Logika Matematyczna

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl
pogon@amu.edu.pl

Monadyczny KRP

Wprowadzenie

Monadyczny KRP to fragment KRP, w którym rozważamy jedynie predykaty jednoargumentowe.
Można w nim „mówić" o własnościach przedmiotów, a także o niektórych zależnościach między zakresami nazw.

Materiał ten powinien być częściowo znany z zajęć ze **Wstępu do Matematyki** z semestru zimowego.

Zaleca się podanie rozwiązań z użyciem metody tablic analitycznych dla wszystkich ćwiczeń podanych w tej prezentacji.

Czym są własności?

Predykaty jednoargumentowe denotują ***własności*** przedmiotów.

Nie jest nam potrzebne rozważanie statusu ontologicznego własności, wystarczy jedynie powyższa charakterystyka.

Jeśli sygnatura Σ zawiera jedynie predykaty jednoargumentowe, to KRP sygnatury Σ nazywamy **monadycznym** rachunkiem predykatów (sygnatury Σ).

Monadyczny rachunek predykatów jest ***rozstrzygalny***: istnieją efektywne (obliczalne) metody ustalania, czy dowolna formuła języka tego rachunku jest jego tautologią.

Niektóre tautologie monadycznego KRP

Niech P będzie dowolnym predykatem jednoargumentowym. Tautologiami monadycznego KRP są:

- $\neg\forall x\, P(x) \equiv \exists x\, \neg P(x)$.
- $\neg\exists x\, P(x) \equiv \forall x\, \neg P(x)$.
- $\forall x\, P(x) \equiv \neg\exists x\, \neg P(x)$.
- $\exists x\, P(x) \equiv \neg\forall x\, \neg P(x)$.

Prawa powyższe ukazują, że kwantyfikator generalny jest definiowalny w terminach kwantyfikatora egzystencjalnego (oraz negacji), a także *vice versa*.

Niektóre tautologie monadycznego KRP

Niech P oraz Q będą dowolnymi predykatami jednoargumentowymi. Tautologiami monadycznego KRP są:

- $\forall x\,(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall x\, P(x) \rightarrow \forall x\, Q(x))$.
- $\forall x\,(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\exists x\, P(x) \rightarrow \exists x\, Q(x))$.
- $\forall x\,(P(x) \wedge Q(x)) \equiv (\forall x\, P(x) \wedge \forall x\, Q(x))$.
- $\exists x\,(P(x) \vee Q(x)) \equiv (\exists x\, P(x) \vee \exists x\, Q(x))$.
- $(\forall x\, P(x) \vee \forall x\, Q(x)) \rightarrow \forall x\,(P(x) \vee Q(x))$.
- $\exists x\,(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\exists x\, P(x) \wedge \exists x\, Q(x))$.

Ćwiczenie. Dla każdej z powyższych implikacji pokaż, że implikacja do niej odwrotna **nie jest** tautologią monadycznego KRP.

Zdania kategoryczne

Niech S oraz P będą predykatami jednoargumentowymi. ***Zdaniami kategorycznymi*** są zdania jednej z czterech następujących postaci:

- $\forall x\,(S(x) \rightarrow P(x))$ *Wszystkie S są P*.
  Zdanie ogólno-twierdzące.
- $\neg\exists x\,(S(x) \wedge P(x))$ *Żadne S nie są P*.
  Zdanie ogólno-przeczące.
- $\exists x\,(S(x) \wedge P(x))$ *Pewne S są P*.
  Zdanie szczegółowo-twierdzące.
- $\neg\forall x\,(S(x) \rightarrow P(x))$ *Nie wszystkie S są P*.
  Zdanie szczegółowo-przeczące.

Ćwiczenie. Wykorzystując prawa monadycznego KRP pokaż, jakim zdaniom są (semantycznie) równoważne poszczególne zdania kategoryczne.

