5. Rachunek predykatów z identycznością

5.1. Definicje

Predykat identyczności traktowany jest w omawianej metodzie jako stała logiczna. Do podanych poprzednio reguł opuszczania stałych logicznych dodajemy reguły specyficzne dla predykatu identyczności. Reguły te biorą pod uwagę własności, które — wedle ujęcia leibnizjańskiego — przypisujemy relacji identyczności. Jest mianowicie identyczność relacją równoważności, czyli jest zwrotna, symetryczna oraz przechodnia. Nadto, przedmioty identyczne są nieodróżnialne, ani przez żadną własność, ani poprzez pozostawanie w zależnościach z innymi przedmiotami.

Zanim powyższe intuicyjne sformułowania podamy w ujęciu precyzyjnym, zauważmy jeszcze, że bez relacji identyczności praktycznie niewyobrażalne jest uprawianie większości dyscyplin matematycznych — współczesne rozumienie pojęcia ***funkcji***, jednego z najistotniejszych pojęć matematycznych, wykorzystuje relację identyczności.

Dla ***predykatu*** identyczności tradycyjnie używanym symbolem jest $=$ i tradycja ta zostanie w niniejszym skrypcie uszanowana. To, że ***relację*** identyczności oznaczamy tym samym symbolem, nie powinno prowadzić do nieporozumień — z kontekstu zawsze będzie jasno wynikać, czy odnosimy się do predykatu (język), czy do relacji (odniesienie przedmiotowe języka, interpretacje). Tak więc, identyczność termów t_1 oraz t_2 zapisywać będziemy formułą: $t_1 = t_2$. Formułę $\neg t_1 = t_2$ będziemy (także zgodnie z tradycją), zapisywać też czasem w postaci $t_1 \neq t_2$. W tym podrozdziale termami będą jedynie zmienne i stałe indywiduowe (nie będziemy zatem rozważać termów złożonych).

Przyjmijmy dla uproszczenia, że ograniczamy się do języka KRP z predykatami jedno- oraz dwuargumentowymi. Warunki nakładane na predykat identyczności są następujące:

$$\forall x\, x = x$$
$$\forall x \forall y\, (x = y \rightarrow y = x)$$
$$\forall x \forall y \forall z\, (x = y \wedge y = z \rightarrow x = z)$$
$$\forall x \forall y\, (Px \wedge x = y \rightarrow Py)$$
$$\forall x \forall y \forall z\, (xQy \wedge x = z \rightarrow zQy)$$
$$\forall x \forall y \forall z\, (xQy \wedge y = z \rightarrow xQz)$$

dla dowolnych predykatów jednoargumentowych P oraz dwuargumentowych Q.

Rozumiemy przez to, że w każdej interpretacji denotacja predykatu $=$ warunki powyższe spełnia. (Takie interpretacje zwykło nazywać się *normalnymi.*)

Reguły dotyczące predykatu identyczności w metodzie drzew semantycznych można sprowadzić np. do następujących dwóch:[1]

- Jeśli t_1 oraz t_2 są dowolnymi termami, A zawiera jakieś wystąpienia termu t_1, to gałąź drzewa zawierającą formuły A oraz $t_1 = t_2$ przedłużamy dodając formułę $A(t_2//t_1)$:

  $R_{12}(=)$

  $$\begin{array}{c} A \\ | \\ t_1 = t_2 \\ | \\ A(t_2//t_1) \end{array}$$

  gdzie $A(t_2//t_1)$ jest formułą powstającą z A poprzez zastąpienie pewnych wystąpień termu t_1 wystąpieniami termu t_2.

- Jeśli t_1 oraz t_2 są dowolnymi termami, A zawiera jakieś wystąpienia termu t_1, to gałąź drzewa zawierającą formuły A oraz $t_2 = t_1$ przedłużamy dodając formułę $A(t_2//t_1)$:

[1] Poszczególne podręczniki stosują różne sformułowania reguł dla predykatu identyczności w tej metodzie (a w konsekwencji, także różne sformułowania warunków zamykania gałęzi w drzewach semantycznych).

