Logika Matematyczna I JiNoI 20 listopada 2013

Imię i nazwisko: .... NIMFY Z CZARCIEGO JEZIORA

1. Zbadaj, czy następujące wnioskowanie przebiega wedle reguły niezawodnej: *Premiera wskazuje Prezydent lub Prezes. Jeśli Premiera wskazuje Prezydent, to nie robi tego Prezes. Stąd wniosek, że Prezes nie ma nic wspólnego z Prezydentem.*

Rozwiązanie. Znajdujemy zdania proste i budujemy schemat tego wnioskowania:

p — Premiera wskazuje Prezydent.

q — Premiera wskazuje Prezes.

r — Prezes nie ma nic wspólnego z Prezydentem.

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ p \rightarrow \neg q \end{array}}{r}$$

Czy istnieje co najmniej jedno wartościowanie zmiennych zdaniowych przy którym obie przesłanki tej reguły są prawdziwe, a wniosek fałszywy? Wystarczy sprawdzić, czy formuły $p \vee q$ oraz $p \rightarrow \neg q$ mogą być prawdziwe przy jakimkolwiek wartościowaniu, przy którym r jest fałszywa:

p	q	$\neg q$	$p \vee q$	$p \rightarrow \neg q$
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0

Widać więc, że przy wartościowaniach w_1 oraz w_2 takich, że:

$Val(p, w_1) = 0, Val(q, w_1) = 1, Val(r, w_1) = 0$

$Val(p, w_2) = 1, Val(q, w_2) = 0, Val(r, w_2) = 0$

przesłanki reguły są obie prawdziwe, a jej wniosek fałszywy. Reguła jest zawodna, jej wniosek ***nie*** wynika logicznie z przesłanek. Są też inne, śmiesznie krótkie rozwiązania tego zadania. Widzisz je?

2. Sprawdź, czy następujący zbiór formuł języka KRZ jest semantycznie niesprzeczny: $\{\ p \rightarrow q,\ r \rightarrow s,\ \neg q \vee r,\ p \wedge \neg s\ \}$.

Rozwiązanie. Przypuśćmy, że istnieje wzz w takie, że wszystkie te formuły mają przy nim wartość 1. Wtedy:

1. Skoro $Val(p \wedge \neg s, w) = 1$, to $Val(p, w) = 1$ oraz $Val(\neg s, w) = 1$, czyli $Val(s, w) = 0$.
2. Skoro $Val(p \rightarrow q, w) = 1$ oraz $Val(p, w) = 1$, to $Val(q, w) = 1$.
3. Skoro $Val(\neg q \vee r, w) = 1$ oraz $Val(\neg q, w) = 0$ (bo $Val(q, w) = 1$), to $Val(r, w) = 1$.
4. Skoro $Val(r \rightarrow s, w) = 1$ oraz $Val(r, w) = 1$, to $Val(s, w) = 0$.
5. Przypuszczenie, że istnieje wzz w takie, że wszystkie podane formuły mają przy nim wartość 1 doprowadziło zatem do konieczności uznania, że: $Val(s, w) = 1$ oraz $Val(s, w) = 0$. To jest niemożliwe, a więc nie istnieje wzz w takie, że wszystkie podane formuły mają przy nim wartość 1.
6. Rozważany zbiór formuł jest więc semantycznie sprzeczny.

3. Sformułuj semantyczne twierdzenie o dedukcji nie wprost.

Twierdzenie o dedukcji nie wprost (wersja semantyczna).
Dla dowolnych $X \subseteq F_{KRZ}$, $\alpha \in F_{KRZ}$, $\beta \in F_{KRZ}$ zachodzą następujące równoważności:

- $X \cup \{\alpha\} \models_{krz} \{\beta, \neg\beta\}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $X \models_{krz} \neg\alpha$.
- $X \cup \{\neg\alpha\} \models_{krz} \{\beta, \neg\beta\}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $X \models_{krz} \alpha$.

Wymień znane ci obowiązki studenta:

Podstawowym obowiązkiem studenta jest: ***uczyć się***. Jest to jednocześnie jego podstawowe prawo.