Tradycyjny kwadrat logiczny

Niektóre zależności logiczne między zdaniami kategorycznymi reprezentowane są w **Tradycyjnym Kwadracie Logicznym**:

$$
\begin{array}{ccccc}
\forall x\,(S(x) \rightarrow P(x)) & \longleftarrow & \text{wykluczanie} & \longrightarrow & \neg\exists x\,(S(x) \wedge P(x)) \\
 & \nwarrow & & \nearrow & \\
\downarrow & & \text{sprzeczność} & & \downarrow \\
 & \swarrow & & \searrow & \\
\exists x\,(S(x) \wedge P(x)) & \longleftarrow & \text{dopełnianie} & \longrightarrow & \neg\forall x\,(S(x) \rightarrow P(x))
\end{array}
$$

Tradycyjny kwadrat logiczny

Mówimy, że zdania α i β:

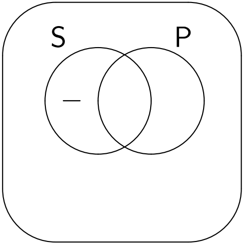
- ***wykluczają się***, gdy nie są oba prawdziwe
- ***dopełniają się***, gdy nie są oba fałszywe
- ***są wzajem sprzeczne***, gdy jedno z nich jest (semantycznie równoważne z) zaprzeczeniem drugiego.

Tak więc, w TKL (przy założeniu niepustości S):

- wykluczają się zdania: ogólno-twierdzące i ogólno-przeczące
- dopełniają się zdania: szczegółowo-twierdzące i szczegółowo-przeczące
- są wzajem sprzeczne zdania: ogólno-twierdzące i szczegółowo-przeczące
- są wzajem sprzeczne zdania: ogólno-przeczące i szczegółowo-twierdzące.

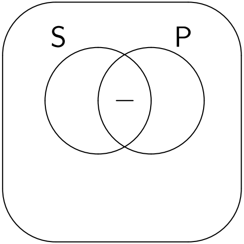
Diagramy Venna (dla dwóch zbiorów)

Warunki prawdziwości zdań kategorycznych reprezentować można na diagramach (znak „+” stawiamy w obszarze niepustym, a „–” w obszarze pustym):



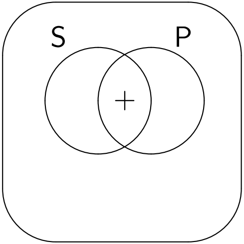
Warunek prawdziwości zdania ogólno-twierdzącego $\forall x\ (S(x) \rightarrow P(x))$.

Diagramy Venna (dla dwóch zbiorów)



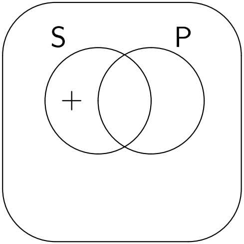
Warunek prawdziwości zdania ogólno-przeczącego $\neg\exists x\,(S(x) \wedge P(x))$.

Diagramy Venna (dla dwóch zbiorów)



Warunek prawdziwości zdania szczegółowo-twierdzącego $\exists x\,(S(x) \wedge P(x))$.

Diagramy Venna (dla dwóch zbiorów)



Warunek prawdziwości zdania szczegółowo-przeczącego $\neg\forall x\,(S(x) \rightarrow P(x))$.

Stosunki zakresowe

Predykaty jednoargumentowe są, z syntaktycznego punktu widzenia, ***nazwami ogólnymi***. Tradycyjnie wyróżnia się następujące ***stosunki zakresowe*** miedzy nazwami, czyli (niepustymi) predykatami jednoargumentowymi S i P:

- S jest ***podrzędna*** względem P, gdy $\forall x\,(S(x) \to P(x))$
- P jest ***nadrzędna*** względem S, gdy $\forall x\,(S(x) \to P(x))$
- S i P są ***równoważne***, gdy S jest podrzędna i nadrzędna względem P
- S i P ***wykluczają się***, gdy $\neg\exists x\,(S(x) \wedge P(x))$
- S i P ***dopełniają się***, gdy $\forall x\,(S(x) \vee P(x))$
- S i P są ***wzajem sprzeczne***, gdy wykluczają się i dopełniają
- S i P są ***niezależne***, gdy nie wykluczają się, nie dopełniają się i żadna z nich nie jest podrzędna względem drugiej.