$R_{21}(=)$

$$\begin{array}{c} A \\ | \\ t_2 = t_1 \\ | \\ A(t_2//t_1) \end{array}$$

gdzie $A(t_2//t_1)$ jest formułą powstającą z A poprzez zastąpienie pewnych wystąpień termu t_1 wystąpieniami termu t_2.

Umowa notacyjna. Zastosowanie reguły $R_{ij}(=)$ w kroku $^{n.}$ do formuły o numerze (m) z wykorzystaniem identyczności termów t_1 oraz t_2 wyrażonej w formule o numerze (k) zaznaczać będziemy umieszczonym z prawej strony formuły o numerze (m) komentarzem: $^{n.k,t_2//t_1}$.

Regułę zamykania gałęzi w KRP z identycznością rozszerzamy w sposób następujący: gałąź uznajemy za ***zamkniętą***, jeśli występuje na niej para formuł postaci A, $\neg A$ bądź formuła postaci $\neg t = t$, gdzie t jest dowolnym termem.

W najprostszym przypadku (gdy język nie zawiera symboli funkcyjnych) owo zastępowanie termów polega na zastępowaniu wystąpień jednej stałej indywiduowej wystąpieniami innej stałej indywiduowej.[2]

5.2. Przykłady

Przejdźmy do prezentacji przykładów ilustrujących działanie metody w KRP z predykatem identyczności. Będą one dotyczyły takich samych zagadnień, jak rozpatrywane w podrozdziałach III.2.–III.4.: semantycznej niesprzeczności, tautologiczności oraz wynikania logicznego.

PRZYKŁAD III.5.1: OPATRZNOŚĆ BOŻA A SKARB PAŃSTWA

Spójrzmy na regułę wnioskowania, w której występują predykaty dwuargumentowe P i Q oraz stałe indywiduowe a, b i c:

$$\begin{array}{c} \forall x\ (aPx \rightarrow b = x) \\ aQc \\ b \neq c \\ \hline \neg aPc \end{array}$$

Pokażemy, że jest to reguła niezawodna, tj. że wniosek wynika logicznie z przesłanek. W tym celu wykluczyć musimy możliwość, aby przesłanki reguły były w jakiejś interpretacji prawdziwe, a jej wniosek w tejże interpretacji fałszywy. A takie wykluczenie, jak pamiętamy, sprowadza się do pokazania, że przesłanki reguły oraz zaprzeczenie jej wniosku nie są jednocześnie prawdziwe w żadnej interpretacji.

Drzewo semantyczne, w którego pniu umieszczamy przesłanki reguły oraz zaprzeczenie jej wniosku ma postać następującą:

[2] Ten fragment notatek (tj. cały rozdział III skryptu) przeznaczony jest przede wszystkim dla Humanistek. Jak się ***wydaje***, rozpatrywanie tak uproszczonego fragmentu języka KRP nie jest dydaktycznie naganne. Uwzględnienie symboli funkcyjnych, a co za tym idzie, także termów złożonych jest niezbędne, gdy o rozważanej metodzie mówimy studentkom i studentom matematyki lub informatyki. Problematyka związana z algorytmami *uzgadniania* (*unification algorithms*) to jeden z najważniejszych aspektów aplikacyjnych współczesnej logiki matematycznej. O problematyce tej, w kontekście omawianej w skrypcie metody, piszemy szerzej w rozdziałach IV oraz V.

$$
\begin{array}{c}
(0.1)\ \ \forall x\,(aPx \rightarrow b = x)\ \ ^{2.\star c} \\
| \\
(0.2)\ \ aQc \\
| \\
(0.3)\ \ b \neq c \\
| \\
(0.4)\ \ \neg\neg aPc\ \ ^{1.\neg\neg} \\
| \\
(1)\ \ aPc \\
| \\
(2)\ \ aPc \rightarrow b = c\ \ ^{3.\rightarrow} \\
\swarrow \qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
(3_l)\ \ \neg aPc & \qquad (3_p)\ \ b = c \\
| & | \\
\times_{1,3_l} & \times_{0.3,3_p}
\end{array}
\end{array}
$$

