Pojęcia: intensji oraz ekstensji w pracach Romana Suszki

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki Stosowanej UAM
pogon@amu.edu.pl

Niniejsza krótka nota[1] ma charakter wyłącznie sprawozdawczy. Referujemy w niej propozycje Romana Suszki dotyczące formalnej eksplikacji pojęć *intensji* i *ekstensji*. Podstawę dla tego sprawozdania stanowią dwie prace Suszki: „An Essay in the Formal Theory of Extension and of Intension" *Studia Logica* XX, 1967, ss. 7–34 oraz „Noncreativity and Translatability in Terms of Intension" *Logique et Analyse* IX, 1966, ss. 360–363.

Bezpośredniej inspiracji do napisania „An Essay..." dostarczyła Autorowi, jak sam pisze, lektura *Meaning and Necessity* Rudolfa Carnapa. Oczywiście, dychotomia *intensja — ekstensja* ma długą historię. U Fregego znajdujemy ją w odróżnieniu *Sinn* oraz *Bedeutung*, w literaturze przedmiotu (logicznej, filozoficznej, lingwistycznej) wspomina się często o rozróżnieniach: *content — denotation*, *comprehension — designation*, itp. Omawiana problematyka jest też ściśle związana z odróżnieniem *prawdy* od *prawdy analitycznej*.

Zdaniem Suszki, Carnap „psuje" swoją robotę formalną poprzez:

1. założenie, że intensje (*propositions*) wyrażeä istnieją niezależnie od systemów semantycznych;

2. powiązanie proponowanych konstrukcji formalnych z logiką modalną (Suszko używa określenia: *so called modal logic*).

Podejście Suszki do formalnej charakterystyki pojęć intensji i ekstensji jest całkowicie ekstensjonalne. Nie używa się żadnych pojęć modalnych, żadnych — jak zwykł mawiać Autor — *demonów intensjonalnych*. Stosowana aparatura formalna to środki wypracowane do opisu języków standardowo sformalizowanych, klasyczne metody semantyczne (w stylu Tarskiego), pojęcia teorio-mnogościowe i algebraiczne.

„An Essay in the Formal Theory of Extension and of Intension" opublikowany został w 1967 roku, zasadnicza koncepcja pracy powstała jednak, jak pisze Autor, o wiele wcześniej, bo już w styczniu-lutym 1958 roku, gdy Suszko był stypendystą Fundacji Forda w UCLA. Z kolei „Noncreativity and Translatability in Terms of Intension" jest angielskim przekładem wykładu, który Suszko wygłosił (po rosyjsku) na Wydziale Matematyki Uniwersytetu Sofijskiego 6 czerwca 1966 roku.

[1]Tekst opublikowany w: M. Omyła (Red.) *Idee logiczne Romana Suszki.* Wydział Filozofii i Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa, 73–81.

Struktura „An Essay ...” jest następująca:

- przedstawia się składnię i semantykę języków standardowo sformalizowanych
- wprowadza się pojęcie systemu semantycznego (jako układu złożonego z języka, modelu oraz zbioru aksjomatów)
- omawia się pojęcia równoważności intensjonalnej i ekstensjonalnej
- podaje się **różne** propozycje reprezentacji intensji oraz ekstensji
- bada się struktury algebraiczne w przestrzeniach intensji i ekstensji
- wprowadza się pojęcie równoważności strukturalnej wyrażeń, blisko związane — jak deklaruje Autor — z omawianym przez Ajdukiewicza pojęciem ko-denotacji.

* * *

Przejdźmy teraz do nieco bardziej szczegółowego omówienia propozycji Autora.

Środki wyrażania języka formalnego L wykorzystują (ponumerowane) zmienne wolne i związane, stałe indywiduowe, symbole funkcyjne, predykaty, stałe logiczne (spójniki zdaniowe, kwantyfikatory, operator deskrypcyjny, predykat identyczności). Termy i formuły definiowane są w sposób klasyczny, indukcyjnie. *Rzędem* wyrażenia nazywa się liczbę występujących w nim różnych zmiennych wolnych. Wyrażenie jest *regularne rzędu* k $(k > 0)$, jesli zawiera dokładnie k pierwszych zmiennych wolnych. Każde wyrażenie może być oczywiście przekształcone w wyrażenie regularne poprzez permutację zmiennych wolnych. Dwa wyrażenia są *składniowo równoważne*, jeśli jedno z nich może być otrzymane z drugiego poprzez permutację zmiennych związanych.

