Zagadki

Wykład Fakultatywny, Semestr Letni 2015–2016

Kognitywistyka UAM (III, IV, V)

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki i Kognitywistyki UAM
www.kognitywistyka.amu.edu.pl
www.logic.amu.edu.pl/index.php/Dydaktyka
pogon@amu.edu.pl

1 O czym będzie ten wykład?

Jak w tytule: będzie o *zagadkach*. Każda zagadka zawiera pytanie. Każda zagadka jest żądaniem podania jej rozwiązania. Czasami ważniejszy od samego rozwiązania jest sposób dochodzenia do niego. Istotne są zatem pomysły, metody, techniki, itp. stosowane w rozwiązywaniu zagadek. Będziemy przyglądać się w jaki sposób *myśl poczęta* przez postawienie zagadki rozwija się w kierunku podania jej rozwiązania. Możesz więc traktować ten wykład jako intelektualny odpowiednik przebywania na basenie, w siłowni, na bieżni, itp. Krótko mówiąc: możesz uważać uczestnictwo w tym wykładzie za *trening intelektualny* w rozwiązywaniu problemów. Ponadto interesować nas będzie również to, jak *poprawnie* (pod względem formalnym i merytorycznym) *formułować* problemy.

1.1 Rodzaje zagadek

Czym właściwie są zagadki? Jakie są podstawowe typy zagadek? Które zagadki są ważne, a które płoche? Przede wszystkim, wyróżnimy dwa typy zagadek:

1. *Zagadki typu analitycznego*. Wszystkie informacje potrzebne do rozwiązania tego typu zagadki są zawarte w jej sformułowaniu (oraz w teorii, która jest zakładana, niejako „w tle”).

2. *Zagadki typu syntetycznego*. Aby rozwiązać tego typu zagadkę, musisz przywołać jakieś hipotezy, założenia, domysły, które nie wynikają bezpośrednio z treści samej zagadki.

Będziemy zajmować się głównie zagadkami typu analitycznego. Tak więc, w omawianych przez nas zagadkach sama ich treść będzie stanowiła wskazówki do ich rozwiązania. Rozważmy przykład. Niech ciotka Matylda lubi dokładnie wszystkich niesamolubów oraz nie lubi dokładnie żadnego samoluba. *Samolub* to ktoś, kto lubi siebie, a *niesamolub* to ktoś, kto nie jest samolubem. Zagadka polega na ustaleniu, czy w jakiejś suterenie na Rynku Łazarskim w Poznaniu mieszka ciotka Matylda. Aby to ustalić, nie musisz włóczyć się po suterenach na Rynku Łazarskim, wystarczy *pomyśleć*. Dane podane w treści zagadki przesądzają, że ciotka Matylda *nie istnieje*, a to za sprawą *logiki*. Potrafisz podać stosowną argumentację?

Rozważane w wykładzie zagadki będą dotyczyły *analizy pojęć*. Pochylimy się zatem nad zagadnieniami: *rozumienia* pojęć, właściwego nimi *operowania*, rozpoznawania i unikania *błędów* w sformułowaniach i argumentacjach. Krótko mówiąc, wykład kierujemy do studentów pragnących doskonalić się w samodzielnym *myśleniu krytycznym*. Do dziś z podziwem i uznaniem wspominam pewnego studenta, który na zajęciach z logiki podał płynną mową żądaną definicję, po czym dodał: *Ale ja nie rozumiem tego, co mówię*. To był szczery, odważny facet, z taką postawą na pewno odniósł później sukces, a co najmniej uniknął przykrości związanych z samooszukiwaniem siebie i oszukiwaniem innych.

Nie będziemy zajmować się *wszelkiego* typu zagadkami. Ludzka inwencja w tworzeniu zagadek, łamigłówek, paradoksów, tajemnic, itd. zdaje się nieograniczona. Lubimy się tym bawić, po prostu. Dla celów tego wykładu dokonano świadomego *wyboru* pewnych zagadek, pomijając wiele rodzajów innych. Nie będziemy zajmować się np.: rebusami, sztuczkami karcianymi, układankami figur, itp. Nie będziemy też analizować różnego rodzaju gier. Nie przewidujemy omawiania zagadek kryminalnych. Możemy natomiast obiecać, że postaramy się nie przesadzać z powagą i formułować zagadki w taki sposób, aby ich analiza dostarczała również wartości estetycznych i zabawowych.

