

SPRYTNY GANGSTER

Czyli ABC logiki predykatów

PROBLEM POLICJI

- *PRL* ma nowego gangstera,
- Udało się go złapać,
- Złożył następujące zeznanie:

Popełniłem wszystkie przestępstwa z użyciem dwustronnego kilofa.

W ostatnim napadzie na bank użyto dwustronnego kilofa.

Czy oskarżonego można na tej podstawie skazać za ostatni napad na bank?

PROBLEM POLICJI

W klasycznym rachunku zdań:

KRZ:

$$\frac{p}{q}$$
$$\frac{q}{r}$$

A więc **nie wynika**.

Podjezranego nie można skazać.

PROBLEM POLICJI

Kolejne zeznanie:

W naszym gangu są inteligentni mordercy.

Czy wystarczy to by podejrzewać, że ktoś z gangu popełnił morderstwo?

PROBLEM POLICJI

W klasycznym rachunku zdań:

p (*W naszym gangu są inteligentni mordercy*)

r (*W naszym gangu jest przynajmniej jeden morderca*)

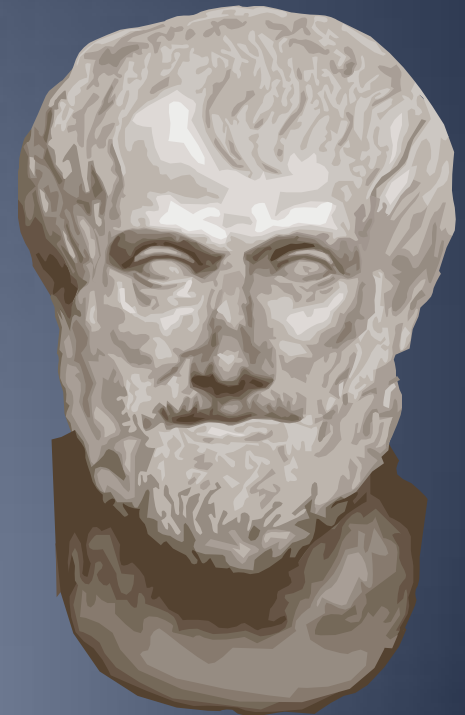
A więc **nie wynika**.

Podjezranego nie można skazać.

WNIOSEK

Potrzebujemy narzędzia, które pomoże nam „uchwycić” te wnioskowania.

Będzie to *Klasyczny Rachunek Predykatów* (KRP), który zaprezentuje nam światowej klasy specjalista w tej sprawie **Predyktor Roztropny**



PO CO MI TO?

Jeżeli Antoni jest gangsterem, to Antoni zginie od kuli.

Antoni jest gangsterem.

Antoni zginie od kuli.

Intuicyjnie: Wynika

KRZ:

$$\frac{p \rightarrow q}{p} \\ \hline q$$

Wynika

Antoni jest gangsterem.
Wszyscy gangsterzy giną od kuli.

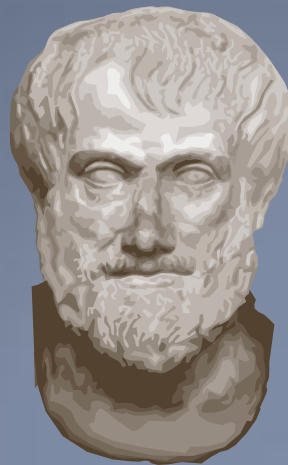
Antoni zginie od kuli.

Intuicyjnie: Wynika

KRZ:

$$\frac{p}{q} \\ \hline r$$

Nie wynika



PO CO MI TO?

1. Kleofas jest gangsterem.
2. Janina jest gangsterem.
3. Ktoś jest gangsterem.
4. Wszyscy są gangsterami.

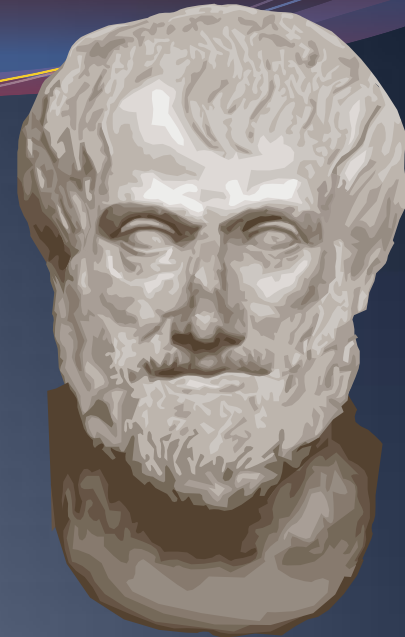
W KRZ:

