

Imię i nazwisko: OBRÓŃCY PRAWDY

Wybierz dokładnie cztery z poniższych pięciu zadań i spróbuj je rozwiązać. Za każde poprawnie rozwiązane zadanie możesz otrzymać co najwyżej sto punktów. Uzyskanie łącznie co najmniej 200 punktów oznacza zdany egzamin. O liczbie przyznanych punktów oraz ocenie decyduję ja.

1. Zbadaj, czy następujące wnioskowanie przebiega wedle reguły niezawodnej:

Premiera wskazuje Prezydent lub Prezes. Jeśli Premiera wskazuje Prezydent, to nie robi tego Prezes. Wynika z tego, że Prezes nie ma nic wspólnego z Prezydentem.

2. Pokaż, że w systemie założeniowym KRZ można wyprowadzić formułę β z następującego zbioru formuł:

$$\{ (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma, \neg\gamma \wedge \neg\delta, (\alpha \rightarrow \beta) \vee \lambda, \lambda \rightarrow (\gamma \vee \beta) \}.$$

3. Czy wniosek wynika tablicowo z przesłanek? Jeśli wynika, to napisz odpowiedź pełnym zdaniem. Jeśli nie wynika, to zbuduj świat, w którym prawdziwe są przesłanki, a fałszywy wniosek.

Wszystkie Myszaste są Ogoniaste. Ponadto, pewien Ogoniasty jest Pierzasty. Wynika z tego, że wśród Pierzastych jest Myszasty.

4. Ustal, czy wniosek $\exists x\forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x))$ wynika tablicowo z przesłanki: $\forall x\forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x)) \wedge \exists x\forall y P(x, y)$.

5. Sformułuj:

1. Semantyczne twierdzenie o dedukcji nie wprost w KRZ.
2. Prawo *modus ponens* w KRZ.

Pisz i rysuj wyraźnie. Jasno formułuj czynione założenia. Odpowiedzi podawaj pełnym poprawnym zdaniem języka polskiego. Każde zadanie rozwiązujesz na awersie jednej z dostarczonych kartek.

Imię i nazwisko:POGROMCY FAŁSZU

Wybierz dokładnie cztery z poniższych pięciu zadań i spróbuj je rozwiązać. Za każde poprawnie rozwiązane zadanie możesz otrzymać co najwyżej sto punktów. Uzyskanie łącznie co najmniej 200 punktów oznacza zdany egzamin. O liczbie przyznanych punktów oraz ocenie decyduje ja.

1. Zbadaj, czy następujące wnioskowanie przebiega wedle reguły niezawodnej:

Premiera wskazuje Prezydent lub Prezes. Jeśli Premiera nie wskazuje Prezydent, to robi to Prezes. Wynika z tego, że Prezes nie ma nic wspólnego z Prezydentem.

2. Pokaż, że w systemie założeniowym KRZ można wyprowadzić formułę λ z następującego zbioru formuł:

$$\{ (\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma, \neg\delta, (\gamma \vee \delta) \rightarrow \lambda, \delta \vee \alpha \}.$$

3. Czy wniosek wynika tablicowo z przesłanek? Jeśli wynika, to napisz odpowiedź pełnym zdaniem. Jeśli nie wynika, to zbuduj świat, w którym prawdziwe są przesłanki, a fałszywy wniosek.

Co najmniej jeden Pierzasty jest Ogoniasty. Co więcej, każdy Myszasty jest Pierzasty. Wynika z tego, że pewien Ogoniasty jest Myszasty.

4. Ustal, czy wniosek $\exists x (P(x) \wedge Q(x, x))$ wynika tablicowo z przesłanki: $\exists x (P(x) \wedge \forall y (P(y) \rightarrow Q(y, x)))$.

5. Sformułuj:

1. Semantyczne twierdzenie o dedukcji wprost w KRZ.
2. Prawo *modus tollens* w KRZ.

Pisz i rysuj wyraźnie. Jasno formułuj czynione założenia. Odpowiedzi podawaj pełnym poprawnym zdaniem języka polskiego. Każde zadanie rozwiązujesz na awersie jednej z dostarczonych kartek.

Wszystkie z podanych zadań były rozwiązywane podczas kursu – rozwiązania te są dostępne na stronie internetowej przedmiotu.