Wszystkie gałęzie tego drzewa są zamknięte, a więc wniosek reguły wynika logicznie z jej przesłanek. Zauważmy ponadto, że:

- do zamknięcia wszystkich gałęzi drzewa wystarczyło rozwinąć pierwszą przesłankę reguły jedynie względem stałej indywiduowej c; stosowanie $R(\forall)$ względem a oraz b jest w tym celu zbyteczne;
- przesłanka druga nie była wykorzystywana dla zamknięcia gałęzi drzewa; zatem wniosek reguły wynika logicznie z samych tylko przesłanek: pierwszej i trzeciej;
- gałąź prawą zamykamy wykorzystując fakt, że znajduje się na niej formuła o numerze (3_p) oraz trzecia z formuł umieszczona w pniu drzewa (które są wzajem sprzeczne); przypominamy o umowie notacyjnej z podrozdziału III.1., nakazującej nadawać wprowadzanym do pnia drzewa formułom stosowne numery;
- nie wykorzystywaliśmy reguł odnoszących się do predykatu identyczności (nie było takiej potrzeby); niniejszy przykład miał służyć jedynie oswajaniu się z identycznością;
- wykonanie kroku $^{1.\neg\neg}$ jest redundantne (dla zamykania gałęzi drzewa) — formuły o numerach (0.4) oraz (3_l) są wzajemnie sprzeczne.

Czy z niezawodności powyższej reguły ktokolwiek mógłby mieć jakikolwiek pożytek? Oczywiście. Pamiętajmy jednak, że ***pożytek*** jest pojęciem pozalogicznym i to, co pożyteczne dla jednych, może być (i często bywa) nie całkiem pożyteczne dla innych (wspomnijmy np. plagi egipskie lub znane z przypowieści eksperymenty hydroinżynieryjne z wodami Morza Czerwonego). A teraz, jak zwykle, coś dla Humanistek: jedna z (nieskończenie wielu!) możliwych interpretacji rozważanych predykatów i stałych. Niech np.:

xPy będzie interpretowane jako *x jest odpowiedzialny przed y*;

xQy będzie interpretowane jako *x jest na utrzymaniu y*;

stałe indywiduowe a, b oraz c denotują, odpowiednio, *Pana Prezydenta RP*, *Boga* (np. Boga wszystkich chrześcijan) oraz *Skarb Państwa* (Rzeczpospolitej Polskiej).

Wtedy przeprowadzone wedle powyższej reguły następujące wnioskowanie jest dedukcyjne:

Pan Prezydent jest odpowiedzialny jedynie przed Bogiem.

Pan Prezydent pozostaje na utrzymaniu Skarbu Państwa.

Skarb Państwa z Bogiem tożsamy nie jest.

A zatem Pan Prezydent przed Skarbem Państwa nie jest odpowiedzialny.

Zaniepokojonych podatników spróbujmy pocieszyć (czyżby?): ponieważ druga przesłanka nie była wykorzystywana w zamykaniu gałęzi drzewa, więc można ją zastąpić np. formułą aQb, a wynikanie logiczne i tak będzie zachodzić. (Choć w rozważanej dla Humanistek interpretacji zmieni się sponsor Pana Prezydenta.)

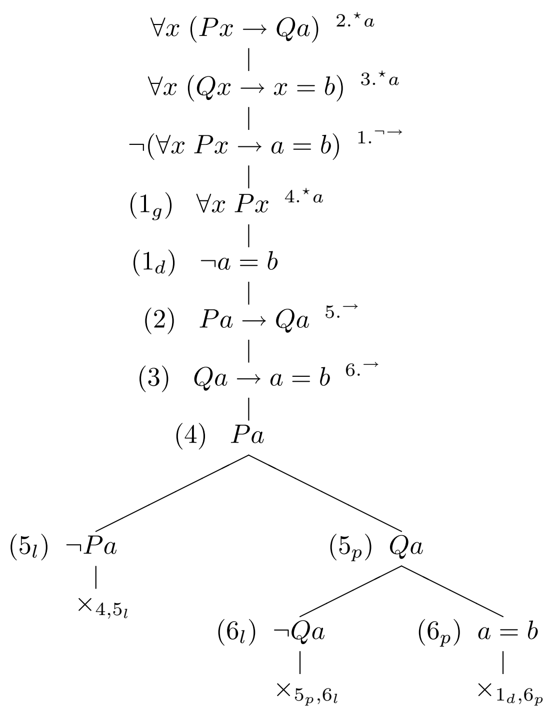
Można ją też, z tym samym skutkiem, opuścić. I tak chyba będzie najlepiej; gdy chodzi o odpowiedzialność Pana Prezydenta przed Bogiem, pieniądze nie grają żadnej roli.