1.2 Czy istnieje nauka o zagadkach?

Tematyka wykładów mieści się w obszarze nazywanym *mathematical problem solving*. Interesować nas będzie rozwiązywanie problemów (głównie dotyczących doświadczenia potocznego, ale czasem również nieco abstrakcyjnych) metodami matematycznymi. Zagadnienia dotyczące *mathematical problem solving* mają obszerną literaturę fachową, w tym również metodologiczną. Dość powszechnie wyznawany jest pogląd, że intuicje matematyczne uczniów rozwijać i kształtować należy stosunkowo wcześnie. Mimo to uważamy, że proponowany wykład (na poziomie uniwersyteckim) może pełnić swoistą rolę *terapeutyczną*, szczególnie w przypadku tych słuchaczy, którzy mają traumatyczne wspomnienia dotyczące uczenia się matematyki w szkole.

Termin *enigmatology* został już przypisany do analiz bardzo szczególnego rodzaju zagadek, a mianowicie różnego rodzaju układanek, krzyżówek, rebusów, itp. W naszym osobistym przekonaniu trochę szkoda, że tak się stało. Uważamy mianowicie, że *enigmatologia* brzmi ładnie, a *enigmatologia matematyczna* to termin skłaniający do należytego respektu wobec badań dotyczących rozwiązywania problemów metodami matematycznymi. Piszący te słowa jest zwolennikiem świeckości szkoły i sądzi, że np. zastąpienie *katechezy* w szkołach przez *enigmatologię matematyczną* byłoby wielce pożytecznym posunięciem. Zajęcia tego typu angażują bowiem kreatywność intelektualną uczniów, kształcą ich w sztuce krytycznego myślenia oraz poprawnej analizy problemów, nagradzają rzetelność w formułowaniu sądów oraz w ocenie trafności rozwiązań. Są więc one całkowitym przeciwieństwem katechezy, która w naszej opinii jest po prostu szkodliwa.

Jako ciekawostkę dodajmy, że ponury w brzmieniu termin *metagrobologia* wedle niektórych miałby oznaczać naukę o zagadkach. Termin *metagrobology* w powyższym znaczeniu wprowadził (według Wikipedii) Rick Irby około 40 lat temu. Francuskiego słowa *metagraboliser* użył w 1534 roku François Rabelais w jednej ze swoich opowieści o przygodach Gargantui. Angielski termin *metagrobolise* wprowadził Peter Motteux w 1693 roku przy okazji opublikowania tłumaczenia Thomasa Urquharta słów Rabelais: *I have been these eighteen days in metagrabolising this brave speech*. Następował tu przypis, wyjaśniający że *metagrobolise* to: *a word forged at pleasure, which signifies the studying and writing of vain things*. W innym miejscu znaczenie tego słowa określano jako: *to give a lot of trouble for nothing, to bore and annoy others*. Słowo użyte pierwotnie przez Rabelais ma pochodzenie grecko-łacińskie. Przypomnijmy, że łacińskie *cribrum* oznacza *sito*. Francuskie *grabeler* oznacza *przesiewać*; w czasach Rabelais oznaczało *badać coś dokładnie*. Na marginesie dodajmy, że angielskie *to garble* oznacza *przekręcać* (słowa, fakty, informacje, wersje, cytaty), natomiast *garbology* oznacza *badania socjologiczne oparte na analizie domowych odpadków*. Wszystkie te informacje podajemy jedynie dla uciechy. Nie zamierzamy w tym wykładzie rozwodzić się nad *ogólnymi* problemami metagrobologii. Będziemy natomiast omawiać wybrane zagadki i sposoby ich rozwiązywania. Będą to głównie zagadki w istocie logiczne i matematyczne, często podawane jednak w takiej formie, aby ukazać ułudę naszych przekonań *zdroworozsądkowych*, odnoszących się do doświadczenia potocznego. Stwierdzamy dogmatycznie: *Potoczność jest obmierzła!* I pełni optymizmu dodajemy:

