

DODATEK 5:
SYSTEM ZAŁOŻENIOWY KRZ

REGUŁY PIERWOTNE

- Reguła odrywania RO:

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta, \alpha}{\beta}$$

- Reguła dołączania koniunkcji DK:

$$\frac{\alpha, \beta}{\alpha \wedge \beta}$$

- Reguła opuszczania koniunkcji OK:

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} \quad \frac{\alpha \wedge \beta}{\beta}$$

- Reguła dodawania poprzedników DP:

$$\frac{\alpha \rightarrow \gamma, \beta \rightarrow \gamma}{(\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma}$$

- Reguła dołączania alternatywy DA:

$$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta} \quad \frac{\beta}{\alpha \vee \beta}$$

- Reguła dołączania równoważności DR:

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \alpha}{\alpha \equiv \beta}$$

- Reguła opuszczania równoważności OR:

$$\frac{\alpha \equiv \beta}{\alpha \rightarrow \beta} \quad \frac{\alpha \equiv \beta}{\beta \rightarrow \alpha}$$

- Reguła kontrapozycji RK:

$$\frac{\neg \alpha \rightarrow \neg \beta}{\beta \rightarrow \alpha}$$

TEZY WYPROWADZONE W WYKŁADACH 8–9

- $(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$
- $((\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma))$
- $(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma)$
- $((\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma) \equiv (\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma))$
- $((\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$
- $\alpha \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \beta)$
- $(\alpha \wedge (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow \beta$
- $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \alpha$
- $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \beta$
- $\alpha \rightarrow (\alpha \vee \beta)$
- $\alpha \rightarrow (\alpha \vee \beta)$
- $(\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma))$
- $((\alpha \rightarrow \gamma) \wedge (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma)$
- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \equiv \beta))$
- $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)) \rightarrow (\alpha \equiv \beta)$
- $(\alpha \equiv \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
- $((\alpha \equiv \beta) \wedge \alpha) \rightarrow \beta$
- $(\alpha \equiv \beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
- $((\alpha \equiv \beta) \wedge \beta) \rightarrow \alpha$
- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow (\alpha \equiv \beta))$
- $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)) \rightarrow (\alpha \equiv \beta)$
- $(\neg \alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
- $((\neg \alpha \rightarrow \neg \beta) \wedge \beta) \rightarrow \alpha$
- $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\alpha \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma))$
- $(\alpha \wedge (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma)$
- $(\alpha \wedge (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\beta \rightarrow (\alpha \wedge \gamma))$
- $(\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$

- $\alpha \rightarrow \alpha$
- $\neg\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
- $\neg\neg\alpha \rightarrow \alpha$
- $(\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \neg\alpha)$
- $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
- $\neg\neg\alpha \rightarrow \alpha$
- $\alpha \rightarrow \neg\neg\alpha$
- $\alpha \equiv \neg\neg\alpha$
- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$
- $(\neg\alpha \vee \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
- $((\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\alpha \wedge \neg\gamma) \rightarrow \neg\beta)$
- $((\alpha \wedge \neg\gamma) \rightarrow \neg\beta) \rightarrow ((\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma)$
- $((\alpha \vee \beta) \rightarrow (\gamma \wedge \delta)) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \gamma) \wedge (\beta \rightarrow \delta))$
- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg(\beta \vee \delta) \rightarrow \neg\alpha)$
- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\gamma \rightarrow \delta) \rightarrow (\neg(\beta \vee \delta) \rightarrow \neg(\alpha \vee \gamma)))$
- $(\alpha \rightarrow (\beta \vee \gamma)) \rightarrow (\alpha \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \gamma))$
- $\alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$
- $\neg(\alpha \vee \beta) \rightarrow \neg\alpha \wedge \neg\beta$
- $(\neg\alpha \wedge \neg\beta) \rightarrow \neg(\alpha \vee \beta)$
- $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta$
- $\neg(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \neg\alpha \vee \neg\beta$
- $(\neg\alpha \vee \neg\beta) \rightarrow \neg(\alpha \wedge \beta)$
- $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$
- $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$
- $\alpha \vee \neg\alpha$
- $\neg(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \wedge \neg\beta)$
- $(\alpha \wedge \neg\beta) \rightarrow \neg(\alpha \rightarrow \beta)$
- $\neg(\alpha \rightarrow \beta) \equiv (\alpha \wedge \neg\beta)$

- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\alpha \vee \beta)$
- $(\neg\alpha \vee \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
- $(\alpha \rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$
- $(\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow \neg(\alpha \wedge \beta)$
- $(\alpha \vee \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow \gamma))$
- $\neg(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \neg\alpha$
- $(\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\alpha \rightarrow \gamma))$
- $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \rightarrow (\alpha \vee \beta)$
- $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\gamma \rightarrow \delta)) \wedge \neg(\beta \vee \delta) \rightarrow \neg(\alpha \vee \gamma)$
- $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \vee \gamma) \rightarrow (\beta \vee \gamma))$
- $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\gamma \rightarrow \delta)) \rightarrow ((\alpha \vee \gamma) \rightarrow (\beta \vee \delta))$
- $(\neg\alpha \vee \neg\beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma))$
- $(\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\neg\gamma \rightarrow \neg(\alpha \vee \beta)))$
- $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \rightarrow (\neg(\alpha \wedge \beta) \rightarrow (\alpha \wedge \gamma)).$

