

POSZUKIWANY/POSZUKIWANA

*Czyli o tautologiach, kontrtautologiach i zbiorach zdań
semantycznie niesprzecznych*

CO WIEM Z DRZEWA?

- OTWARTA GAŁĄŻ –
wartościowanie, przy którym formuła w korzeniu jest prawdziwa.
- WSZYSTKIE GAŁĘZIE ZAMKNIĘTE –
nie istnieje wartościowanie, dla którego formuła w korzeniu jest prawdziwa *stąd* jest ona *zawsze fałszywa*
- MIN. JEDNA GAŁĄŻ OTWARTA –
istnieje wartościowanie, dla którego formuła w korzeniu jest prawdziwa

PO CO DRZEWA?

M.in. by stwierdzić:

- ✓ Czy dana formuła jest tautologią lub kontrtautologią
- ✓ Czy dany zbiór formuł jest semantycznie niesprzeczny
- ✓ Czy wniosek aby na pewno wynika z przesłanek

Która to wiedza jest **bardzo** przydatna w ściganiu przestępców z PRL.



DZIŚ

W nocy ujęto kilkunastu groźnych przestępców.

Udało się ich przesłuchać tylko pobieżnie.

Na podstawie ich zeznań należy ustalić, czy należą do gangu *Perfidnych Rozbójników Logicznych*.

Wiadomo, że ich wypowiedzi wyróżniają się specyficzną konstrukcją logiczną.

Należą do trzech typów.



TYP 1 – ANTYTAUTOLOGIK ZŁOŚLIWY

Nigdy nie wypowiada zdań,
których schematy nazywanych
TAUTOLOGIAMI.



„Formuła rachunku zdań jest *tautologią* tego działu logiki zawsze i tylko wtedy, gdy jest schematem zdań wyłącznie prawdziwych”

(Stanosz 1985)

Innymi słowy:

Gdy przy każdym wartościowaniu
otrzymujemy zdanie prawdziwe.

ZADANIE

Należy **udowodnić**, że przestuchiwane osoby należą do typu 1.



Trzeba więc pokazać, że wypowiedane przez nich zdania **nie są** schematami tautologii.

Jak to zrobić?

Oczywiście przy pomocy **drzew semantycznych**.

PODEJRZANY 1



Skoro jeżeli wczoraj grałem w pokera lub byłem w kinie to nie jest tak, że napadłem na bank, więc nie grałem w pokera i byłem w kinie lub napadłem na bank.

$$((p \vee q) \rightarrow \neg r) \rightarrow ((\neg p \wedge q) \vee r)$$

Wniosek: Natychmiast aresztować!

PODEJRZANY 2



Skoro, jeżeli wczoraj napadłem na bank to jestem przestępcą lub byłem w złym czasie w złym miejscu, to jeżeli jestem przestępcą i byłem w złym czasie w złym miejscu, to nie jest prawdą, że napadłem wczoraj na bank.

$$((p \rightarrow (q \vee r)) \rightarrow ((q \wedge r) \rightarrow \neg p))$$

Wniosek: Uwięzić natychmiast!

PODSUMUJMY

Aby udowodnić niewinność, a więc dowieść, że schemat badanego zdania **jest tautologią** czynimy, co następuje:

1. Zakładamy, że schemat ten nie jest tautologią *a więc*
2. Że istnieje wartościowanie, przy którym jest on fałszywy, *stąd*
3. Zaprzeczony schemat umieszczamy w pniu drzewa *a następnie*
4. Sprawdzamy, czy zamkną się wszystkie gałęzie
5. *Jeżeli TAK* – badany schemat jest tautologią

PODSUMUJMY

Taki sposób dowodzenia nazywamy **dowodem apagogicznym**

innymi słowy: **dowodem nie wprost.**

Opiera się on na prawdzie starej jak świat:

$$p \vee \neg p.$$

Zatem jeśli chcę dowieść, że p , to wystarczy wykluczyć, że $\neg p$.

I tak właśnie czynimy 😊: Udowadniając, że schemat danej formuły jest tautologią po prostu wykluczamy, że nią nie jest.

TYP 2 – KONTRTAUTOLOGIK POSPOLITY



Jego cechą charakterystyczną jest wypowiedzianie zdań będących wyłącznie schematami **kontrtautologii**.

„Formuły, które przy każdym wartościowaniu przyjmują wartość 0 nazywamy kontrtautologiami KRZ.”

(Pogonowski 2008)

Innymi słowy: gdy przy żadnym z podstawień nie otrzymujemy formuły prawdziwej.



Jak go rozgryźć?

Znów apagogicznie, czyli

1. Zakładamy, że badana formuła jest prawdziwa.
2. Budujemy drzewo semantyczne.
3. Jak wszystkie gałęzie się zamkną – podejrzanego należy uwięzić – wypowiedziane przez niego zdanie miało **schemat kontrtautologii**.

PODEJRZANY 4

Nie zabijam zupełnie niewinnych staruszek lub kradnę dzieciom lizaki, zawsze i tylko wtedy gdy nie jest prawdą, że skoro zabijam niewinne staruszki (święć Panie nad ich duszą) to kradnę dzieciom lizaki.



$$(\neg p \vee q) \equiv \neg(p \rightarrow q)$$

Wniosek: Winny! Skazać natychmiast!

PODSUMUJMY

Wiemy:

- ✓ Co to jest TAUTOLOGIA
- ✓ Co to jest KONTRTAUTOLOGIA
- ✓ Co to jest DOWÓD APAGOGICZNY

PODSUMUJMY

Umiemy (przy pomocy drzew semantycznych):

- ✓ *nie wprost* dowieść, że schemat zdania jest tautologią
- ✓ *nie wprost* dowieść, że schemat zdania jest kontrtautologią

ZA TYDZIEŃ

Sprawdzimy, czy policja potrafi wyciągać właściwe wnioski z dostępnych przesłanek,
czyli

o wnioskowaniach logicznych słów kilka.

Bibliografia:

B. Stanosz, *Wprowadzenie do logiki formalnej. Podręcznik dla humanistów.*, Warszawa 1985

J. Pogonowski, *Wykłady z logiki matematycznej*, rok akademicki 2007/2008; źródło:

www.logic.amu.edu.pl