Metalogika

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki i Kognitywistyki UAM
pogon@amu.edu.pl

GQ a sylogistyka

Kwantyfikatory sylogistyki klasycznej

W prezentacji dotyczącej uogólnionych kwantyfikatorów pokazano, że kwantyfikatory z TKL są pod wieloma względami wyróżnione: np. są jedynymi kwantyfikatorami podwójnie monotonicznymi, jedynymi kwantyfikatorami o ustalonych zestawach własności (gdy kwantyfikator traktujemy jako relację między podzbiorami uniwersum).

Powstaje naturalne pytanie: czy aparatura pojęciowa związana z uogólnionymi kwantyfikatorami pozwala w prosty sposób charakteryzować rozumowania przeprowadzane w klasycznej sylogistyce?

- van Eijck, J. 1984. Generalized quantifiers and traditional logic. W: van Benthem, J., ter Meulen, A. (eds.) *Generalized quantifiers in natural language.* Foris Publications, Dordrecht, 1–19.

Trzy operacje

Zakładamy CONS, QUANT i EXT. W tych przypadkach, gdy kwantyfikatory definiowane są przez drzewa numeryczne zakładamy też FIN. Definiowanie przez drzewa numeryczne rozumiemy tu jako równoważność: $QAB \equiv R_Q(|A - B|, |A \cap B|)$ dla pewnej relacji R_Q określonej dla liczb. Dla kwantyfikatora Q (zdefiniowanego przez R_Q) określamy:

- $\tilde{Q}AB \equiv QA(A - B)$, ***co-quantifier***.
- $\hat{Q}AB \equiv \neg QAB$, ***opposite***.
- $\check{Q}AB \equiv \neg QA(A - B)$, ***dual***.

Trzy operacje

Mamy wtedy:

- $R_Q \equiv R(m,n)$
- $R_{\tilde{Q}}(m,n) \equiv R(n,m)$
- $R_{\hat{Q}}(m,n) \equiv \neg R(m,n)$
- $R_{\check{Q}}(m,n) \equiv \neg R(n,m)$.

Te trzy operacje tworzą (wraz z operacją identyczności) czteroelementową grupę Kleina.

Założeniu ***existential import*** odpowiada warunek:
EXIMP: $(QAB \vee \neg QAB) \equiv A \neq \emptyset$.

Niektóre prawa TKL

Przypomnijmy niektóre prawa TKL:

S_1	$\tilde{Q}AB \equiv \tilde{Q}BA$	konwersja prosta
S_2	$\check{Q}AB \equiv \check{Q}BA$	konwersja prosta
S_3	$QAB \Rightarrow Q(C-B)(C-A)$	konwersja przez kontrapozycję
S_4	$QAB \Rightarrow Q(C-B)(C-A)$	konwersja przez kontrapozycję
S_5	$\neg(QAB \wedge \tilde{Q}AB)$	wykluczanie
S_6	$\neg(\neg\check{Q}AB \wedge \neg\hat{Q}AB)$	dopełnianie
S_7	$QAB \Rightarrow \check{Q}AB$	implikacja
S_8	$\tilde{Q}AB \Rightarrow \hat{Q}AB$	implikacja
S_9	$QAB \Rightarrow \check{Q}BA$	konwersja *per accidens*
S_{10}	$\tilde{Q}AB \Rightarrow \hat{Q}BA$	konwersja *per accidens*.

W S_3: dla dowolnego C, w S_4: dla C takiego, że $A \subseteq C$.
Zauważmy, że S_2 implikuje S_1, ponieważ: $\check{Q}AB \equiv \neg\tilde{Q}AB$.

Niektóre prawa TKL

Warunek ***kosymetrii*** ma postać:
COSYM: $QA(A-B) \Rightarrow QB(B-A)$.
Warunek ten głosi zatem, że $\tilde{Q}$ jest symetryczny.

Q spełnia COSYM wtedy i tylko wtedy, gdy Q można wyrazić jako alternatywę (być może nieskończoną) zdań postaci: *dokładnie k elementów A nie jest elementami B*.