p

q

r

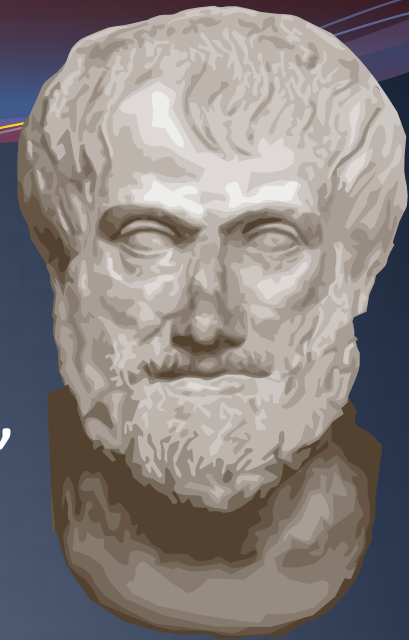
s



A jednak:

- ✓ Wszystkie te zdania orzekają o tej samej własności *bycia gangsterem*
- ✓ Orzekają więc to samo, choć o innych przedmiotach
- ✓ Zdania (1) i (2) orzekają coś o konkretnych indywidualnych osobach
- ✓ Zdania (3) i (4) orzekają ogólnie – o niektórych osobach lub o wszystkich osobach

PO CO MI TO?



Właśnie po to, żeby „widzieć” te różnice,
BO *logika predykatów*:

- ✓ Pozwala wniknąć w głąb zdań prostych
- ✓ „Zauważa”, że nawet zdania bez spójników prawdziwościowych mają złożoną strukturę
- ✓ Pozwala bardziej dokładnie oddawać sensy wyrażeń języka naturalnego

PRZEKONANI?



Symbole w *Klasycznym Rachunku Predykatów*:

1. Spójniki prawdziwościowe: $\vee, \wedge, \equiv, \rightarrow, \neg$
2. *Zmienne indywidualowe*: reprezentują przedmioty danego rodzaju: x, y, z
3. *Stałe (indywidualne)*: a, b, c
4. *Predykaty*: nazwy własności lub stosunków, które przysługują przedmiotom danego rodzaju: $P, Q, R...$
5. *Duży kwantyfikator*: oznaczający dla każdego \forall
6. *Mały kwantyfikator*: oznaczający istnieje taki..., że \exists

SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

- Antoni jest gangsterem.

$G(x)$ – predykat: *x jest gangsterem*

a – stała indywidualna: Antoni

$G(a)$

- Wszyscy gangsterzy giną od kuli

$K(x)$ – predykat: *x ginie od kuli*

$\forall x (G(x) \rightarrow K(x))$

SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

W naszym gangu są inteligentni mordercy.

$G(x)$ – *predykat*: x jest w gangu

$I(x)$ – *predykat*: x jest inteligentny

$M(x)$ – *predykat*: x jest mordercą

$$\exists x (G(x) \wedge I(x) \wedge M(x))$$

SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

$G(x)$ – predykat: *x jest gangsterem*

1. Kleofas jest gangsterem.

$G(k)$

2. Janina jest gangsterem.

$G(j)$

3. Ktoś jest gangsterem.

$\exists x (G(x))$

4. Wszyscy są gangsterami.

$\forall x (G(x))$

SPRÓBUJMY Z POZNANYMI ZDANIAMI

Popełniłem wszystkie przestępstwa z użyciem dwustronnego kilofa.

p – stała indywidualna: *podejrzany*

$K(x)$ – *predykat*: x jest przestępstwem popełnionym z użyciem dwustronnego kilofa

$P(x,y)$ – *predykat*: x popełnił y

$$\forall x(K(x) \rightarrow P(p,x))$$

W ostatnim napadzie na bank użyto dwustronnego kilofa.