Przykład III.5.2: Mała MasochiHumanistka

Pokażemy, że również poniższa reguła wnioskowania jest niezawodna:

$$\frac{\begin{array}{c}\forall x\,(Px \rightarrow Qa)\\ \forall x\,(Qx \rightarrow x = b)\end{array}}{\forall x\, Px \rightarrow a = b}$$

Także w tym przypadku nie potrzeba stosować reguł dotyczących predykatu identyczności; jest to więc dalszy ciąg ostrożnego oswajania się z identycznością. Oto drzewo:



Wszystkie gałęzie drzewa są zamknięte, więc badana reguła jest niezawodna, wniosek wynika logicznie z przesłanek.

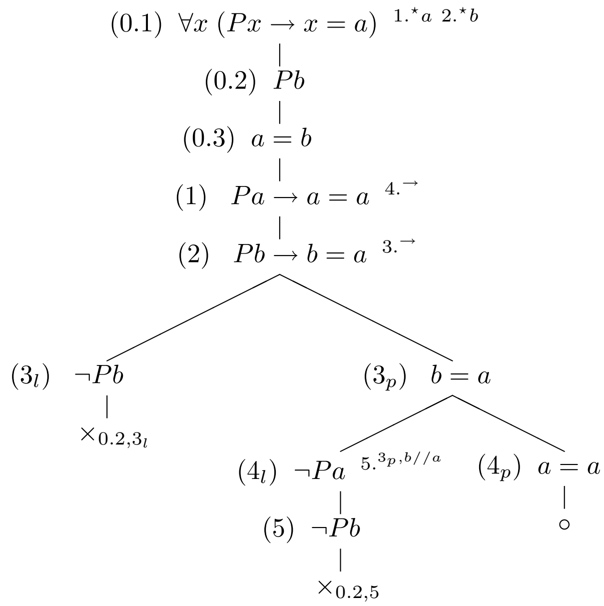
Te z naszych Czytelniczek, które są MasochiHumanistkami, uprzejmie zapraszamy do cierpliwego przeszukania jak największej liczby możliwych interpretacji predykatów i stałych występujących w powyższej regule. W przypadku, gdyby komuś udało się znaleźć interpretację, w której przesłanki reguły będą prawdziwe, a jej wniosek fałszywy, zwracamy pieniądze za zakupienie tego skryptu.

Przykład III.5.3.: Pseudonimy

Pokażemy, że następujące formuły tworzą zbiór semantycznie niesprzeczny:

$$\begin{array}{c}\forall x\,(Px \rightarrow x = a)\\ Pb\\ a = b\end{array}$$

Przypuszczamy zatem, że podane wyżej formuły są prawdziwe w co najmniej jednej interpretacji. Przypuszczenie to zostanie potwierdzone, o ile drzewo semantyczne, w którego pniu umieszczamy te formuły będzie miało co najmniej jedną gałąź otwartą. Budujemy drzewo:



Drzewo ma jedną gałąź otwartą i do żadnej z formuł na tej gałęzi nie można już zastosować żadnych reguł. Zatem rozpatrywany zbiór formuł jest semantycznie niesprzeczny. Interpretacjami, w których wszystkie rozważane formuły są prawdziwe są te interpretacje, w których stałe indywiduowe a oraz b denotują ten sam obiekt, należący ponadto do denotacji predykatu P. Co więcej, denotacja predykatu P ma najwyżej jeden element.