Warunek ***kontrapozycji*** (odpowiadający S_3) ma postać:
CONTRAPOS: $QAB \Rightarrow Q(C-B)(C-A)$.
Warunek CONTRAPOS implikuje warunek COSYM.

Q spełnia CONTRAPOS wtedy i tylko wtedy, gdy Q jest postaci *najwyżej k elementów A nie jest elementami B*.

Niektóre prawa TKL

Prawu S_7 odpowiada warunek:
SUBALT: $QAB \Rightarrow \neg QA(A - B)$.

Prawa S_5, S_6 i S_8 redukują się do S_7:

$$\begin{aligned}
&QAB \equiv \neg QA(A - B) \equiv \neg\tilde{Q}AB \\
&\neg\check{Q}AB \equiv QA(A - B) \equiv \neg QAB \equiv \hat{Q}AB \\
&\tilde{Q}AB \equiv \neg\check{Q}AB \Rightarrow \neg QAB \equiv \hat{Q}AB.
\end{aligned}$$

Przy założeniach $Q \neq \emptyset$, FIN oraz EXIMP jedynym kwantyfikatorem o własnościach COSYM i SUBALT jest **all**.

Niektóre prawa TKL

Prawu S_9 odpowiada warunek:
ACCIDENS: $QAB \Rightarrow QB(B - A)$.

S_{10} otrzymujemy z S_9 przez kontrapozycję oraz równoważności:
$\tilde{Q}AB \equiv \neg\check{Q}AB$ i $\hat{Q}BA \equiv \neg QBA$.

Warunek ACCIDENS implikuje SUBALT.
Warunki COSYM i SUBALT implikują ACCIDENS.

Przy założeniu EXIMP jedynymi kwantyfikatorami spełniającymi ACCIDENS i VARIETY są **no** oraz **all**.

Sylogistyka

Wszystkie poprawne tryby sylogistyczne otrzymać można z trybu ***Barbara*** poprzez użycie warunków CONSERV, COSYM oraz SUBALT.

Pamiętamy, że reguły „filologiczne" poprawności trybów sylogistycznych mówią (oprócz *jakości* oraz *ilości*) o ***rozłożeniu*** terminów („braniu terminów w całym zakresie"). To ostatnie pojęcie znajduje prostą eksplikację w warunkach ***monotoniczności*** dla kwantyfikatorów.

Powiemy, że Q ma własność **lewej dolnej prawie-monotoniczności**, gdy spełniony jest warunek:
$\downdownarrows$MON: $QAB \wedge A' \neq \emptyset \wedge A' \subseteq A \Rightarrow QA'B$.
Powiemy, że Q ma własność **lewej górnej prawie-monotoniczności**, gdy spełniony jest warunek:
$\upuparrows$MON: $QAB \wedge A \neq \emptyset \wedge A \subseteq A' \Rightarrow QA'B$.

Sylogistyka

Podobnie określamy warunki: MON$\downdownarrows$ oraz MON$\upuparrows$ oraz podwójnej prawie-monotoniczności: $\upuparrows$MON$\downdownarrows$, itd.

Kwantyfikatory TKL spełniają warunki podwójnej prawie-monotoniczności:

- *all* jest $\downdownarrows$MON$\upuparrows$
- *no* jest $\downdownarrows$MON$\downdownarrows$
- *some* jest $\upuparrows$MON$\upuparrows$
- *not all* jest $\upuparrows$MON$\downdownarrows$.

Sylogistyka

Przy pomocy tych pojęć można ***zdefiniować*** pojęcie rozłożenia terminów:

- A jest ***rozłożony w*** QAB wtedy i tylko wtedy, gdy Q jest $\downdownarrows$MON;
- B jest ***rozłożony w*** QAB wtedy i tylko wtedy, gdy Q jest MON$\downdownarrows$.

Przy takim rozumieniu rozłożenia terminów warunki poprawności trybów sylogistycznych zachowują swoją ważność.