Notacja dla zdań kategorycznych

Czasami używa się tradycyjnej notacji dla zdań kategorycznych:

- **SaP** dla $\forall x\, (S(x) \rightarrow P(x))$ *Wszystkie S są P*.
  Zdanie ogólno-twierdzące.
- **SeP** dla $\neg\exists x\, (S(x) \wedge P(x))$ *Żadne S nie są P*.
  Zdanie ogólno-przeczące.
- **SiP** dla $\exists x\, (S(x) \wedge P(x))$ *Pewne S są P*.
  Zdanie szczegółowo-twierdzące.
- **SoP** dla $\neg\forall x\, (S(x) \rightarrow P(x))$ *Nie wszystkie S są P*.
  Zdanie szczegółowo-przeczące.

Negacja przynazwowa jest często oznaczana następująco:
$P'(x)$ zamiast $\neg P(x)$.

Tzw. wnioskowania bezpośrednie

Załóżmy, że bierzemy pod uwagę tylko nazwy niepuste i nieuniwersalne.

Tautologiami monadycznego KRP są:

1.	$SaP \rightarrow \neg SoP$	9.	$SaP \rightarrow SiP$
2.	$SeP \rightarrow \neg SiP$	10.	$SeP \rightarrow SoP$
3.	$SiP \rightarrow \neg SeP$	11.	$SaP \rightarrow \neg SeP$
4.	$SoP \rightarrow \neg SaP$	12.	$SeP \rightarrow \neg SaP$
5.	$\neg SaP \rightarrow SoP$	13.	$\neg SiP \rightarrow SoP$
6.	$\neg SeP \rightarrow SiP$	14.	$\neg SoP \rightarrow SiP$
7.	$\neg SiP \rightarrow SeP$	15.	$\neg SiP \rightarrow \neg SaP$
8.	$\neg SoP \rightarrow SaP$	16.	$\neg SoP \rightarrow \neg SeP$

Tzw. wnioskowania bezpośrednie

Tautologiami monadycznego KRP są:

17. $SaP \rightarrow SeP'$
18. $SaP \rightarrow P'eS$
19. $SaP \rightarrow P'aS'$
20. $SaP \rightarrow S'oP$
21. $SaP \rightarrow S'iP'$
22. $SeP \rightarrow SaP'$
23. $SeP \rightarrow PeS$
24. $SeP \rightarrow P'iS$
25. $SeP \rightarrow P'oS'$
26. $SeP \rightarrow S'iP$
27. $SeP \rightarrow S'oP'$
28. $SiP \rightarrow SoP'$
29. $SiP \rightarrow PiS$
30. $SoP \rightarrow SiP'$
31. $SoP \rightarrow P'iS$
32. $SoP \rightarrow P'oS'$.

Ćwiczenie. Zapisz te prawa z użyciem kwantyfikatorów. Pokaż (metodą nie wprost), że są tautologiami. Pamiętaj o niepustości rozważanych nazw!

Sylogizmy

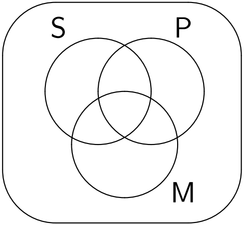
Sylogizmem jest wnioskowanie, w którym przesłanki i wniosek są zdaniami kategorycznymi i ponadto:

- są dwie przesłanki
- jedna z nazw ogólnych (tzw. ***termin średni***) nie występuje we wniosku, a występuje w każdej z przesłanek
- dwie pozostałe nazwy występują łącznie we wniosku; każda z nich występuje w jednej przesłance.