Reguła związana z predykatem identyczności została tu zastosowana w kroku 5 do formuły o numerze (4_l); wykorzystano mianowicie identyczność wyrażoną w formule atomowej o numerze (3_p) dokonując podstawienia stałej indywiduowej b za stałą indywiduową a.

Zachęcamy Czytelniczki do ubrania w elegancką szatę słowną interpretacji predykatu P oraz stałych indywiduowych a i b tak, aby rozważane trzy formuły były prawdziwe. Może np. coś o szpiegach, ukrywających się pod zabawnymi pseudonimami? Powiedzmy, szpieg o ps. *Wazelin*, pełniący jednocześnie jedną z najwyższych, jednoosobowo obsadzanych funkcji państwowych, a więc będący także denotacją stosownej innej stałej...

Przykład III.5.4.: To, co Tygrysy lubią najbardziej

Jest cała grupa niezmiernie sympatycznych zadań dotyczących własności relacji dwuargumentowych, które to zadania znakomicie nadaja się na urozmaicenie każdego sprawdzianu, kolokwium zaliczeniowego bądź nawet egzaminu końcowego z logiki. Mają one jedną z podanych niżej postaci, z niewyczerpanej listy możliwości:

- Czy każda relacja mająca własność Φ jest zawarta w każdej relacji mającej własność Ψ?
- Czy każda relacja mająca własność Φ jest zawarta w pewnej relacji mającej własność Ψ?
- Czy każda relacja mająca własność Φ jest rozłączna z każdą relacją mającą własność Ψ?
- Czy każda relacja mająca własność Φ jest rozłączna z pewną relacją mającą własność Ψ?
- Czy każda relacja mająca własność Φ ma też własność Ψ?
- Czy każda relacja nie mająca własności Φ ma własność Ψ?
- itp.

gdzie Φ oraz Ψ są jakimiś ze zwykle rozważanych własności relacji, typu: zwrotność, symetryczność, asymetryczność, spójność, antysymetryczność, przechodniość, itd. lub połączeniami tych własności (np. częściowe lub liniowe porządki, równoważności, podobieństwa lub opozycje, relacje serialne, itp.). Czyż trzeba dodawać, że są to ulubione zestawy egzaminacyjne? W rozdziale VI, zawierającym zadania, podajemy szereg przykładów tego typu. Tu ograniczmy się do rozwiązania jednego takiego zagadnienia. Ponieważ rozpatrujemy właśnie rachunek predykatów z identycznością, więc zwrócimy uwagę na te własności relacji, w których sformułowaniu predykat ten występuje. Jedną z takich własności jest np. antysymetryczność. Pokażemy, że każda relacja, która jest jednocześnie symetryczna oraz antysymetryczna jest zawarta w relacji identyczności. W tym celu wystarczy pokazać, że następująca reguła wnioskowania jest niezawodna:

$$\frac{\begin{array}{c}\forall x \forall y\ (xPy \rightarrow yPx) \\ \forall x \forall y\ (xPy \wedge yPx \rightarrow x = y)\end{array}}{\forall x \forall y\ (xPy \rightarrow x = y)}$$

Budujemy drzewo semantyczne, w którego pniu umieszczamy przesłanki oraz zaprzeczenie wniosku badanej reguły:

$\forall x \forall y\ (xPy \rightarrow yPx)$ $^{4.\star a}$

$\forall x \forall y\ (xPy \wedge yPx \rightarrow x = y)$ $^{6.\star a}$

$\neg \forall x \forall y\ (xPy \rightarrow x = y)$ $^{1.\checkmark a}$

(1) $\neg \forall y\ (aPy \rightarrow a = y)$ $^{2.\checkmark b}$

(2) $\neg (aPb \rightarrow a = b)$ $^{3.\neg\rightarrow}$

(3_g) aPb

(3_d) $a \neq b$

(4) $\forall y\ (aPy \rightarrow yPa)$ $^{5.\star b}$

(5) $aPb \rightarrow bPa$ $^{8.\rightarrow}$

(6) $\forall y\ (aPy \wedge yPa \rightarrow a = y)$ $^{7.\star b}$

(7) $aPb \wedge bPa \rightarrow a = b$ $^{9.\rightarrow}$

(8_l) $\neg aPb$ — $\times_{3_g, 8_l}$ | (8_p) bPa

(9_l) $\neg(aPb \wedge bPa)$ $^{10.\neg\wedge}$ | (9_p) $a = b$ — $\times_{3_d, 9_p}$

