

Transgresje Matematyczne
Kraków, 15–18 czerwca 2014

TWÓRCZA ROLA PATOLOGII W MATEMATYCE

[ABSTRAKT]

JERZY POGONOWSKI

Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl
pogon@amu.edu.pl

W literaturze matematycznej spotykamy określenia pewnych obiektów jako *patologicznych*. Termin ten jest nacechowany pragmatycznie, jego użycia związane są z przekonaniem dotyczącym m.in.: *standardowości*, *normalności*, „*dobrego zachowania się*” rozważanych obiektów. Użycia te są też zrelatywizowane historycznie – obiekty niegdyś uważane za patologiczne bywają *oswajane*. Klasycznymi przykładami są m.in.: obiekty początkowo traktowane jako fikcyjne, których uznania wymaga jednak rozwój matematyki (np.: liczby ujemne oraz urojone), bądź obiekty specjalnie konstruowane (np.: zbiór Cantora, funkcje Peana, Hilberta, Minkowskiego, liczne konstrukcje w topologii ogólnej, itp.).

Twórczą rolę patologii w matematyce widzimy w tym, że proces ich osvajania stanowi motywację do rozwijania nowych teorii. Ponadto, patologie konstruowane specjalnie ukazują zasięg i ograniczenia stosowania odnośnych pojęć, konstrukcji, twierdzeń. W wielu przypadkach okazuje się, że standard i normalność stanowią mniejszość, a patologie są większością.

Oswajanie patologii polega m.in. na kreowaniu nowych intuicji matematycznych. Tworzone są one i stabilizowane np. w trakcie rozwiązywania *paradoksów*, polegającego po części na modyfikacji żywionych wprzód intuicyjnych przekonań, pod wpływem uzyskanych twierdzeń. Patologiczność odgrywa również rolę w odróżnianiu modeli zamierzonych teorii od modeli „niechcianych”.

W odczycie staramy się podać (siłą rzeczy, nieformalne) charakterystyki pojęć: *standard*, *wyjątek*, *kontrprzykład*, *niespodzianka*, *patologia*. Podajemy też kilka przykładów obiektów uważanych w swoim czasie za patologiczne, których oswojenie przyczyniło się do rozwoju wiedzy matematycznej. Powstrzymujemy się jednak od spekulacji wiążących uznawanie (w praktyce matematycznej) obiektów za patologiczne z deklaracjami faworyzowanymi przez poszczególne kierunki w filozofii matematyki.