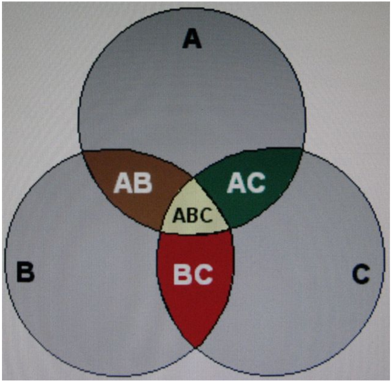
Podmiot wniosku nazywany jest ***terminem mniejszym***, a jego orzecznik ***terminem większym***.

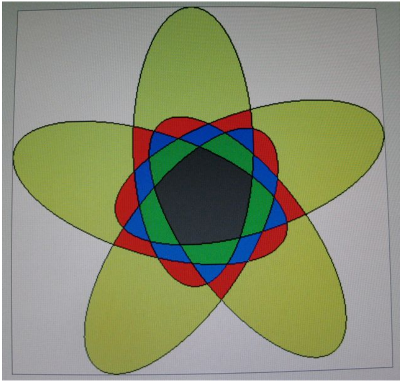
Diagramy Venna (dla trzech zbiorów)

Diagramów Venna można używać także dla zaznaczania stosunków zakresowych między dowolną liczbą nazw:



Diagramy Venna (dla trzech i pięciu zbiorów)





Diagramy Venna (dla trzech i pięciu zbiorów).

Tryby i figury sylogistyczne

Reguły wnioskowania, wedle których budowane są sylogizmy dzielimy tradycyjnie na ***figury*** oraz ***tryby***. Są cztery figury oraz 256 trybów. Figury:

I	II	III	IV
MP SM ——— SP	PM SM ——— SP	MP MS ——— SP	PM MS ——— SP

W każdej figurze są 64 tryby:

pierwsza $\longrightarrow$ przesłanka	a	e	i	o	wniosek $\downarrow$
druga $\longrightarrow$ przesłanka a	aaa aae aai aao	eaa eae eai eao	iaa iae iai iao	oaa oae oai oao	a e i o
druga $\longrightarrow$ przesłanka e	aea aee aei aeo	eea eee eei eeo	iea iee iei ieo	oea oee oei oeo	a e i o
druga $\longrightarrow$ przesłanka i	aia aie aii aio	eia eie eii eio	iia iie iii iio	oia oie oii oio	a e i o
druga $\longrightarrow$ przesłanka o	aoa aoe aoi aoo	eoa eoe eoi eoo	ioa ioe ioi ioo	ooa ooe ooi ooo	a e i o

Semantyczna metoda badania poprawności sylogizmów

Wśród wszystkich 256 trybów sylogistycznych są 24 tryby ***poprawne***, tj. takie, w których wniosek nie jest fałszywy przy prawdziwych przesłankach.

Jest wiele metod ustalania poprawności sylogizmów, np.:

- metoda aksjomatyczna
- metoda „filologiczna"
- metoda diagramów Venna
- metoda diagramów Carrolla
- metoda tablic analitycznych.

Oto wszystkie poprawne tryby sylogistyczne:

1.	$\frac{MaP,\ SaM}{SaP}$	9.	$\frac{MeP,\ SiP}{SoM}$	17.	$\frac{SeP,\ SiM}{MoP}$
2.	$\frac{MaP,\ SaM}{SiP}$	10.	$\frac{MeP,\ SaP}{SoM}$	18.	$\frac{SaP,\ SiM}{MiP}$
3.	$\frac{MeP,\ SaM}{SeP}$	11.	$\frac{MaP,\ SeP}{SeM}$	19.	$\frac{PaM,\ MaS}{SiP}$
4.	$\frac{MeP,\ SaM}{SoP}$	12.	$\frac{MeP,\ SaP}{SeM}$	20.	$\frac{PaM,\ MeS}{SeP}$
5.	$\frac{MaP,\ SiM}{SiP}$	13.	$\frac{SoP,\ SaM}{MoP}$	21.	$\frac{PaM,\ MeS}{SoP}$
6.	$\frac{MeP,\ SiM}{SoP}$	14.	$\frac{SeP,\ SaM}{MoP}$	22.	$\frac{PiM,\ MaS}{SiP}$
7.	$\frac{MaP,\ SoP}{SoM}$	15.	$\frac{SiP,\ SaM}{MiP}$	23.	$\frac{PeM,\ MaS}{SoP}$
8.	$\frac{MaP,\ SeP}{SoM}$	16.	$\frac{SaP,\ SaM}{MiP}$	24.	$\frac{PeM,\ MiS}{SoP}$