(10_l) $\neg aPb$ — $\times_{3_g, 10_l}$ | (10_p) $\neg bPa$ — $\times_{8_p, 10_p}$

Wszystkie gałęzie drzewa są zamknięte, a więc pokazano, co miało zostać pokazane. Zauważmy, że nie było potrzeby stosowania reguł specyficznych dla predykatu identyczności. Ćwiczenie: które z możliwych do wykonania kroków zostały pominięte?

Przykład III.5.5.: Wspomóż Greenpeace

Pokażemy, że następująca reguła wnioskowania jest niezawodna:

$$\frac{\begin{array}{c}\exists x \exists y\ ((Px \wedge Py) \wedge (xQy \vee yQx)) \\ \forall x\ (Px \rightarrow \neg xQx)\end{array}}{\exists x \exists y\ (\neg x = y \wedge (Px \wedge Py))}$$

Budujemy drzewo, w którego pniu umieszczamy przesłanki reguły oraz zaprzeczenie jej wniosku:

$$\exists x \exists y\ ((Px \wedge Py) \wedge (xQy \vee yQx))\ ^{1.\checkmark a}$$

$$\forall x\ (Px \rightarrow \neg xQx)\ ^{9.\star a}$$

$$\neg \exists x \exists y\ (\neg x = y \wedge (Px \wedge Py))\ ^{5.\star a}$$

$$(1)\quad \exists y\ ((Pa \wedge Py) \wedge (aQy \vee yQa))\ ^{2.\checkmark b}$$

$$(2)\quad ((Pa \wedge Pb) \wedge (aQb \vee bQa))\ ^{3.\wedge}$$

$$(3_g)\quad Pa \wedge Pb\ ^{4.\wedge}$$

$$(3_d)\quad aQb \vee bQa\ ^{11.\vee}$$

$$(4_g)\quad Pa$$

$$(4_d)\quad Pb$$

$$(5)\quad \neg \exists y\ (\neg a = y \wedge (Pa \wedge Py))\ ^{6.\star b}$$

$$(6)\quad \neg(\neg a = b \wedge (Pa \wedge Pb))\ ^{7.\neg\wedge}$$

Lewa gałąź:

$$(7_l)\quad \neg\neg a = b\ ^{8.\neg\neg}$$

$$(8)\quad a = b$$

$$(9)\quad Pa \rightarrow \neg aQa\ ^{10.\rightarrow}$$

$$(10_l)\quad \neg Pa \qquad \times_{4_g,10_l}$$

$$(10_p)\quad \neg aQa$$

$$(11_l)\quad aQb\ ^{12.8,a//b} \qquad (11_p)\quad bQa\ ^{13.8,a//b}$$

$$(12)\quad aQa \qquad (13)\quad aQa$$

$$\times_{10_p,12} \qquad \times_{10_p,13}$$

Prawa gałąź:

$$(7_p)\quad \neg(Pa \wedge Pb)$$

$$\times_{3_g,7_p}$$

Wszystkie gałęzie drzewa są zamknięte, a więc wniosek reguły wynika logicznie z jej przesłanek. Nie istnieje interpretacja, w której wszystkie przesłanki byłyby prawdziwe, a wniosek fałszywy — badana reguła wnioskowania jest niezawodna.

Reguły dotyczące predykatu identyczności były tu stosowane w krokach 12 oraz 13. Warto może zauważyć, że nie wszystkie możliwe użycia reguł opuszczania stałych logicznych zostały użyte — niech ćwiczeniem dla Czytelniczek będzie wskazanie, jakie mianowicie kroki (jako zbędne w procesie zamykania gałęzi drzewa) zostały pominięte.