REGUŁY WTÓRNE WYPROWADZONE W WYKŁADACH 8–9

- Reguła sylogizmu hipotetycznego RSyl:

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma}{\alpha \rightarrow \gamma}$$

- Reguła sylogizmu Fregego RFr:

$$\frac{\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma), \alpha \rightarrow \beta}{\alpha \rightarrow \gamma}$$

- Reguła poprzedzania RPP:

$$\frac{\alpha}{\beta \rightarrow \alpha}$$

- Reguła wewnętrznego poprzedzania RWP:

$$\frac{\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma), \beta}{\alpha \rightarrow \gamma}$$

- Reguła opuszczania negacji ON:

$$\frac{\neg\neg\alpha}{\alpha}$$

- Reguła dołączania negacji DN:

$$\frac{\alpha}{\neg\neg\alpha}$$

- Reguła *modus tollendo tollens* MT:

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta, \neg\beta}{\neg\alpha}$$

•

$$\frac{\neg\alpha \rightarrow \neg\beta, \beta}{\alpha}$$

•

$$\frac{\alpha \rightarrow \neg\beta, \beta}{\neg\alpha}$$

•

$$\frac{\neg\alpha \rightarrow \beta, \neg\beta}{\alpha}$$

- Reguła Dunska Scotusa RDS:

$$\frac{\alpha, \neg\alpha}{\beta}$$

- Reguła negowania alternatywy NA (reguła De Morgana):

$$\frac{\neg(\alpha \vee \beta)}{\neg\alpha \wedge \neg\beta}$$

- Reguła negowania koniunkcji NK (reguła De Morgana):

$$\frac{\neg(\alpha \wedge \beta)}{\neg\alpha \vee \neg\beta}$$

- Reguła odwrotna do NK (reguła De Morgana):

$$\frac{\neg\alpha \vee \neg\beta}{\neg(\alpha \wedge \beta)}$$

- Reguła odwrotna do NA (reguła De Morgana):

$$\frac{\neg\alpha \wedge \neg\beta}{\neg(\alpha \vee \beta)}$$

-

$$\{(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma, \neg\gamma \wedge \neg\delta, (\alpha \rightarrow \beta) \vee \vartheta, \vartheta \rightarrow (\gamma \vee \beta)\} \vdash_{jas} \beta$$

-

$$\{(\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma, \neg\delta, (\gamma \vee \delta) \rightarrow \vartheta, \delta \vee \alpha\} \vdash_{jas} \vartheta$$

-

$$\{\alpha \rightarrow \beta, (\alpha \wedge \gamma) \rightarrow \neg\delta, \gamma, \delta\} \vdash_{jas} \neg\alpha \vee \neg\beta$$

-

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta}{\beta}$$

-

$$\frac{\neg\alpha \rightarrow \beta}{\alpha \vee \beta}$$

-

$$\frac{(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma}{\neg\alpha \rightarrow \gamma}$$

-

$$\frac{(\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma}{(\alpha \rightarrow \gamma) \wedge (\beta \rightarrow \gamma)}$$

PRZYKŁADY SPRZECZNYCH ZBIORÓW FORMUŁ PODANE W WYKŁADACH 8–9

- $\{\alpha \vee \neg\beta, \gamma \rightarrow \beta, \neg(\delta \wedge \neg\gamma), \delta \wedge \neg\alpha\}$
- $\{\neg\gamma \wedge \beta, \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow (\gamma \vee \neg\delta)), \alpha, \vartheta \wedge (\beta \rightarrow \gamma)\}$
- $\{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \neg\gamma, \delta \rightarrow \gamma, \alpha \wedge \delta\}$
- $\{\alpha \rightarrow \beta, \gamma \rightarrow \delta, \neg\beta \vee \gamma, \alpha \wedge \neg\delta\}$
- $\{\alpha \rightarrow \neg\beta, \beta \rightarrow \neg\gamma, \delta \rightarrow \beta, \delta, \alpha \vee \gamma\}$
- $\{\alpha \vee (\gamma \wedge \neg\beta), \beta \vee \neg\gamma, \neg\alpha\}$.

Nie było naszym zamiarem podawanie jakiegos uporzdkowanego ciagu tez i regul wtórnych systemu założeniowego KRZ. Poszczególne wyprowadzenia miały ilustrować kolejne techniki dowodowe.

JERZY POGONOWSKI
Zakład Logiki Stosowanej UAM
www.logic.amu.edu.pl