Semantyczna metoda badania poprawności sylogizmów

Diagramy Venna można wykorzystać w następujący sposób w ustalaniu, czy tryb sylogistyczny jest poprawny:

- Zaznaczamy na jednym diagramie informację niesioną przez przesłanki.
- Zaznaczamy na drugim diagramie informację niesioną przez wniosek.
- Porównujemy oba diagramy:
  - Jeśli informacja podana we wniosku została już podana w przesłankach, to wniosek wynika logicznie z przesłanek; tryb jest poprawny.
  - Jeśli we wniosku została podana informacja, której nie było w przesłankach, to wniosek nie wynika logicznie z przesłanek; tryb nie jest poprawny.

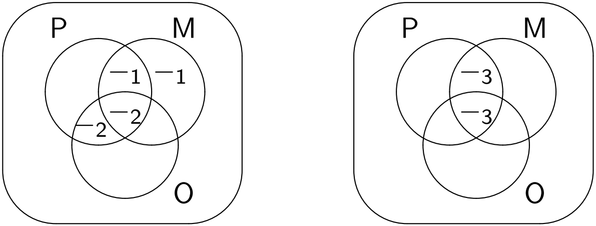
Semantyczna metoda badania poprawności sylogizmów

Który z poniższych sylogizmów jest poprawny:

- A. *Wszystkie Myszaste są Ogoniaste. Żaden Ogoniasty nie jest Pierzasty. Wynika stąd, że żaden Pierzasty nie jest Myszasty.*
- B. *Wszystkie Myszaste są Ogoniaste. Żaden Myszasty nie jest Pierzasty. Wynika stąd, że żaden Ogoniasty nie jest Pierzasty.*

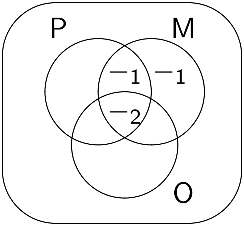
- $M(x)$ — x jest Myszasty
- $P(x)$ — x jest Pierzasty
- $O(x)$ — x jest Ogoniasty.

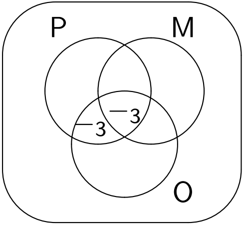
Semantyczna metoda badania poprawności sylogizmów



Sylogizm A. Z lewej diagram dla przesłanek, z prawej dla wniosku. Sylogizm poprawny, wniosek wynika logicznie z przesłanek.

Semantyczna metoda badania poprawności sylogizmów





Sylogizm B. Z lewej diagram dla przesłanek, z prawej dla wniosku. Sylogizm nie jest poprawny, wniosek nie wynika logicznie z przesłanek. Informacja, że $(P \cap O) - M = \emptyset$ nie była zawarta w przesłankach.

Badanie wynikania logicznego w monadycznym KRP

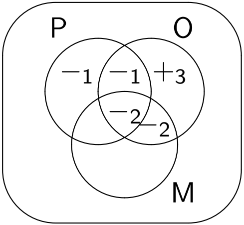
Przypuśćmy, że ***fałszywe*** są zdania:

Nie wszystkie Pierzaste są Myszaste. Wśród Myszastych są Ogoniaste. Nie ma Ogoniastych.

Co ***prawdziwie*** można wtedy powiedzieć o związkach między Ogoniastymi a Pierzastymi?