- ***Logic is fun!***
- ***Math is sexy!***

1.3 Humanistki i Matematyka

Celem wykładu jest m.in. próba przekonania Humanistek, że w gruncie rzeczy lubią Matematykę. Za dziwaczny, obłudny i pełen hipokryzji uważam głoszony przez niektóre studentki pogląd: *Nie lubię (nie umiem, boję się, itd.) Matematyki, ponieważ jestem Humanistką*. To bzdura, trudno twierdzić coś bardziej niedorzecznego. Po pierwsze, uprawianie Matematyki jest właśnie tym, co odróżnia nas, ludzi (z włączeniem Humanistek), od naszych Braci Mniejszych, jak np. osły, małpy, ślimaki, pierwotniaki, nie mówiąc już o niższych jeszcze w Wielkim Łańcuchu Bytów kaktusów. To działalność specyficznie ludzka, głęboko zatem Humanistyczna. Po drugie, jak głosi niegłupie powiedzenie, *Tyle jest w każdym poznaniu nauki, ile jest w nim matematyki (Immanuel Kant)*. Po trzecie, jak głosi inne również niegłupie powiedzenie, *Księga Natury napisana jest w języku matematyki (Galileusz)*. Po czwarte, żadna z Humanistek nie potrafiłaby dłużej utrzymać się na szczycie Wielkiego Łańcucha Pokarmowego planety bez znajomości pewnych rudymentów matematyki – spróbuj bez niej np.: zrobić zakupy, ustalić prostą drogę z imprezy do domu, dokonać wyboru partnera porównując go z innymi kandydatami, itd. Jeśli sądzisz, że nie ma w takich działaniach i decyzjach żadnej ingerencji Matematyki, to mylisz się głęboko. Możesz jej nie dostrzegać świadomą uwagą, ale ona tam jest! I jej wydobycie zawsze pozwala na lepsze rozumienie zarówno tego, co dzieje się dookoła ciebie, jak i tego co dzieje się między twoimi uszami, w twoim prywatnym siedlisku Rozumu. Po piąte, obecna postać świata, jego szata technologiczna nie mogłaby powstać bez istotnego udziału Matematyki. Dotyczy to praktycznie każdego wynalazku, każdego odkrycia, każdej innowacji. Matematyka rządzi też w ostatecznym rozrachunku wartościami i ocenami, jest obecna w sztuce i filozofii, jest obecna *wszędzie*. Często nie jest łatwo dostrzegalna, ale Dobra Księga przecież tego nie obiecywała. Twierdzi się, że *niewiarygodna (i tajemnicza) użyteczność matematyki w nauce* jest podarunkiem, na który nie zasłużyliśmy. Pognębimy jeszcze na koniec te Humanistki głoszące durny slogan z początku tego punktu, które są wierzące, które uznają Wszechświat za rezultat twórczego aktu Bóstwa, które sympatyzują z *teorią inteligentnego projektu*. Gdyby bycie Humanistką implikowało nieznajomość Matematyki (lub brzydzenie się nią), to Bóstwo kreujące Wszechświat rządzony Matematyką z pewnością nie mogłoby być Humanistką. Sądzę, że powoduje to dyskomfort w poglądach wierzących co najmniej tej rangi co np. niesmaczny i okrutny (w moim odczuciu) żart zawarty w nawoływaniu Abrahama do poświęcenia własnego syna, dla kaprysu Bóstwa.

1.4 „Nic nie jest takie, jakim się wydaje”

Szczególną uwagę poświęcimy zagadkom, których rozwiązanie pozwala na skorygowanie niektórych naszych pochopnych poglądów, żywionych na podstawie mniej lub bardziej precyzyjnie określonych intuicji. Jesteśmy np. przekonani, że potrafimy bezrefleksyjnie oceniać szanse zajścia pewnych zdarzeń. Eksperymenty wyraźnie pokazują, że jest całkiem inaczej. Zabawny przykład to *Monty Hall Problem*. Mam trzy pudełka, dokładnie w jednym z nich jest nagroda, pozostałe są puste. Ja wiem, w którym jest nagroda, ty nie. Chcesz dostać tę nagrodę. Gra odbywa się w dwóch ruchach. W pierwszym masz wybrać pudełko. Gdy to uczynisz, pokazuję ci, że jedno z pozostałych pudełek jest puste. W drugim ruchu masz podjąć decyzję co jest bardziej korzystne w celu uzyskania nagrody:

1. Pozostać przy pierwotnym wyborze.

2. Zmienić swój pierwszy wybór.

Część osób wybiera 1), zwykle mamrocząc coś o konsekwencji w działaniu. Inni wybierają 2), podając za uzasadnienie, że czynią to z przekory. Znakomita większość twierdzi jednak, że 1) i 2) dają *równe prawdopodobieństwa* otrzymania nagrody. I ci obywatele głęboko się mylą – *zmiana* pierwotnego wyboru skutkuje prawdopodobieństwem otrzymania nagrody równym $\frac{2}{3}$, a nie $\frac{1}{2}$. Wystarczy uważnie policzyć, aby się o tym przekonać.

