Logika Matematyczna I JiNoI 21 stycznia 2015

Imię i nazwisko:...ZIELONE OLBRZYMY Z SATURNA

1. Zapisz w języku KRZ: *Negacja alternatywy dwóch formuł implikuje koniunkcję negacji tych formuł.*

Rozwiązanie. Dla dowolnych formuł α, β języka KRZ:

$$\neg(\alpha \vee \beta) \to (\neg\alpha \wedge \neg\beta).$$

2. Znajdź formuły języka KRZ odpowiadające przesłankom i wnioskowi następującego wnioskowania: *Panie piękny i młody! Jeśli dacie pieniążek, to Cyganka prawdę Wam powie. Będziecie szczęśliwi, o ile: nie dacie pieniążka lub kupicie ten lubczyk. Jeśli nie kupicie lubczyka, to Cyganka nie powie Wam prawdy. Wy, Panie, uczony, widzicie więc, że z tego com powiedziała wynika, że szczęśliwi będziecie. To jak będzie z tym pieniążkiem? A może lubczyk? A może...?*

Rozwiązanie. Znajdujemy zdania proste w podanym tekście i przyporządkowujemy im zmienne zdaniowe:

- p — Dasz pieniążek.
- q — Cyganka powie ci prawdę.
- r — Będziesz szczęśliwy.
- s — Kupisz lubczyk.

Znajdujemy struktury składniowe poszczególnych zdań złożonych i budujemy regułę, wedle której przebiega wnioskowanie:

$$\begin{array}{c} p \to q \\ (\neg p \vee s) \to r \\ \neg s \to \neg q \\ \hline r \end{array}$$

3. Ustal czy formuła $(p \wedge \neg(q \to p)) \to r$ jest tezą systemu tablicowego KRZ.

Rozwiązanie. Budujemy tablicę analityczną dla formuły $\neg((p \wedge \neg(q \to p)) \to r)$:

$$\begin{array}{rl}
(0) & \neg((p \wedge \neg(q \to p)) \to r)\ ^{1.\neg\to} \\
 & | \\
(1_g) & p \wedge \neg(q \to p)\ ^{2.\wedge} \\
 & | \\
(1_d) & \neg r \\
 & | \\
(2_g) & p \\
 & | \\
(2_d) & \neg(q \to p)\ ^{3.\neg\to} \\
 & | \\
(3_g) & q \\
 & | \\
(3_d) & \neg p \\
 & | \\
 & \times_{2_g, 3_d}
\end{array}$$

Tablica jest sprzeczna, czyli jest dowodem tablicowym formuły $(p \wedge \neg(q \to p)) \to r$.

Logika Matematyczna I JiNoI 21 stycznia 2015

Imię i nazwisko: .... NIEBIESCY GIGANCI Z NEPTUNA

1. Zapisz w języku KRZ: *Negacja koniunkcji dwóch formuł implikuje alternatywę negacji tych formuł.*

Rozwiązanie. Dla dowolnych formuł α, β języka KRZ:

$$\neg(\alpha \vee \beta) \rightarrow (\neg\alpha \wedge \neg\beta).$$

2. Znajdź formuły języka KRZ odpowiadające przesłankom i wnioskowi następującego wnioskowania: *Jeśli dobrze zapłacisz, to: dokonasz cudu, o ile masz znajomości w Kurii. Jeśli dobrze zapłacisz, to: o ile zdążysz się ochrzcić, to zostaniesz świętą. Dobrze zapłacisz, a w dodatku co najmniej jedno z dwojga: zdążysz się ochrzcić lub masz znajomości w Kurii. Cudu to ty nie dokonasz. Ale nie martw się! Przecież już z tego, co przed chwilą ustaliliśmy jasno wynika, że zostaniesz świętą.*

Rozwiązanie. Znajdujemy zdania proste w podanym tekście i przyporządkowujemy im zmienne zdaniowe:

- p — Dobrze zapłacisz.
- q — Dokonasz cudu.
- r — Masz znajomości w Kurii.
- s — Zdążysz się ochrzcić.
- t — Zostaniesz świętą.

Znajdujemy struktury składniowe poszczególnych zdań złożonych i budujemy regułę, wedle której przebiega wnioskowanie:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow (r \rightarrow q) \\ p \rightarrow (s \rightarrow t) \\ p \wedge (s \vee r) \\ \neg q \\ \hline t \end{array}$$

3. Ustal czy formuła $p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow q))$ jest tezą systemu tablicowego KRZ.

Rozwiązanie. Budujemy tablicę analityczną dla formuły $\neg(p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow q)))$:

$$\begin{array}{c} (0)\ \ \neg(p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow q)))\ ^{1.\neg\rightarrow} \\ | \\ (1_g)\ \ p \\ | \\ (1_d)\ \ \neg(q \rightarrow (r \rightarrow q))\ ^{2.\neg\rightarrow} \\ | \\ (2_g)\ \ q \\ | \\ (2_d)\ \ \neg(r \rightarrow q)\ ^{3.\neg\rightarrow} \\ | \\ (3_g)\ \ r \\ | \\ (3_d)\ \ \neg q \\ | \\ \times_{2_g,3_d} \end{array}$$

Tablica jest sprzeczna, czyli jest dowodem tablicowym formuły $p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow q))$.