Skoro fałszywe są zdania:		to prawdziwe są zdania:
$\exists x\ (P(x) \wedge \neg M(x))$	1.	$\neg\exists x\ (P(x) \wedge \neg M(x))$
$\exists x\ (M(x) \wedge O(x))$	2.	$\neg\exists x\ (M(x) \wedge O(x))$
$\neg\exists x\ O(x)$	3.	$\exists x\ O(x)$.

Badanie wynikania logicznego w monadycznym KRP



Z rysunku możemy odczytać, co da się prawdziwie powiedzieć o zależnościach między zakresami nazw *Pierzaste* oraz *Ogoniaste*:

- *Żaden Pierzasty nie jest Ogoniasty.*
- *Są Ogoniaste, które nie są Pierzaste.*

Badanie wynikania logicznego w monadycznym KRP

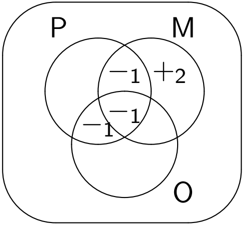
Przypuśćmy, że ***fałszywe*** są zdania:

- *Niektóre Pierzaste są Myszaste lub Ogoniaste.*
- *Każdy Myszasty jest Ogoniasty.*

Co można wtedy ***prawdziwie*** powiedzieć o związkach między Pierzastymi a Ogoniastymi?

Skoro fałszywe są zdania:		to prawdziwe są zdania:
$\exists x\,(P(x) \wedge (M(x) \vee O(x)))$	1.	$\neg\exists x\,(P(x) \wedge (M(x) \vee O(x)))$
$\forall x\,(M(x) \rightarrow O(x))$	2.	$\neg\forall x\,(M(x) \rightarrow O(x))$.

Badanie wynikania logicznego w monadycznym KRP



Z diagramu tego widać, że o związkach między Pierzastymi a Ogoniastymi prawdziwie można powiedzieć, że:

- *Nie wszystko jest Ogoniaste lub Pierzaste* lub, równoważnie: *Istnieje coś: ani Ogoniaste, ani Pierzaste. Jest ono w dodatku Myszaste*.
- *Żaden Pierzasty nie jest Ogoniasty*.

Badanie wynikania logicznego w monadycznym KRP

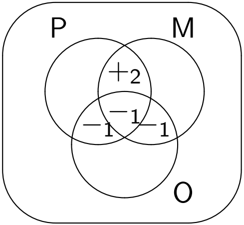
Przypuśćmy, że ***fałszywe*** są zdania:

- *Niektóre Ogoniaste są Pierzaste lub Myszaste.*
- *Żaden Pierzasty nie jest Myszasty.*

Co można wtedy ***prawdziwie*** powiedzieć o związkach między Pierzastymi a Ogoniastymi?

Skoro fałszywe są zdania:		to prawdziwe są zdania:
$\exists x\,(O(x) \wedge (P(x) \vee M(x)))$	1.	$\neg\exists x\,(O(x) \wedge (P(x) \vee M(x)))$
$\neg\exists x\,(P(x) \wedge M(x))$	2.	$\exists x\,(P(x) \wedge M(x))$.

Badanie wynikania logicznego w monadycznym KRP



Z diagramu tego widać, że o związkach między Pierzastymi a Ogoniastymi prawdziwie można powiedzieć, że:

- *Nie wszystkie Pierzaste są Ogoniaste*.
- *Żaden Pierzasty nie jest Ogoniasty*.

Semantyczna niesprzeczność (w monadycznym KRP)

Diagramy Venna można wykorzystać w następujący sposób do ustalania, czy zbiór formuł monadycznego KRP jest semantycznie niesprzeczny:

- (1) Zaznaczamy na diagramie informację niesioną przez poszczególne zdania.
- (2) Są dwie możliwości:
  - (2a) Wykonanie (1) jest możliwe. Wtedy rozważany zbiór zdań jest semantycznie niesprzeczny.
  - (2b) Wykonanie (1) nie jest możliwe: w co najmniej jednym obszarze mielibyśmy postawić jednocześnie znak „+" oraz znak „−". Wtedy rozważany zbiór zdań jest semantycznie sprzeczny.