1. Znajdujemy zdania proste i budujemy schemat tego wnioskowania:

p — Premiera wskazuje Prezydent.

q — Premiera wskazuje Prezes.

r — Prezes nie ma nic wspólnego z Prezydentem.

$$\frac{p \vee q}{p \rightarrow \neg q} r$$

Czy istnieje co najmniej jedno wartościowanie zmiennych zdaniowych przy którym obie przesłanki tej reguły są prawdziwe, a wniosek fałszywy? Wystarczy sprawdzić, czy formuły $p \vee q$ oraz $p \rightarrow \neg q$ mogą być prawdziwe przy jakimkolwiek wartościowaniu, przy którym r jest fałszywa:

p	q	$\neg q$	$p \vee q$	$p \rightarrow \neg q$
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

Widać więc, że przy wartościowaniach w_1 oraz w_2 takich, że:

$$Val(p, w_1) = 0, Val(q, w_1) = 1, Val(r, w_1) = 0$$

$$Val(p, w_2) = 1, Val(q, w_2) = 0, Val(r, w_2) = 0$$

przesłanki reguły są obie prawdziwe, a jej wniosek fałszywy. Reguła jest zawodna, jej wniosek *nie* wynika logicznie z przesłanek. Są też inne, śmiesznie krótkie rozwiązania tego zadania. Widzisz je?

2. Budujemy dowód założeniowy:

1. $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma$ założenie
2. $\neg \gamma \wedge \neg \delta$ założenie
3. $(\alpha \rightarrow \beta) \vee \lambda$ założenie
4. $\lambda \rightarrow (\gamma \vee \beta)$ założenie
5. $\neg \gamma$ OK: 2
6. $\neg(\alpha \rightarrow \beta)$ MT: 1,5
7. λ OA: 3,6
8. $\gamma \vee \beta$ RO: 4,7
9. β OA: 8,5.

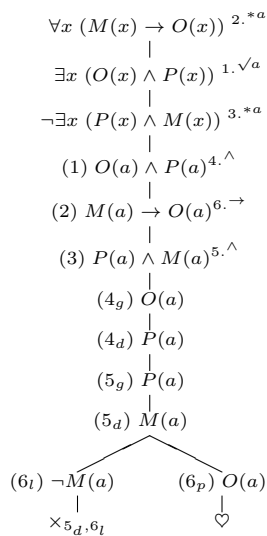
3. Wprowadźmy oznaczenia:

- $P(x)$ – x jest Pierzasty
- $M(x)$ – x jest Myszasty
- $O(x)$ – x jest Ogoniasty.

Rozważane wnioskowanie ma następujący schemat:

$$\frac{\forall x (M(x) \rightarrow O(x)) \quad \exists x (O(x) \wedge P(x))}{\exists x (P(x) \wedge M(x))}$$

Budujemy tablicę analityczną dla przesłanek oraz zaprzeczonego wniosku:



Tablica ma jedną gałąź otwartą, a zatem wniosek nie wynika tablicowo z przesłanek. Interpretacją, w której prawdziwe są przesłanki natomiast fałszywy jest wniosek jest:

♥	P	M	O
a	+	+	+

4. Budujemy tablicę analityczną dla przesłanki oraz zaprzeczonego wniosku, czyli dla: $\forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x)) \wedge \exists x \forall y P(x, y)$ oraz $\neg \exists x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x))$:

$$\begin{array}{c}
\forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x)) \wedge \exists x \forall y P(x, y) \quad 1. \wedge \\
| \\
\neg \exists x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x)) \quad 3. *a \\
| \\
(1_g) \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x)) \quad 4. *a \\
| \\
(1_a) \exists x \forall y P(x, y) \quad 2. \vee^a \\
| \\
(2) \forall y P(a, y) \\
| \\
(3) \neg \forall y (P(a, y) \rightarrow P(y, a)) \\
| \\
(4) \forall y (P(a, y) \rightarrow P(y, a)) \\
| \\
\times_{3,4}
\end{array}$$

Wszystkie gałęzie tablicy dla przesłanki oraz zaprzeczonego wniosku są zamknięte, a to oznacza, że wniosek wynika tablicowo z przesłanki.

5.

1. Semantyczne twierdzenie o dedukcji nie wprost w KRZ.

Dla dowolnych $X \subseteq F_{KRZ}$, $\alpha \in F_{KRZ}$, $\beta \in F_{KRZ}$ zachodzą następujące równoważności:

- (a) $X \cup \{\alpha\} \models_{krz} \{\beta, \neg\beta\}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $X \models_{krz} \neg\alpha$.
- (b) $X \cup \{\neg\alpha\} \models_{krz} \{\beta, \neg\beta\}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $X \models_{krz} \alpha$.

2. Prawo *modus ponens* w KRZ: $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$.

Wszystkie z podanych zadań były rozwiązywane podczas kursu – rozwiązania te są dostępne na stronie internetowej przedmiotu.