Modele dla L konstruowane są klasycznie, po tarskiańsku, z wykorzystaniem dobrze znanych pojęć: funkcji denotacji, wartości semantycznej wyrażenia w modelu, pojęcia spełniania i prawdziwości w modelu. Zbiór wszystkich zdań prawdziwych w modelu M oznacza się przez $Ver(M)$. Dla dowolnego zbioru zdań A z języka L mówimy, że model M dla L jest modelem dla A, jeśli $A \subseteq Ver(M)$. Zbiory postaci $Z = Ver(M)$ dla pewnego modelu M dla A są maksymalnymi zbiorami niesprzecznymi nad A. Powiemy, że zdanie s wynika logicznie względem zbioru A ze zbioru zdań X, gdy każdy maksymalny zbiór niesprzeczny nad A zawierający X zawiera również s. Ogół zdań wynikających logicznie z X względem A oznaczamy $Fl_A(X)$. Gdy $X = \{s\}$, używamy oznaczenia $Fl_A(s)$. Zbiór $Fl_A(\emptyset)$ to wszystkie tautologie względem A. Jeśli $A = \emptyset$, to pomijamy indeks dolny.

Podstawowym środkiem służącym w eksplikacji pojeć intensji i ekstensji jest pojęcie systemu semantycznego. *System semantyczny* to trójka postaci $\langle L, A, M\rangle$, gdzie L jest językiem, M modelem dla L, zaś A zbiorem zdań z L zwanych *aksjomatami*. Zbiór $Ver(M)$ to ogół zdań *prawdziwych* systemu

$\langle L, A, M\rangle$. Natomiast zbiór $Fl(A)$ to ogół zdań *analitycznych* systemu $\langle L, A, M\rangle$. Oba te zbiory są teoriami dedukcyjnymi, tzn.:

$$Fl(Fl(A)) = Fl(A) \qquad Fl(Ver(M)) = Ver(M).$$

W dość powszechnie przyjętym w filozofii rozumieniu pojęcia analityczności zakłada sie, że:

1. każde zdanie analityczne jest prawdziwe
2. pewne zdanie prawdziwe nie jest analityczne
3. wszystkie prawdy logiczne (tautologie, tj. elementy zbioru $Fl(\emptyset)$) są analityczne
4. każde zdanie logicznie wynikajace ze zdań analitycznych również jest analityczne.

Suszko czyni w tym miejscu uwagę, że zbiór A ma być czymś w rodzaju *postulatów znaczeniowych*, wyznaczonych przez *reguły aksjomatyczne* w sensie Ajdukiewicza. W dalszym ciągu pracy zbiór A traktowany jest jednak jako dowolny zbiór zdań języka L.

Jest oczywiste, że $Fl(A)$ jest właściwym podzbiorem $Ver(M)$.

Dla dowolnego zbioru X takiego, że $Fl(X) = X$ oraz dowolnych termów t_1, t_2 i formuł s_1, s_2 definiujemy relację *równoważności względem* X w następujący sposób:

$t_1 \sim t_2$ wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie $t_1 = t_2$ należy do X

$s_1 \sim s_2$ wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie $s_1 \leftrightarrow s_2$ należy do X.

Relacje te są równoważnościami i spełniają stosowne warunki kongruentności. W dalszym ciągu ważne będą dwie szczególne relacje tego rodzaju: równoważność względem $Ver(M)$ oraz równoważność względem $Fl(A)$. Nazywane są one, odpowiednio, *równoważnością ekstensjonalną* (oznaczaną symbolem $\sim_e$) oraz *równoważnością intensjonalną* (oznaczaną symbolem $\sim_i$).

Przed podaniem różnych propozycji definicji pojęć intensji i ekstensji wprowadza się jeszcze kilka pojęć pomocniczych.