Co „mówi" wniosek tej reguły? Stwierdza mianowicie, że istnieją **co najmniej** dwa indywidua mające własność wyznaczoną przez predykat P. Predykat identyczności umożliwia zdefiniowanie całego szeregu *kwantyfikatorów numerycznych*, stwierdzających np. istnienie: dokładnie jednego, co najwyżej trzech, co najmniej siedmiu, itp. obiektów. „Zwykły" kwantyfikator egzystencjalny wyraża, zgodnie z przyjętą konwencją semantyczną, istnienie *co najmniej jednego* obiektu. Liczne zadania poświęcone kwantyfikatorom numerycznym znajdą Czytelniczki w rozdziale VI.

Przykład powyższy zaczerpnięto z książki Hodgesa *Logic*, Penguin Books, 1991, str. 235. W oryginale chodziło o ustalenie, czy następujące wnioskowanie jest dedukcyjne:

> *Not all the chimpanzees are trying equally hard. No chimpanzee is trying harder than himself.* Therefore *there are at least two chimpanzees.*

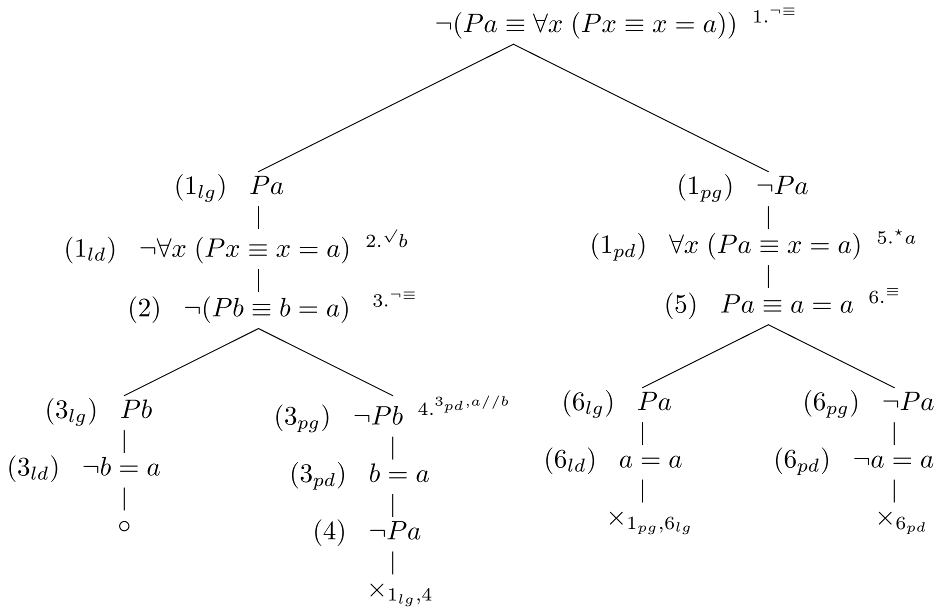
Jak łatwo się domyślić, mowa tu o interpretacji, w której Px jest interpretowane jako x *is a chimpanzee*, zaś xQy jest interpretowane jako x *is trying harder than* y. Biedne zwierzaki. Czytelniczki zechcą (jeśli napadnie je taka chętka) zinterpretować występujące w powyższej regule predykaty P oraz Q jeszcze jakoś inaczej, np. po Ludzku, Humanistycznie. Co powiecie np. o interpretacji: Px — x *rzewnie wspomina swoje członkostwo w szeregach Polskiej Zjednoczonej Partii Robotniczej*, xQy — x *jest bardziej pobożny od* y?

Przykład III.5.6.: Lustereczko, powiedz. . .

