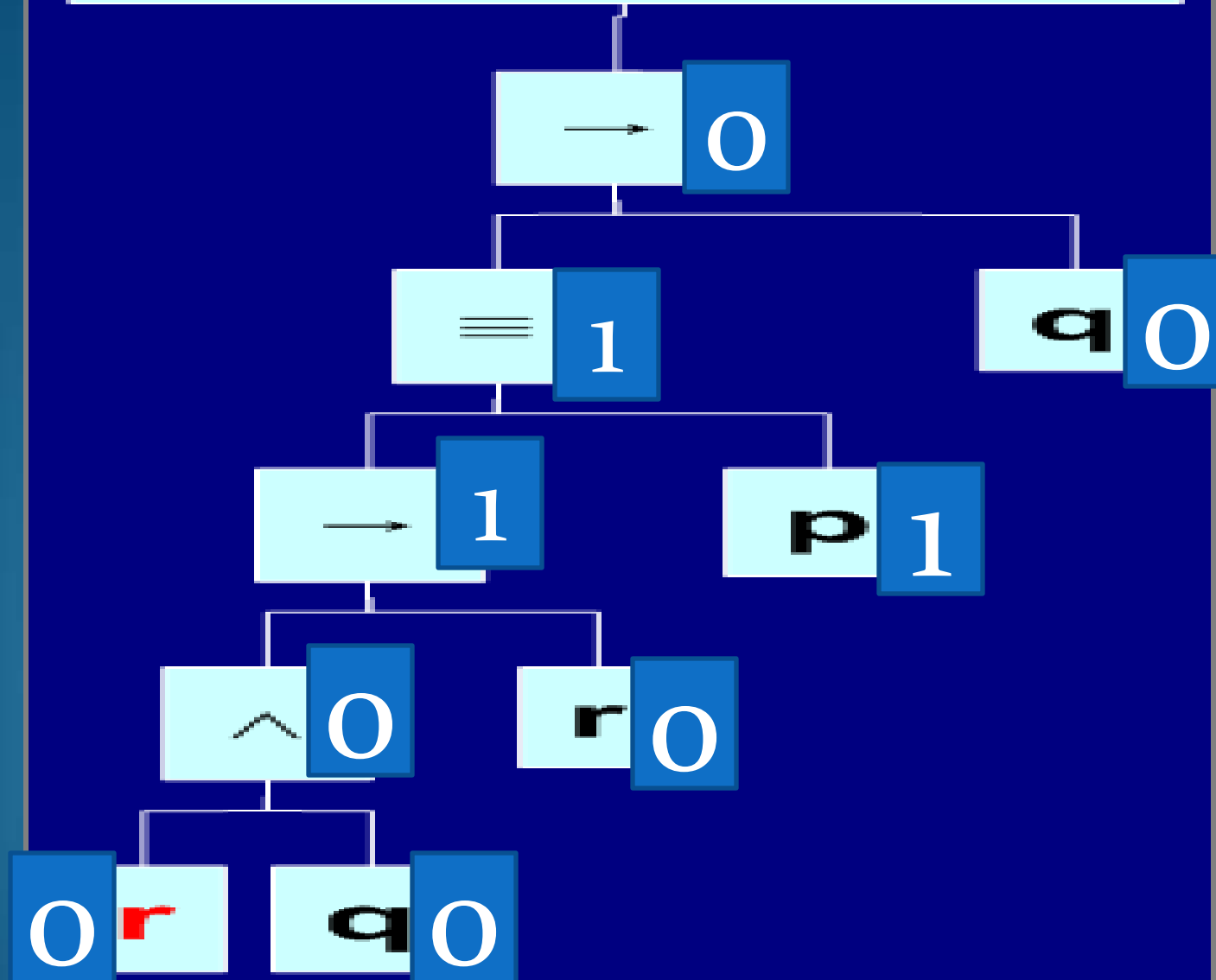
Pora na ćwiczenie praktyczne:
*Określcie wartość logiczną
wyrażenia:*

$$(((r \wedge q) \rightarrow r) \equiv p) \rightarrow q$$

Wartości zdań: $p=1$; $q=0$; $r=0$.