1. Znajdujemy zdania proste i budujemy schemat tego wnioskowania:

p — Premiera wskazuje Prezydenta.

q — Premiera wskazuje Prezesa.

r — Prezes nie ma nic wspólnego z Prezydentem.

$$\frac{p \vee q \quad \neg p \rightarrow q}{r}$$

Czy istnieje co najmniej jedno wartościowanie zmiennych zdaniowych przy którym obie przesłanki tej reguły są prawdziwe, a wniosek fałszywy? Wystarczy sprawdzić, czy formuły $p \vee q$ oraz $\neg p \rightarrow q$ mogą być prawdziwe przy jakimkolwiek wartościowaniu, przy którym r jest fałszywa:

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$\neg p \rightarrow q$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1

Widać więc, że przy wartościowaniach w_1, w_2 oraz w_3 takich, że:

$$Val(p, w_1) = 0, Val(q, w_1) = 1, Val(r, w_1) = 0$$

$$Val(p, w_2) = 1, Val(q, w_2) = 0, Val(r, w_2) = 0$$

$$Val(p, w_3) = 1, Val(q, w_3) = 1, Val(r, w_3) = 0$$

przesłanki reguły są obie prawdziwe, a jej wniosek fałszywy. Reguła jest zawodna, jej wniosek **nie** wynika logicznie z przesłanek. Są też inne, śmiesznie krótkie rozwiązania tego zadania. Widzisz je?

2. Budujemy dowód założeniowy:

1. $(\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma$ założenie
2. $\neg \delta$ założenie
3. $(\gamma \vee \delta) \rightarrow \lambda$ założenie
4. $\delta \vee \alpha$ założenie
5. α OA: 4,2
6. $\alpha \vee \beta$ DA: 5
7. γ RO: 1,6
8. $\gamma \vee \delta$ DA: 7
9. λ RO: 3,8.

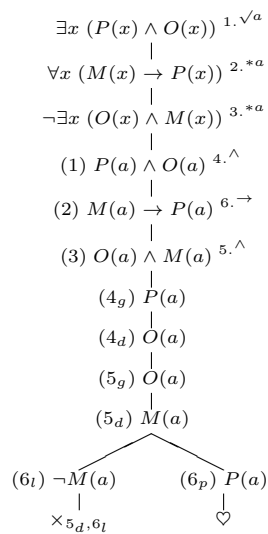
3. Wprowadźmy oznaczenia:

- $P(x)$ – x jest Pierzasty
- $M(x)$ – x jest Myszasty
- $O(x)$ – x jest Ogoniasty.

Rozważane wnioskowanie ma następujący schemat:

$$\frac{\exists x (P(x) \wedge O(x)) \quad \forall x (M(x) \rightarrow P(x))}{\exists x (O(x) \wedge M(x))}$$

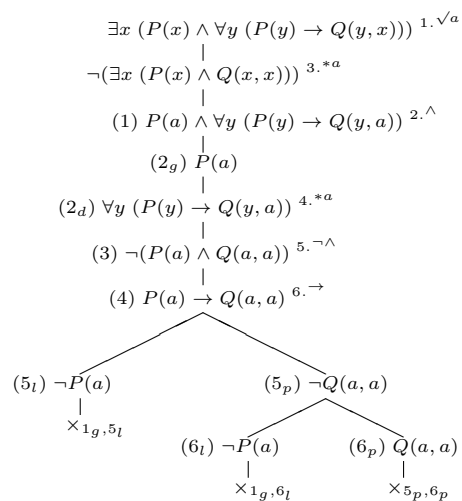
Budujemy tablicę analityczną dla przesłanek oraz zaprzeczonego wniosku:



Tablica ma jedną gałąź otwartą, a zatem wniosek nie wynika tablicowo z przesłanek. Interpretacją, w której prawdziwe są przesłanki natomiast fałszywy jest wniosek jest:

♥	P	M	O
a	+	+	+

4. Budujemy tablicę analityczną dla przesłanki oraz zaprzeczonego wniosku, czyli dla: $\exists x (P(x) \wedge \forall y (P(y) \rightarrow Q(y, x)))$ oraz $\neg(\exists x (P(x) \wedge Q(x, x)))$:



Wszystkie gałęzie tablicy dla przesłanki oraz zaprzeczonego wniosku są zamknięte, a to oznacza, że wniosek wynika tablicowo z przesłanki.

5.

1. Semantyczne twierdzenie o dedukcji wprost w KRZ.

Dla dowolnych $X \subseteq F_{KRZ}$, $\alpha \in F_{KRZ}$, $\beta \in F_{KRZ}$ zachodzą następujące implikacje:

- (a) Jeśli $X \cup \{\alpha\} \models_{krz} \beta$, to $X \models_{krz} \alpha \rightarrow \beta$.
- (b) Jeśli $X \models_{krz} \alpha \rightarrow \beta$, to $X \cup \{\alpha\} \models_{krz} \beta$.

2. Prawo *modus tollens* w KRZ: $((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$.