Każdej formule s^k rzędu $k = 0, 1, 2, \ldots$ przyporządkować można dwa zbiory formuł (również rzędu k):

$Fl^k_A(s^k) = \{r^k$: formuła $s^k \rightarrow r^k$ należy do $Fl(A)\}$

$\widetilde{Fl}^k_A(s^k) = \{r^k$: formuła $r^k \rightarrow s^k$ należy do $Fl(A)\}$.

Widać, że pierwszy z tych zbiorów to ogół formuł wynikających logicznie (względem A) z s^k, zaś drugi to ogół formuł, z których s^k wynika logicznie (względem A).

Zbiór X formuł rzędu $k = 0, 1, 2, \ldots$ jest *zbiorem zupełnym rzędu k nad* A, gdy spełnione są następujące warunki:

1. jeśli $s^k \rightarrow r^k$ należy do $Fl(A)$ oraz s^k należy do X, to również r^k należy do X
2. jeśli s^k oraz r^k należą do X, to $s^k \wedge r^k$ także należy do X
3. jeśli $s^k \vee r^k$ należy do X, to s^k należy do X lub r^k należy do X
4. formuła $\neg \boldsymbol{i}^k$ nie należy do X.

Wymieniona w warunku 4 formuła $\boldsymbol{i}^k$ jest postaci: $\forall z(z = z)$, gdy $k = 0$ i z jest zmienną związaną lub postaci $a_1 = a_1 \wedge \ldots \wedge a_k = a_k$ dla $k \neq 0$ oraz stałych indywiduowych $a_1, \ldots, a_k$.

Każdej formule s^k rzędu k przyporządkować można rodzinę $\boldsymbol{C}(s^k)$ wszystkich zbiorów zupełnych, do których s^k należy. Przyporządkowanie to spełnia naturalne warunki kongruentności:

$-\boldsymbol{C}(s^k) = \boldsymbol{C}(\neg s^k)$

$\boldsymbol{C}(s^k \wedge r^k) = \boldsymbol{C}(s^k) \cap \boldsymbol{C}(r^k)$

$\boldsymbol{C}(s^k \vee r^k) = \boldsymbol{C}(s^k) \cup \boldsymbol{C}(r^k)$

$\boldsymbol{C}(s^k) \subseteq \boldsymbol{C}(r^k)$ wtedy i tylko wtedy, gdy formuła $s^k \to r^k$ należy do $Fl(A)$.

Przystąpić wreszcie możemy do omówienia podstawowych konstrukcji przedstawionych w „An Essay ...". Otóż pierwsze — narzucające się niejako w sposób naturalny — rozwiązanie problemu zdefiniowania intensji i ekstensji wyrażeń to wykorzystanie definicji przez abstrakcję z użyciem relacji równoważności $\sim_i$ oraz $\sim_e$. Tak więc, dla dowolnego wyrażenia w^k rzędu k przez jego *ekstensję* rozumieć można klasę równoważności relacji $\sim_e$ zawierającą w^k (i oznaczaną przez $|w^k|_e$). Podobnie, *intensją* wyrażenia w^k będzie klasa równoważności relacji $\sim_i$ zawierająca w^k (oznaczana przez $|w^k|_i$). Suszko wybiera jednak metodę ogólniejszą (ujmującą powyższą propozycję jako przypadek szczególny). Wprowadza mianowicie dwa pojęcia pierwotne scharakteryzowane przez dwa postulaty i przedstawia szereg możliwych interpretacji tych pojęć. Owe pojęcia to przyporządkowania ν_e oraz ν_i, które każdemu wyrażeniu regularnemu (termowi lub formule) przypisują, odpowiednio, jego ekstensję oraz jego intensję. Spełnione mają być przy tym następujące warunki:

$$(*) \quad \begin{array}{lll} \nu_e(w_1) = \nu_e(w_2) & \text{wtedy i tylko wtedy, gdy} & w_1 \sim_e w_2 \\ \nu_i(w_1) = \nu_i(w_2) & \text{wtedy i tylko wtedy, gdy} & w_1 \sim_i w_2. \end{array}$$

Tak więc, wyrażenia o równych ekstensjach (intensjach) mają być równoważne ekstensjonalnie (intensjonalnie). Oczywiście, jeśli przyjmiemy

$$\nu_e(w) = |w|_e \qquad \nu_i(w) = |w|_i,$$

to warunki $(*)$ będą spełnione. Nie jest to jednak jedyna możliwość.