Pokażemy, że następująca formuła nie jest tautologią rachunku predykatów z identycznością:

$$Pa \equiv \forall x\,(Px \equiv x = a)$$

Budujemy drzewo semantyczne dla negacji tej formuły:



Drzewo ma jedną gałąź otwartą i do żadnej formuły na tej gałęzi nie można już zastosować żadnych reguł. Zatem formuła umieszczona w jego korzeniu jest prawdziwa w co najmniej jednej interpretacji. Stąd, rozważana na początku tego przykładu formuła jest w tejże interpretacji fałszywa, a więc jako fałszywa w co najmniej jednej interpretacji nie jest tautologią rachunku predykatów z identycznością. Zauważmy, że gałąź zawierającą formułę o numerze (6_{pd}) zamknięto na mocy przyjętej w tym podrozdziale konwencji. Nadto, reguła dotycząca predykatu identyczności zastosowana została w kroku $4.^{3_{pd},a//b}$. Zwracamy uwagę, że krok ten wykonujemy na otrzymanej w kroku $3.^{\neg\equiv}$ formule!

Z budowy tego drzewa widać, że implikacja:

$$\forall x\,(Px \equiv x = a) \rightarrow Pa$$

jest tautologią, natomiast implikacja:

$$Pa \rightarrow \forall x\,(Px \equiv x = a)$$

tautologią nie jest. Pytanie skierowane do tych z naszych wiernych Czytelniczek, które czytają teraz tekst ze skupieniem, nie fantazjując na tematy gromko przez Watykan potępiane, ani nie pozostają w półśnie: **dlaczego?** Raptownie obudzonym w tej chwili Czytelniczkom przypominamy, że wskazówka do odpowiedzi na to pytanie znajduje się w podrozdziale III.2.

Przeprosinami za pobudkę dla Humanistek sennych i rozmarzonych niech będzie następująca, *ad hoc* wymyślona interpretacja predykatu P oraz stałej indywiduowej a:

Px interpretujemy jako x *jest warta grzechu*;

stała indywiduowa a denotuje... no tak, jest tu pewien problem natury estetycznej; ale niech będzie — z gustami się nie dyskutuje — niech a denotuje *Miss Podkarpacia 2000*.

W tej interpretacji implikacja:

$$Pa \rightarrow \forall x\ (Px \equiv x = a)$$

odczytana może być np. tak:

Jeśli Miss Podkarpacia 2000 jest warta grzechu, to dokładnie tylko ona jest warta grzechu.

Służymy **licznymi** przykładami ukazującymi, iż następnik tej implikacji jest fałszywy, choć jej poprzednik pozostaje (!) prawdziwy.[3] Wierzymy zresztą, że każda z naszych uroczych Czytelniczek, od Tatr do Bałtyku i od *Freundschaftsgrenze* na Odrze do granic wschodnich chwilowo zjednoczonej Europy, sama gotowa jest, z pomocą zwykłego lustereczka, przekonać się o powyższym.

* * *

Igram z myślą o przyłączeniu do tego podrozdziału krótkiego, propedeutycznie sformułowanego tekstu dotyczącego metody drzew semantycznych dla KRP, w którego języku występują symbole funkcyjne (a więc także termy złożone). Ale na razie życzę wszystkim:

Wspaniałych Wakacji!!!

Jerzy Pogonowski
Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl

[3] Powtórzmy, *modulo* gusta. Być może, w wydaniach tego skryptu za, powiedzmy, 15 lub 115 lat palonych na grobie piszącego te słowa życzliwy wydawca uaktualni wybór denotacji dla tej stałej. Moich prochów to już nie ucieszy, ale nic-to. Ciekawym problemem pozalogicznym jest, czy kogokolwiek wtedy będzie się jeszcze uczyć logiki. Czyje będzie Podkarpacie nie jest — dla mnie — tak ciekawe. Daję wiarę Księdzu Profesorowi Józefowi Tischnerowi, który w jednym ze swych felietonów pisze: *A Bartek Koszarek z Bukowiny, co na Gęsiej Syi był i sytkiego wysłuchoł, jakimsi takim wirem porwany, wstoł na nogi, przeciągnón sie, coby kościska wyprościć, i zawnioskowoł: „Świat jest boski, a dziewczęta nase." I poseł dołu na Małe Ciche.*