Nasz obraz świata wypaczamy na najprzeróżniejsze sposoby. *Mylimy* czasem wielkości wektorowe (np. ciężar) z wielkościami skalarnymi (np. masa). *Wierzymy* w różne rzeczy, ponieważ *wszyscy tak sądzą*, ksiądz, rabin, pastor, pop tak mówią, „tak mówili w telewizji”, itp. Ulegamy *stereotypom* myślenia, łatwo i bezwiednie. Niektórzy budują swój obraz świata na „mądrościach” zawartych w *przysłowiach, porzekadłach, aforyzmach*. Sądzą więc, że *od przybytku głowa nie boli*, ale jednocześnie *co za dużo, to niezdrowo*. Jak pisał Kornel Makuszyński: *Jeśli na św. Prota jest pogoda albo słota, to na św. Hieronima jest deszcz, albo go ni ma*. Hołubimy *przesądy*. Wychwalamy tzw. *zdrowy rozsądek* jako probierz trafności przekonań. Kierujemy się *myśleniem życzeniowym* w refleksji i działaniu, jak mieszkańcy akwarium: *Jeśli Boga nie ma, to kto zmienia wodę w akwarium?* Jesteśmy *nieobiektywni* w ocenach: *Jeśli mnie coś się udało, to dlatego, że mam zalety, jeśli udało się tobie, to dlatego, że okoliczności ci sprzyjały. I na odwrót: jeśli mnie coś się nie powiodło, to z powodu niesprzyjających okoliczności, a jeśli nie udało się tobie, to dlatego, żeś cymbał*. Pozostajemy (najczęściej nieświadomie) pod działaniem różnych mechanizmów *wpływu społecznego*, wykształconych w sposób naturalny, ewolucyjnie. I tak dalej, ludzkie skłonności do błądzenia ugruntowane bywają rozmaicie i są wszechobecne. Przesądy, stereotypy, myślenie życzeniowe, myślenie stadne, itd. zwalniają od strat energetycznych związanych z *krytycznym myśleniem*, dają poczucie bezpieczeństwa. Poczucie to jest złudne. Wartością nadrzędną dla człowieka (z włączeniem Humanistek) jest Racjonalność. Wybitny matematyk i filozof William Kingdon Clifford pisał: *it is wrong always, everywhere, and for anyone, to believe anything upon insufficient evidence.* (*The Ethics of Belief*, 1877).

Sądzimy, że wykład może – choćby w niewielkim stopniu – przysłużyć się słuchaczom w nabieraniu wprawy w samodzielnym świadomym myśleniu krytycznym. To właśnie traktujemy jako główny cel powierzonej nam uniwersyteckiej posługi dydaktycznej.

Podczas moich wykładów i konwersatoriów *Logiki Matematycznej* na pierwszym roku studiów (różnych kierunków filologicznych) w poprzednich dziesięcioleciach bywałem (z pozoru) okrutny: w szczególnie uzasadnionych przypadkach błędne rozwiązania zadań opatrywane były komentarzem *Nominacja do Nagrody Darwina*. Można to było uważać za złośliwość z mojej strony, podkreślę jednak, że kierowała mną chęć zwrócenia uwagi nieszczęsnej ofierze nominacji, iż w takich właśnie przypadkach jej *słowo wyprzedziło myśl*, a nie godzi się przecież Humanistce tak postępować. W tym wykładzie *Nominacje do Nagrody Darwina* nie będą rozdawane. Wręcz przeciwnie, będziemy zachęcać do ujawniania najbardziej nawet szalonych, spontanicznych spekulacji. Dopiero krytyczne przyjrzenie się im pozwoli na pełniejsze rozumienie dyskutowanych problemów.

1.5 Tematy wykładów

Doświadczenie dydaktyczne poucza, że prawdopodobnie nie uda się omówić tego wszystkiego, co zaplanowano, ale nie ma się czym martwić. Postanawiamy, że *zrobimy dokładnie tyle, ile zrobimy – ani odrobiny mniej i ani odrobiny więcej*. Oto plan:

1. *Zagadki matematyczne*.
   - (a) *Nieskończone*.
   - (b) *Liczby i wielkości*.
   - (c) *Ruch i zmiana*.
   - (d) *Kształt i przestrzeń*.
   - (e) *Uporządkowania*.
   - (f) *Wzorce i struktury*.
   - (g) *Algorytmy i obliczenia*.
   - (h) *Prawdopodobieństwo*.