b – stała indywidualna: *ostatni napad na bank*

$$K(b)$$

JESZCZE KILKA POJĘĆ



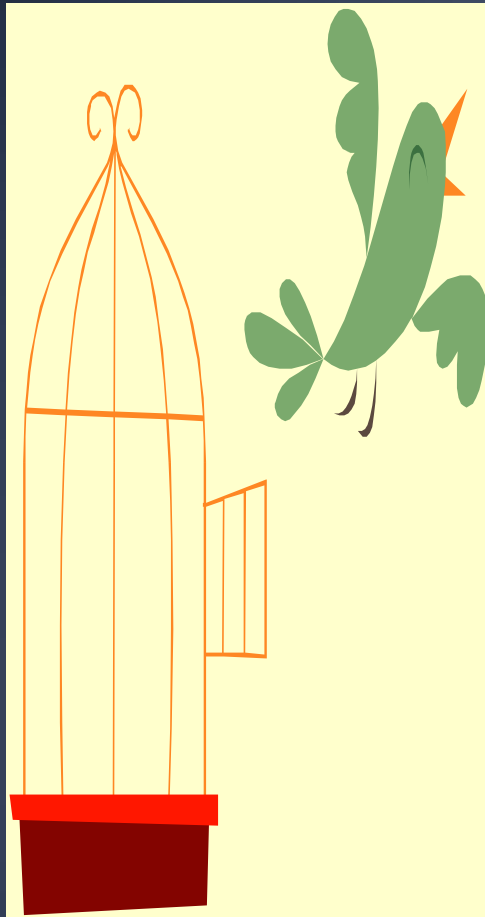
ZMIENNA ZWIĄZANA:

„Zmienna występująca w funkcji zdaniowej, którą poprzedza kwantyfikator opatrzony symbolem tej zmiennej”

(Stanosz 1985)

Zmienna, której dotyczy przynajmniej jeden poprzedzający ją kwantyfikator.

JESZCZE KILKA POJĘĆ



ZMIENNA WOLNA

„Zmienna, która nie jest w danym wyrażeniu związana przez żaden kwantyfikator”

(Stanosz 1985)

Zmienna, której nie dotyczy żaden pojawiający się przed nią kwantyfikator.

JESZCZE KILKA POJĘĆ



ZASIĘG KWANTYFIKATORA:

„Wyrażenie α w dowolnej formule postaci $\forall x_n(\alpha)$ lub $\exists x_n(\alpha)$ nazywamy zasięgiem odpowiedniego kwantyfikatora.”

(Pogonowski 2008)

JESZCZE KILKA POJĘĆ



Kwantyfikatory wiążą mocniej niż spójniki zdaniowe,

zatem

(w uproszczeniu) jeżeli w danej formule **NIE** występują nawiasy, to kwantyfikatory wiążą tylko zmienne występujące bezpośrednio przy nich.



PORA ĆWICZEŃ

Założmy, że każda zmienna w poniższych formułach odpowiada jednemu przestępcy.

Należy zwolnić tych, którzy nie są związani ;).

1. $\forall x P(x) \rightarrow Q(x)$
2. $\forall x (P(x,y) \rightarrow \exists y (Q(x) \wedge R(x,y)))$
3. $\exists x (P(x) \wedge \forall z (Q(z) \rightarrow R(x,z)))$
4. $\exists x (P(x) \wedge \forall y (Q(y) \rightarrow R(x,y)))$
5. $\forall x \exists y (P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow \neg (R(x) \wedge S(y))$



PORA ĆWICZEŃ

Aby zмагаć się dalej z *PRL* musimy umieć przekładać na zapis logiczny ich *nowe, sprytniejsze zdania*:

1. Każdy popełnił przestępstwo.
2. Nie wszyscy są uczciwymi obywatelami
3. Nikt nie jest bez winy.
4. Niektórzy są bezwzględnyimi przestępcami.



PORA ĆWICZEŃ

Pora na nieco trudniejsze przykłady:

1. Pospolici Złodzieje biegają szybciej od Prawdziwych Mafiosów, ale Prawdziwi Mafiosi żyją dłużej od nich.
2. Niektórzy Smutni Mordercy płaczą głośniejsze od jakichkolwiek Wesółych Dusicieli.
3. Jeśli Pospolici Złodzieje biegają szybciej od Prawdziwych Mafiosów, to ich okradają.
4. Niektórzy Ponurzy Włamywacze są bardziej podobni do pewnych Specjalistów od Mokrej Roboty niż do jakichkolwiek Pospolitych Złodziei.