Logika Matematyczna I JiNoI 20 listopada 2013

Imię i nazwisko:...WAMPIRY Z DIABELSKIEJ GÓRY

1. Zbadaj, czy następujące wnioskowanie przebiega wedle reguły niezawodnej: *Premiera wskazuje Prezydent lub Prezes. Jeśli Premiera nie wskazuje Prezydent, to robi to Prezes. Stąd wniosek, że Prezes nie ma nic wspólnego z Prezydentem.*

Rozwiązanie. Znajdujemy zdania proste i budujemy schemat tego wnioskowania:

p — Premiera wskazuje Prezydent.

q — Premiera wskazuje Prezes.

r — Prezes nie ma nic wspólnego z Prezydentem.

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \rightarrow q \end{array}}{r}$$

Czy istnieje co najmniej jedno wartościowanie zmiennych zdaniowych przy którym obie przesłanki tej reguły są prawdziwe, a wniosek fałszywy? Wystarczy sprawdzić, czy formuły $p \vee q$ oraz $\neg p \rightarrow q$ mogą być prawdziwe przy jakimkolwiek wartościowaniu, przy którym r jest fałszywa:

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$\neg p \rightarrow q$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1

Widać więc, że przy wartościowaniach w_1, w_2 oraz w_3 takich, że:

$Val(p, w_1) = 0, Val(q, w_1) = 1, Val(r, w_1) = 0$

$Val(p, w_2) = 1, Val(q, w_2) = 0, Val(r, w_2) = 0$

$Val(p, w_3) = 1, Val(q, w_3) = 1, Val(r, w_3) = 0$

przesłanki reguły są obie prawdziwe, a jej wniosek fałszywy. Reguła jest zawodna, jej wniosek ***nie*** wynika logicznie z przesłanek. Są też inne, śmiesznie krótkie rozwiązania tego zadania. Widzisz je?

2. Sprawdź, czy następujący zbiór formuł języka KRZ jest semantycznie niesprzeczny: $\{\ p \rightarrow \neg q,\ q \rightarrow \neg r,\ s \rightarrow q,\ s,\ p \vee r\ \}$.

Rozwiązanie. Przypuśćmy, że istnieje wzz w takie, że wszystkie te formuły mają przy nim wartość 1. Wtedy:

1. Skoro $Val(s \rightarrow q, w) = 1$ oraz $Val(s, w) = 1$, to $Val(q, w) = 1$.
2. Skoro $Val(q \rightarrow \neg r, w) = 1$ oraz $Val(q, w) = 1$, to $Val(\neg r, w) = 1$, czyli $Val(r, w) = 0$.
3. Skoro $Val(p \vee r, w) = 1$ oraz $Val(r, w) = 0$, to $Val(p, w) = 1$.
4. Skoro $Val(p \rightarrow \neg q, w) = 1$ oraz $Val(p, w) = 1$, to $Val(\neg q, w) = 1$, czyli $Val(q, w) = 0$.
5. Przypuszczenie, że istnieje wzz w takie, że wszystkie podane formuły mają przy nim wartość 1 doprowadziło zatem do konieczności uznania, że: $Val(q, w) = 1$ oraz $Val(q, w) = 0$. To jest niemożliwe, a więc nie istnieje wzz w takie, że wszystkie podane formuły mają przy nim wartość 1.
6. Rozważany zbiór formuł jest więc semantycznie sprzeczny.

3. Sformułuj semantyczne twierdzenie o dedukcji wprost.

Twierdzenie o dedukcji wprost (wersja semantyczna).
Dla dowolnych $X \subseteq F_{KRZ}$, $\alpha \in F_{KRZ}$, $\beta \in F_{KRZ}$ zachodzą następujące implikacje:

- Jeśli $X \cup \{\alpha\} \models_{krz} \beta$, to $X \models_{krz} \alpha \rightarrow \beta$.
- Jeśli $X \models_{krz} \alpha \rightarrow \beta$, to $X \cup \{\alpha\} \models_{krz} \beta$.

Wymień znane ci obowiązki studenta:

Podstawowym obowiązkiem studenta jest: ***uczyć się***. Jest to jednocześnie jego podstawowe prawo.