Zauważmy jeszcze, że przy *dowolnej* reprezentacji intensji i ekstensji wyrażeń spełniającej warunki $(*)$:

— ekstensje zależą tylko od L oraz M

— intensje zależą tylko od L oraz A.

Ponadto, istnieje funkcyjna zależność Q ekstensji od intensji wyrażeń:

$Q(\mathfrak{e}, \mathfrak{i})$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje wyrażenie regularne w takie, że $\mathfrak{e} = \nu_e(w)$ oraz $\mathfrak{i} = \nu_i(w)$.

Ponieważ relacja ta jest funkcją, więc możemy pisać $Q(\nu_i(w)) = \nu_e(w)$.

W przestrzeniach intensji oraz ekstensji wyrażeń wprowadzić można pewne struktury algebraiczne i teorio-mnogościowe. Niech $\mathfrak{S}_e$ i $\mathfrak{S}_i$ będą zbiorami, odpowiednio, ekstensji oraz intensji wyrażeń. Stosujemy tu pewne uproszczenie, pomijając indeks — wspomniane zbiory tworzone są dla wyrażeń każdego rzędu oddzielnie. Zbiory te są uporządkowane przez formalne inkluzje $\prec_e$ oraz $\prec_i$, zdefiniowane w sposób następujący:

$\nu_e(r) \prec_e \nu_e(s)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $r \to s$ należy do $Ver(M)$

$\nu_i(r) \prec_i \nu_i(s)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $r \to s$ należy do $Fl(A)$.

Obie te relacje są zwrotne, antysymetryczne oraz przechodnie. Ponadto:

$$\text{jeśli } \nu_i(r) \prec_i \nu_i(s), \text{ to } \nu_e(r) \prec_e \nu_e(s)$$

(implikacja odwrotna nie zachodzi).

W zbiorach $\mathfrak{S}_e$ i $\mathfrak{S}_i$ określić można operacje $\ominus, \odot, \oplus$ nazywane, odpowiednio, dopełnieniem, mnożeniem i dodawaniem. Korespondują one w naturalny sposób ze spójnikami logicznymi (negacją, koniunkcją i alternatywą) i zdefiniowane są w sposób następujący:

$\ominus\nu(s) = \nu(\neg s)$

$\nu(s) \odot \nu(r) = \nu(s \wedge r)$

$\nu(s) \oplus \nu(r) = \nu(s \vee r)$

(tak samo dla obu indeksów: e oraz i).

Operacje te spełniają warunki nakładane na działania boolowskie, a więc zbiory $\mathfrak{S}_e$ i $\mathfrak{S}_i$ są algebrami Boole'a, w których $\nu(\neg \boldsymbol{i})$ jest zerem, zaś $\nu(\boldsymbol{i})$ jedynką. Dla każdego wyrażenia s mamy:

$$\nu(\neg \boldsymbol{i}) \prec \nu(s) \prec \nu(\boldsymbol{i}).$$

Przyporządkowanie Q zrelatywizowane do zbiorów $\mathfrak{S}_e$ oraz $\mathfrak{S}_i$ (każdego rzędu) jest homomorfizmem $\mathfrak{S}_i$ *na* $\mathfrak{S}_e$. Zachodzą więc następujące równości:

$Q(\ominus\nu_i(s)) = \ominus Q(\nu_i(s))$

$Q(\nu_i(s) \odot \nu_i(r)) = Q(\nu_i(s)) \odot Q(\nu_i(r))$

$Q(\nu_i(s) \oplus \nu_i(r)) = Q(\nu_i(s)) \oplus Q(\nu_i(r))$.

