Logika Matematyczna I JiNoI 14 stycznia 2015

Imię i nazwisko: .... PINGWINY BOJOWE

1. Pokaż, że jest tezą systemu założeniowego KRZ: $((p \wedge q) \to r) \to ((p \wedge \neg r) \to \neg q)$.

Rozwiązanie. Budujemy dowód założeniowy nie wprost:

1.	$(p \wedge q) \to r$	założenie
2.	$p \wedge \neg r$	założenie
3.	$\neg\neg q$	z.d.n.
4.	q	ON: 3
5.	p	OK: 2
6.	$\neg r$	OK: 2
7.	$p \wedge q$	DK: 5,4
8.	r	RO: 1,7
9.	$\perp$	sprzeczność: 6,8.

Uzyskanie sprzeczności kończy dowód nie wprost podanej formuły.

2. Pokaż, że jest regułą wtórną systemu założeniowego KRZ: $\frac{(p \wedge \neg r) \to \neg q,\ p \wedge q}{r}$.

Rozwiązanie. Trzeba pokazać, że z przesłanek $(p \wedge \neg r) \to \neg q$ oraz $p \wedge q$ można wyprowadzić wniosek r. Budujemy dowód nie wprost:

1.	$(p \wedge \neg r) \to \neg q$	założenie
2.	$p \wedge q$	założenie
3.	$\neg r$	z.d.n.
4.	p	OK: 2
5.	$p \wedge \neg r$	DK: 4,3
6.	$\neg q$	RO: 1,5
7.	q	OK: 2
8.	$\perp$	sprzeczność: 6,7.

Uzyskanie sprzeczności kończy dowód nie wprost. Badana reguła jest zatem wyprowadzalna.

3. Pokaż, że jest zbiorem sprzecznym: $\{ p \to q,\ r \to s,\ \neg q \vee r,\ p \wedge \neg s \}$.

Rozwiązanie. Trzeba pokazać, że z powyższych formuł wyprowadzić można parę formuł wzajem sprzecznych. Oto przykładowy dowód:

1.	$p \to q$	założenie
2.	$r \to s$	założenie
3.	$\neg q \vee r$	założenie
4.	$p \wedge \neg s$	założenie
5.	p	OK: 4
6.	q	RO: 1,5
7.	$\neg s$	OK: 4
8.	$\neg r$	MT: 2,7
9.	$\neg q$	OA: 3,8
10.	$\perp$	sprzeczność: 6, 9.

Logika Matematyczna I JiNoI 14 stycznia 2015

Imię i nazwisko: .... KANGURY SZTURMOWE

1. Pokaż, że jest tezą systemu założeniowego KRZ: $((p \wedge \neg r) \to \neg q) \to ((p \wedge q) \to r)$.

Rozwiązanie. Budujemy dowód założeniowy nie wprost:

1.	$(p \wedge \neg r) \to \neg q$	założenie
2.	$p \wedge q$	założenie
3.	$\neg r$	z.d.n.
4.	p	OK: 2
5.	$p \wedge \neg r$	DK: 4,3
6.	$\neg q$	RO: 1,5
7.	q	OK: 2
8.	$\bot$	sprzeczność: 6,7.

Uzyskanie sprzeczności kończy dowód nie wprost podanej formuły.

2. Pokaż, że jest regułą wtórną systemu założeniowego KRZ: $\frac{(p \wedge q) \to r,\ p \wedge \neg r}{\neg q}$.

Rozwiązanie. Trzeba pokazać, że z przesłanek $(p \wedge q) \to r$ oraz $p \wedge \neg r$ można wyprowadzić wniosek $\neg q$. Budujemy dowód nie wprost:

1.	$(p \wedge q) \to r$	założenie
2.	$p \wedge \neg r$	założenie
3.	$\neg\neg q$	z.d.n.
4.	q	ON: 3
5.	p	OK: 2
6.	$\neg r$	OK: 2
7.	$p \wedge q$	DK: 5,4
8.	r	RO: 1,7
9.	$\bot$	sprzeczność: 6,8.

Uzyskanie sprzeczności kończy dowód nie wprost. Badana reguła jest zatem wyprowadzalna.

3. Pokaż, że jest zbiorem sprzecznym: $\{\ \neg p \vee q,\ r \to s,\ q \to r,\ p \wedge \neg s\ \}$.

Rozwiązanie. Trzeba pokazać, że z powyższych formuł wyprowadzić można parę formuł wzajem sprzecznych. Oto przykładowy dowód:

1.	$\neg p \vee q$	założenie
2.	$r \to s$	założenie
3.	$q \to r$	założenie
4.	$p \wedge \neg s$	założenie
5.	$\neg s$	OK: 4
6.	$\neg r$	MT: 2,5
7.	p	OK: 4
8.	$\neg\neg p$	DN: 7
9.	q	OA: 1,8
10.	r	MP: 3,9
11.	$\bot$	sprzeczność: 6,10.