Podpowiedź: Rysowaliście już strukturę
składniową tego wyrażenia. Teraz
wystarczy podstawić wartości w liściach
i systematycznie przenosić się w górę.

$$(((r \wedge q) \rightarrow r) \equiv p) \rightarrow q$$





DOBRZE SOBIE RADZICIE!

Proponuję jeszcze jedno
ćwiczenie

*Określcie wartość logiczną
wyrażenia:*

$$(((p \vee q) \wedge (r \wedge q)) \rightarrow r) \equiv (p \rightarrow q)$$

Wartości zdań: $p=1$; $q=1$; $r=0$.

*Podpowiedź: Strukturę tego wyrażenia
też już rysowaliście*



Myślę, że jesteście już gotowi, by zmierzyć się z kolejnymi pułapkami, które przygotował dla Was *PRL*.

Aby rozbroić kolejną serię niebezpiecznych bomb należy wpisać tylko wartość logiczną całego wyrażenia, które jest na niej napisane.

POWODZENIA!

I pamiętajcie: *przede wszystkim czujność.*

BOMBA GROŹNA WIELCE



$$(((p \vee q) \wedge r) \rightarrow p) \rightarrow ((q \vee r) \rightarrow (p \wedge q))$$

$$p=1$$

$$q=1$$

$$r=0$$

BOMBA JESZCZE GOROŹNIEJSZA

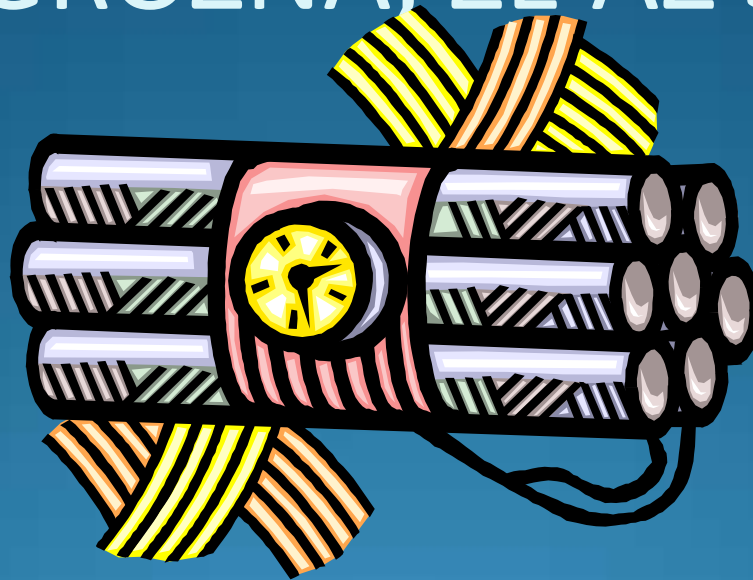


$$((p \vee q) \equiv (r \wedge s)) \rightarrow ((s \wedge r) \rightarrow \neg p)$$

