

Egzamin ma formę pisemną. Należy spodziewać się pięciu pytań. Trzy będą dotyczyły umiejętności stosowania omawianych technik dowodowych. Dwa pozostałe pytania będą dotyczyły znajomości pojęć i twierdzeń przedstawionych na wykładzie oraz konwersatorium (powiedzmy: jedno pojęcie i jedno twierdzenie, albo dwa pojęcia, albo dwa twierdzenia w każdym z tych dwóch pytań).

## 1 Umiejętności dowodowe

1. Zbuduj drzewo składniowe podanej formuły.
2. Formułę podaną w notacji infiksowej (prefiksowej) przekształć na formułę w postaci prefiksowej (infiksowej)
3. Korzystając z Twierdzenia o Dedukcji (KRZ), udowodnij, że tezą KRZ jest podana formuła.
4. Zbuduj koniunkcyjną postać normalną podanej formuły.
5. Zbadaj, czy podany zbiór formuł języka logiki pierwszego rzędu jest tablicowo sprzeczny.
6. Zbadaj, czy podana formuła jest tezą systemu tablicowego.
7. Zbadaj, czy wniosek wynika tablicowo z przesłanek.
8. Ustal, czy podany zbiór formuł jest rezolucyjnie sprzeczny.
9. Ustal, czy podana formuła ma dowód rezolucyjny.
10. Pokaż, że podana reguła jest regułą wtórną systemu założeniowego (KRZ).
11. Pokaż w systemie założeniowym KRZ, że podany zbiór formuł jest sprzeczny.
12. Zbuduj dowód podanego sekwentu w systemie Gentzena (KRZ).

## 2 Znajomość pojęć i twierdzeń

1. Pełne drzewo dwójkowe. Udowodnij, że zbiór wszystkich jego gałęzi nie jest równoliczny ze zbiorem liczb naturalnych.
2. Lemat Königa: sformułowanie i dowód.
3. Zdaniowy zbiór Hintikki. Sformułowanie Lematu Hintikki.
4. Zdaniowa własność niesprzeczności. Sformułowanie Twierdzenia o Istnieniu Modelu.
5. Sformułowanie Twierdzenia o Zwartości.
6. Definicja ogólnej operacji konsekwencji (w sensie Tarskiego).
7. Definicja algebry Boole'a.
8. Sformułowanie Twierdzenia o Dedukcji.
9. Definicje: koniunkcyjna postać normalna, alternatywna postać normalna.
10. Model Herbranda dla logiki pierwszego rzędu.
11. Zbiór Hintikki pierwszego rzędu. Sformułowanie Lematu Hintikki dla logiki pierwszego rzędu.
12. Własność niesprzeczności pierwszego rzędu. Sformułowanie Twierdzenia o Istnieniu Modelu w logice pierwszego rzędu.
13. Reguła rezolucji (KRZ).
14. Reguły opuszczania stałych logicznych w systemie założeniowym (KRZ).
15. Reguła cięcia w systemie Gentzena dla KRZ.
16. Podaj definicję zbioru funkcji pierwotnie rekurencyjnych.
17. Jak definiujemy funkcje przez minimum efektywne?
18. Definicja zbiorów rekurencyjnie przeliczalnych.
19. Aksjomaty pozalogiczne arytmetyki Peana.
20. Definicje: relacje słabo i mocno reprezentowalne w PA, funkcje reprezentowalne w PA.

21. Sformułowanie twierdzenia o reprezentowalności w PA.
22. Definicje: teoria rekurencyjnie aksjomatyzowalna, zupełna, rozstrzygalna,  $\omega$ -niesprzeczna.
23. Sformułowanie I Twierdzenia Gödla (o niezupełności PA).
24. Sformułowanie II Twierdzenia Gödla (o niedowodliwości niesprzeczności PA w PA).
25. Sformułowanie Lematu Przekątniowego.
26. Sformułowanie Twierdzenia Tarskiego (o niedefiniowalności predykatu prawdy arytmetycznej w PA).
27. Sformułowanie Twierdzenia Löba.
28. Sformułowanie Twierdzenia Churcha.

Jerzy Pogonowski  
Zakład Logiki i Kognitywistyki UAM  
<http://logic.amu.edu.pl/index.php/Mdtiar>  
pogon@amu.edu.pl