Semantyczna niesprzeczność (w monadycznym KRP)

Jesteś na intensywnej terapii. Trzeba ci **natychmiast** podać lek zawierający jednocześnie alfaminę, betaminę oraz deltaminę. [Nazwy leków są zmyślone, jak mi się wydaje. Nie jestem opłacany przez żadną firmę medyczną.] Pielęgniarce trzęsą się ręce i próbuje sobie przypomnieć:

Zaraz, jak to było... Ten stary łysy profesor coś tam o tym bredził, na tym wykładzie, podczas którego podrywałam Roberta... Każda alfamina jest też betaminą. Niektóre betaminy są deltaminami. Jeżeli lek jest betaminą lub deltaminą, to jest również alfaminą. Co prawda, nie ma leku, który jest alfaminą i betaminą, lecz nie jest deltaminą. Ale czy to wszystko oznacza, że jest lek, którego ona potrzebuje?! Joszua, Miriam!!! Dla niej nie ma ratunku!

Ona rozmyśla, czas płynie. **Twój** czas właśnie się **kończy**... Bo przecież nie ma dla ciebie ratunku, prawda? Przyjmijmy, że to, co mamrocze pielęgniarka ***jest prawdą***. Czy istnieje lek zawierający alfaminę, betaminę oraz deltaminę?

Semantyczna niesprzeczność (w monadycznym KRP)

Przyjmiemy oznaczenia:

- $A(x)$ — x jest alfaminą;
- $B(x)$ — x jest betaminą;
- $D(x)$ — x jest deltaminą.

Wiadomości zapamiętane przez pielęgniarkę zapisane w języku KRP mają postać:

- 1. $\forall x\, (A(x) \rightarrow B(x))$
- 2. $\exists x\, (B(x) \wedge D(x))$
- 3. $\forall x\, ((B(x) \vee D(x)) \rightarrow A(x))$
- 4. $\neg\exists x\, ((A(x) \wedge B(x)) \wedge \neg D(x))$.

Semantyczna niesprzeczność (w monadycznym KRP)

Najpierw pokażemy, że:

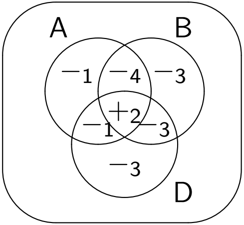
- a) wiadomości zapamiętane przez pielęgniarkę są semantycznie niesprzeczne.

Potem zaś pokażemy, że:

- b) z 2. oraz 3. wynika logicznie dająca Ci ratunek formuła:

$$(\bigstar) \quad \exists x\, (A(x) \wedge (B(x) \wedge D(x))).$$

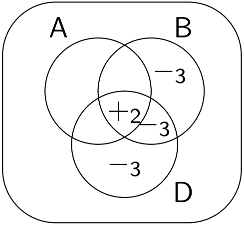
Semantyczna niesprzeczność (w monadycznym KRP)



Z diagramu tego widać, że $A = B = D = A \cap B \cap D \neq \emptyset$.

Semantyczna niesprzeczność (w monadycznym KRP)

Nadto, jeśli sporządzimy taki diagram tylko dla warunków 2. oraz 3., to zobaczymy, iż obszar $A \cap B \cap D$ jest niepusty:



Przeżyjesz, jeśli pielęgniarka zrobi szybki użytek z Logiki.

Semantyczna niesprzeczność (w monadycznym KRP)

Ustalimy, czy jest zbiorem semantycznie sprzecznym:

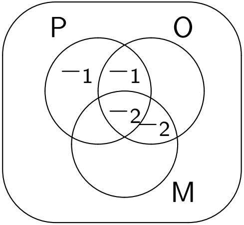
Tylko Myszaste są Pierzaste. Cokolwiek jest Ogoniaste, nie jest Myszaste. Niektóre Pierzaste są Ogoniaste.