Przypuśćmy, że zdefiniowano jakąś reprezentację intensji i ekstensji wyraźnie podaną równością $\nu(w) = \ldots$ i że spełniony jest przy tym postulat: $\nu(s) = \nu(r)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $s \sim r$ (kształt definicji jest taki sam dla obu indeksów: e oraz i). Jeśli rozważana reprezentacja ν spełnia następujące warunki:

1. elementami zbioru $\mathfrak{S}$ są zbiory
2. operacja $\ominus$ to dopełnienie zbioru
3. operacje $\odot$ i $\oplus$ to, odpowiednio, iloczyn i suma zbiorów

to reprezentację tę nazywamy *teorio-mnogościową*. W takim przypadku relacja $\prec$ jest po prostu inkluzją zbiorów. Gdy zachodzą 1, 2 oraz

3* $\odot$ jest operacją sumy zbiorów, zaś $\oplus$ operacją iloczynu, to mówimy, że rozważana reprezentacja jest *dualnie teorio-mnogościowa*. W tym przypadku relacja $\prec$ jest konwersem inkluzji zbiorów.

Łatwo widać, że reprezentacja dana przez klasy równoważności relacji $\sim_e$ oraz $\sim_i$ nie jest ani teorio-mnogościowa, ani dualnie teorio-mnogościowa.

Powyżej mówiliśmy o intensjach i ekstensjach formuł (w szczególności: zdań). Odpowiednie konstrukcje dla termów otrzymuje się stosując tzw. równości redukcyjne: $\nu(t^k) = \nu(a_{k+1} = t^k)$.

Jedna z reprezentacji ekstensji formuł, związana z modelem M języka L, nazywana jest przez Suszkę *obiektywną*. Definiuje się mianowicie dla formuł s^k oraz termów t^k przyporządkowanie ν_e:

$\nu_e(s^0) = Val_M(s^0)$
$\nu_e(s^k) = \{\langle u_1, \ldots, u_k\rangle \in U^k \;:\; Val_M(s^k, u_1, \ldots, u_k) = 1\}$
$\nu_e(t^0) = Val_M(t^0)$
$\nu_e(t^k) =$ funkcja przyporządkowująca element $u \in U$ ciągowi $\langle u_1, \ldots, u_k\rangle \in U^k$ wtedy i tylko wtedy, gdy $Val_M(t^k, u_1, \ldots, u_k) = u$.

Tutaj 1 oznacza prawdę, U uniwersum modelu M a Val_M jest, klasycznie zdefiniowaną, funkcją wartości semantycznej wyrażenia w modelu M.

W szczególności, obiektywne reprezentacje ekstensji zdań pokrywają się z ich wartościami logicznymi (0 i 1). Jeśli wartości logiczne fałszu i prawdy utożsamimy z $\emptyset$ i U, to otrzymamy reprezentację teorio-mnogościową, a jeśli fałsz utożsamimy z U, zaś prawdę z $\emptyset$, to dostaniemy reprezentację dualnie teorio-mnogościową.

Reprezentacje obiektywne to obiekty, które są *semantycznie definiowalne* w języku L względem modelu M. Ogół wszystkich obiektów semantycznie definowalnych w L względem M nazywa się *semantycznym domknięciem* modelu M.

Zbiór $\mathfrak{S}_i^0$ reprezentacji intensji zdań jest z reguły nieskończony. Najbardziej naturalne reprezentacje intensji zdań polegają na traktowaniu ich jako pewnych zbiorów zdań lub rodzin zbiorów zdań, np.:

$$\begin{array}{rclll} \nu_i(s) & = & \boldsymbol{C}(s) & & \text{(reprezentacja teorio-mnogościowa)} \\ \nu_i(s) & = & -\boldsymbol{C}(s) & & \text{(reprezentacja dualnie teorio-mnogościowa).} \end{array}$$

Zauważmy, że równoważność
$s^0 \sim_i r^0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $Fl_A(s^0) = Fl_A(r^0)$
może być zapisana w innej jeszcze postaci:
$s^0 \in Fl_A(r^0)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $r^0 \in Fl_A(s^0)$.
Dalej, oznaczmy przez $Fl_A^*(s^0)$ zbiór wszystkich zdań analitycznych wynikających logicznie względem A z s^0, tzn. $Fl_A^*(s^0) = Fl_A(s^0) - Fl(A)$. Otrzymujemy następne dwie reprezentacje intensji zdań:

$$\nu_i(s^0) = Fl_A(s^0) \qquad \nu_i(s^0) = Fl_A^*(s^0).$$

Nie są one ani teorio-mnogościowe ani dualnie teorio-mnogościowe, ale porządek $\prec$ pokrywa się z inkluzją.