$$p=1; q=1$$

$$r=1; s=1$$

BOMBA GROŹNA, ŹE AŹ STRACH

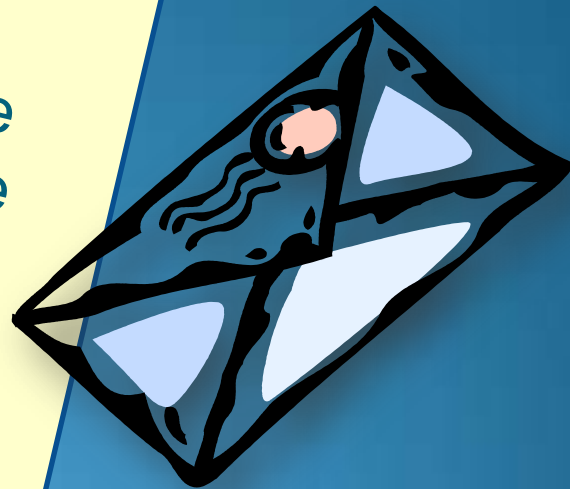


$$((p \vee q) \rightarrow (p \wedge r)) \equiv (p \wedge r)$$

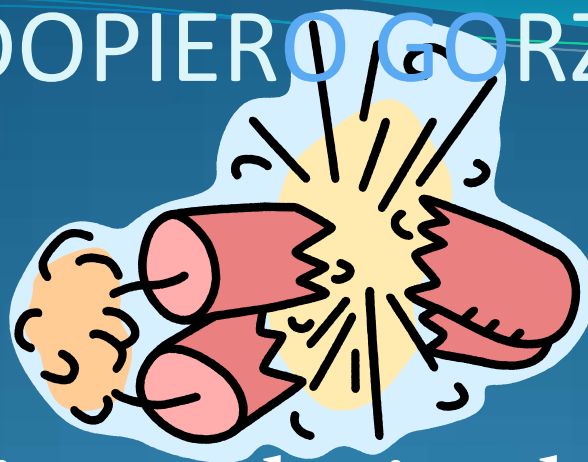
$$p=0; q=0; r=0$$

nieźle sobie radzicie
jednak najgroźniejsze
dopiero przed wami
na ostatnich bombach są
zapisane zdania
musicie przetłumaczyć je
na nasz szyfr a następnie
określić ich wartość
logiczną
to ona rozbraja bombę
wartości poszczególnych
zdań podaliśmy w
nawiasach

PRL



TERAZ TO DOPIERO **O** GORŻNA BOMBA



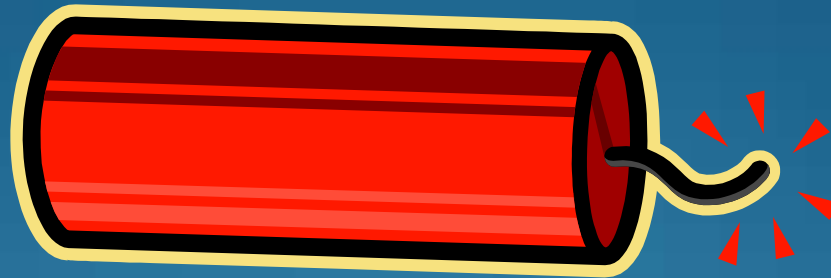
Skoro jest tak, że skoro dużo kradniemy (o), dużo kradniemy, to kradniemy dużo.

p – dużo kradniemy

$$(p \rightarrow p) \rightarrow p$$

Wartość logiczna: **o**

NADAL GROŹNA BOBMA



Skoro nasz szef jest wspaniały (o) albo jego zastępca jest idiotą (i), to nie może być tak, że równocześnie nasz szef jest wspaniały i jego zastępca nie jest idiotą.

p – nasz szef jest wspaniały

q – zastępca naszego szefa jest idiotą

$$(p \vee q) \rightarrow \neg(p \wedge \neg q)$$

Wartość logiczna: 1

NAPRAWDĘ GROŹNA BOMBA



Skoro jest tak, że policja usilnie stara się nas złapać(1) i równocześnie policjanci to podobno kompetentni ludzie (1), a jednak jak dotąd nas nie złapano (1), to zapewne, policja nie stara się tak usilnie jak twierdzi, albo poziom jej kompetencji jest niższy, niż się mówi.

p – policja usilnie stara się nas złapać

q – policjanci to podobno kompetentni ludzie

r – jak dotąd nas nie złapano

$$(p \wedge q) \wedge r \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

Wartość logiczna: 0

NA SAM KONIEC



Skoro jest tak, że członkowie naszego gangu lubią się wdawać w bójki (1) i równocześnie nie jest prawdą, że podczas bójek członkowie gangu używają siekier i toporów (0) lub że tylko sporadycznie ktoś ginie podczas tych bójek (1) to musi być tak, że wdawanie się w bójki jest jedną z ulubionych aktywności członków naszego gangu, podczas której nie używają oni podczas bójek siekier i toporów i równocześnie niestety nie jest tak, że tylko sporadycznie ktoś ginie podczas tych bójek.

p – członkowie naszego gangu lubią się wdawać w bójki

q – podczas bójek członkowie gangu używają siekier i toporów

r – tylko sporadycznie ktoś ginie podczas bójek

$$(p \wedge \neg(q \vee r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \wedge \neg r)$$

Wartość logiczna: 1