Schematy powyższych zdań:

- (1) $\forall x\, (P(x) \rightarrow M(x))$
- (2) $\forall x\, (O(x) \rightarrow \neg M(x))$
- (3) $\exists x\, (P(x) \wedge O(x))$.

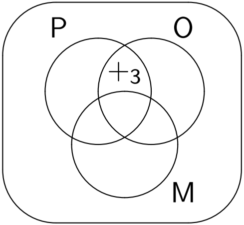
Semantyczna niesprzeczność (w monadycznym KRP)

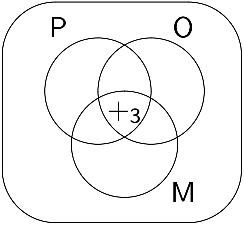
Zaznaczamy na diagramie Venna, które obszary są puste, a które niepuste. Najpierw informacja niesiona przez zdania (1) i (2):



Semantyczna niesprzeczność (w monadycznym KRP)

Zdanie (3) każe wstawić znak „+" ***albo*** tak, jak na rysunku lewym, ***albo*** tak, jak na rysunku prawym. Obie te możliwości są jednak wykluczone, bo na mocy zdań (1) i (2) odnośne obszary zawierają już znak „−" (są puste). Zatem badany zbiór zdań jest semantycznie sprzeczny.





O łańcusznikach

Metodę diagramów Venna można wykorzystać również do badania wnioskowań ze zdaniami kategorycznymi, w których liczba przesłanek nie jest ograniczona do dwóch, a liczba predykatów do trzech. Mamy wtedy do czynienia z tzw. ***łańcusznikami***. Oto prosty przykład.

Czy z poniższych przesłanek wynika jakiś wniosek dotyczący zależności między inteligentnymi a sympatycznymi? Ponadto: co można powiedzieć o uczciwych, którzy nie są sympatyczni?

Co najmniej jeden uczciwy jest sympatyczny. Nie wszyscy są uczciwi. Każdy jest uczciwy lub inteligentny lub sympatyczny. Wszyscy inteligentni są uczciwi lub sympatyczni. Wszyscy uczciwi inteligentni są sympatyczni. Wszyscy sympatyczni są uczciwi lub inteligentni. Żaden uczciwy sympatyczny nie jest inteligentny.

O łańcusznikach

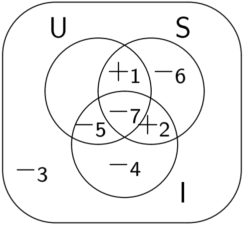
Wprowadźmy oznaczenia:

- $U(x)$ — x jest uczciwy
- $I(x)$ — x jest inteligentny
- $S(x)$ — x jest sympatyczny.

Rozważane przesłanki mają następujące schematy:

- (1) $\exists x\, (U(x) \wedge S(x))$
- (2) $\neg\forall x\, U(x)$
- (3) $\forall x\, (U(x) \vee (I(x) \vee S(x)))$
- (4) $\forall x\, (I(x) \rightarrow (U(x) \vee S(x)))$
- (5) $\forall x\, ((U(x) \wedge I(x)) \rightarrow S(x))$
- (6) $\forall x\, (S(x) \rightarrow (U(x) \vee I(x)))$
- (7) $\neg\exists x\, (U(x) \wedge (S(x) \wedge I(x)))$.

O łańcusznikach



Z powyższego diagramu widać, że (przy prawdziwości przesłanek):

- *Istnieją inteligentni i sympatyczni. Wszyscy inteligentni są sympatyczni. Istnieją sympatyczni, którzy nie są inteligentni.*
- *Jeśli ktoś jest uczciwy, ale nie jest sympatyczny, to nie jest inteligentny. Nie wiadomo jednak, czy istnieją uczciwi niesympatyczni.*