Relację i-równoważności rozszerzyć można na zbiory zdań:

$$X \sim_i Y \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } Fl_A(X) = Fl_A(Y).$$

Wtedy dla każdego zdania s^0 mamy: $s^0 \sim_i Fl_A(s^0)$. Ponadto, zbiór pusty $\emptyset$ jest i-równoważny z każdym zdaniem analitycznym a także ze zbiorem wszystkich zdań analitycznych.

Dwie reprezentacje ekstensji formuł rzędu $k \neq 0$ są budowane w podobny sposób, jak reprezentacje obiektywne:

$\nu_e(s^k) =$ zbiór wszystkich obiektywnych ekstensji, które zawierają obiektywną ekstensję formuły s^k

$\nu_e(s^k) =$ zbiór wszystkich obiektywnych ekstensji, które zawarte są w obiektywnej ekstensji formuły s^k.

Reprezentacje te nie są ani teorio-mnogościowe ani dualnie teorio-mnogościowe. W przypadku pierwszej z nich $\prec$ pokrywa się z inkluzją, w drugim przypadku z konwersem inkluzji.

Suszko podaje też kilka dalszych propozycji reprezentacji intensji formuł rzędu $k \neq 0$:

$\nu_i(s^k) = \boldsymbol{C}(s^k)$
$\nu_i(s^k) = -\boldsymbol{C}(s^k)$
$\nu_i(s^k) = Fl_A^k(s^k)$
$\nu_i(s^k) = \widetilde{Fl}_A^k(s^k)$
$\nu_i(s^k) =$ zbiór wszystkich obiektywnych ekstensji zdań należących do $Fl_A^k(s^k)$
$\nu_i(s^k) =$ zbiór wszystkich obiektywnych ekstensji zdań należących do $\widetilde{Fl}_A^k(s^k)$.

Pierwsza z nich jest teorio-mnogościowa, druga dualnie teorio-mnogościowa, pozostałe nie mają żadnej z tych własności. Dwie ostatnie można by nazywać *obiektywnymi* reprezentacjami intensji, przez analogię do odpowiednich konstrukcji zwiazanych z obiektywnymi reprezentacjami ekstensji.

Zauważmy, że relacje $\sim_e$ oraz $\sim_i$ zależą istotnie od zbiorów $Ver(M)$ oraz $Fl(A)$, odpowiednio, a *nie* zależą od budowy składniowej wyrażeń. Suszko wprowadza dwie relacje: *strukturalnej równoważności ekstensjonalnej* $\approx_e$ oraz *strukturalnej równoważności intensjonalnej* $\approx_i$. Druga z nich, według Suszki, odpowiada omawianej przez Carnapa relacji *intensjonalnego izomorfizmu*; zatem pierwszą można by nazywać relacją *ekstensjonalnego izomorfizmu*. Pomijamy w tym miejscu precyzyjną definicję (poprzez indukcję strukturalną po budowie wyrażeń) tych relacji. Powiemy tylko, że relacje te scharakteryzowane mogą być przez następujący warunek: dla dowolnych wyrażeń w_1 i w_2, $w_1 \approx w_2$ wtedy i tylko wtedy, gdy w_1 i w_2 mają tę samą budowę składniową i stałe indywiduowe występujące w tych samych pozycjach składniowych w w_1 i w w_2 połączone są relacją $\sim$ (warunek ten dotyczy obu indeksów: e oraz i).

Relacje strukturalnej równoważności pozwalają rozważać problem reprezentacji *strukturalnych* ekstensji oraz intensji wyrażeń. Wprowadza się dwa pojęcia pierwotne:

$\mu_e(w) =$ strukturalna ekstensja wyrażenia w
$\mu_i(w) =$ strukturalna intensja wyrażenia w

i zakłada się, że spełniają one warunki:

$$\mu_e(w_1) = \mu_e(w_2) \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } w_1 \approx_e w_2$$
$$\mu_i(w_1) = \mu_i(w_2) \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } w_1 \approx_i w_2.$$

Jedną z możliwości reprezentacji strukturalnych intensji i ekstensji wyrażeń jest utożsamienie ich z klasami równoważności relacji $\approx_i$ oraz $\approx_e$.

Suszko zwraca uwagę na związek między strukturalnymi ekstensjami wyrażeń a pojęciem ko-denotacji wprowadzonym przez Ajdukiewicza podczas wykładu wygłoszonego na sesji Polskiego Towarzystwa Filozoficznego w Warszawie w 1958 roku (tekst wykładu nie został opublikowany). Istotne w konstrukcji Ajdukiewicza jest to, że ko-denotacje wyrażeń są pewnymi kompleksami denotacji wyrażeń prostych występujących w danym wyrażeniu i że struktura ko-denotacji wyrażenia jest izomorficzna z jego strukturą syntaktyczną.

* * *

W krótkiej notce „Noncreativity and Translatability in Terms of Intension" Suszko używa formalnych reprezentacji intensji i ekstensji wyrażeń w analizie procedury rozszerzania teorii. Niech T_1 (w języku L_1) będzie podteorią T_2 (w języku L_2). Zakładamy, że T_k (dla $k = 1, 2$) jest zbiorem wszystkich konsekwencji logicznych pewnego zbioru A_k formuł z języka L_k. Warunek, iż T_1 jest podteorią T_2 jest równoważny temu, że każde zdanie z A_1 wynika logicznie z A_2. Symbolem T_1/T_2 oznaczamy transformację T_1 w T_2 (a więc pewną relację między teoriami). Mówimy, że T_1/T_2 jest:

— *nietwórcza*, gdy każde zdanie języka L_1 będące twierdzeniem teorii T_2 jest też twierdzeniem teorii T_1;

— *przekładalna*, gdy dla każdego zdania p w L_2 istnieje zdanie q w L_1 takie, że równoważność $p \leftrightarrow q$ jest twierdzeniem T_2;

— *definicyjna*, gdy L_2 otrzymujemy z L_1 przez dodanie pewnych stałych pozalogicznych, a A_2 otrzymujemy przez dodanie do A_1 standardowych definicji tych stałych pozalogicznych.

Zauważmy, że jeśli T_1/T_2 jest definicyjna, to jest jednocześnie nietwórcza i przekładalna.

Dla $k = 1, 2$, jeśli p jest zdaniem w L_k, to oznaczmy przez int_k *intensję* p w T_k. Charakteryzujemy to pojęcie warunkiem:

$int_k(p) = int_k(q)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $p \leftrightarrow q$ jest twierdzeniem T_k.

Zbiór I_k to algebra Lindenbauma teorii T_k, z boolowskimi operacjami $-$, $\cdot$, $+$.

Jeśli p jest zdaniem w L_2, to intensję $int_2(p)$ nazywamy *starą* wtedy, gdy istnieje zdanie q w L_1 takie, że $int_2(p) = int_1(q)$ (w przeciwnym przypadku $int_2(p)$ nazywamy *nową*). Widać, że $int_2(p)$ jest stara dla każdego zdania p z L_1. Niech I_2^+ oznacza zbiór wszystkich starych intensji zdań z L_2. Oczywiście $I_2^+ \subseteq I_2$ oraz I_2^+ jest podalgebrą I_2.

Odwzorowanie $H : I_1 \longrightarrow I_2^+$ zdefiniowane warunkiem $H(int_1(p)) = int_2(p)$ jest homomorfizmem I_1 na I_2^+ i, w konsekwencji, homomorfizmem I_1 w I_2.

Własności przekładalności i nietwórczości wiążą się z własnościami odwzorowania H, co ukazują następujące dwa twierdzenia podane przez Suszkę w omawianej pracy:

1. Transformacja T_1/T_2 jest nietwórcza wtedy i tylko wtedy, gdy H jest izomorfizmem między I_1 a I_2^+.

2. Transformacja T_1/T_2 jest nietwórcza i przekładalna wtedy i tylko wtedy, gdy H jest izomorfizmem między I_1 a I_2.