2. *Figle logiczne*

   (a) *Zagadki logiczne*.
   (b) *Paradoksy*.
   (c) *Sofizmaty*.
   (d) *Iluzje*.

3. *Inne zagadki*

   (a) *Zagadki Humanistyczne*.
   (b) *Zagadki lingwistyczne*.
   (c) *Zagadki naukowe*.
   (d) *Zagadki filozoficzne*.
   (e) *Kilka problemów otwartych w matematyce*.

Kilka tuzinów zagadek umieszczono na stronie internetowej przedmiotu. Rozwiązania podawane będą na wykładach. Zostaną one opatrzone stosownymi komentarzami, objaśniającymi wykorzystywane pojęcia, twierdzenia, metody matematyczne. W osobnym pliku podano spis wykorzystywanej literatury.

2 Dla kogo wykład jest przeznaczony?

Wykład przeznaczony jest dla studentów kognitywistyki UAM (lata: III,IV,V). Przydatna jest znajomość materiału z przedmiotów: *Wprowadzenie do logiki*, *Logika I*, *Logika II* oraz *Matematyczne podstawy kognitywistyki*.

3 Zasady zaliczenia

Ponieważ każdy wykład kończyć się ma oceną, musimy coś z tym zrobić. Proponuję napisanie eseju (6–8 stron) na temat związany z wykładem, uzgodniony wcześniej ze mną. Tematy esejów zaliczeniowych z lat 2013, 2014, 2015 podane są na stronie internetowej przedmiotu.

4 Termin i miejsce

- Czas: wtorek, 16:45–18:15
- Miejsce: sala 310, budynek D.

5 Przykłady zagadek omawianych na wykładzie

Oto przykłady zagadek, których rozwiązania podamy na wykładach:

5.1 Dylematy pakowania

Zastanówmy się nad sposobami *całkowitego wypełnienia* przestrzeni trójwymiarowej $\mathbb{R}^3$. Pamiętajmy, że jest to obiekt *nieskończony*, a więc nie taki jak np. sala wykładowa. Jakimi obiektami można całkowicie (i bez nakładania się na siebie) wypełnić przestrzeń trójwymiarową? Oczywiście *punktami*, mało zabawne. Twój następny pomysł: *sześcianami*. Zgoda, ale co trzeba o tych sześcianach założyć? Czy *kule* są dobre, aby w żądany sposób wypełnić $\mathbb{R}^3$? Powiesz: *Nigdy w życiu!* Ale czy potrafisz to *udowodnić*? Przy okazji, osobno możesz zastanowić się nad *problemem Keplera*: jak najciaśniej upakować kule w przestrzeni trójwymiarowej? Rozważmy dalsze pomysły:

1. Czy $\mathbb{R}^3$ można całkowicie wypełnić *okręgami* i *jedną prostą*? Tak, to łatwe. *Widzisz* to?

2. Czy $\mathbb{R}^3$ można całkowicie wypełnić *okręgami* i *jedną prostą* w taki sposób, aby prosta ta przechodziła *wewnątrz* każdego z tych okręgów, a ponadto *każde* dwa z tych okręgów były względem siebie usytuowane jak ogniwa łańcucha? Tak, to trudniejsze. Poczytaj o *wiązce Hopfa*.

3. Czy $\mathbb{R}^3$ można całkowicie wypełnić *prostopadłościanami z wyciętą wewnątrz prostopadłościenną dziurą*? Tak, to niezbyt trudne. Zastanów się, *jak* myślisz o tym problemie, *co robisz*, próbując go rozwiązać. Podaj warunki, które muszą spełniać te prostopadłościany.

Podane zostaną inne jeszcze możliwości wypełnienia przestrzeni różnego rodzaju bryłami oraz pokrycia płaszczyzny rozmaitymi figurami.

5.2 Łapówki

Wyobraź sobie, że ktoś zamierza ofiarować ci *nieskończoną* liczbę kopert: pierwsza zawiera złotówkę, druga dwa złote, trzecia trzy złote, itd. – n-ta koperta zawiera n złotych. Pomijamy oczywiście czysto fizyczne aspekty darowizny, czyli zakładamy, że dla każdej liczby naturalnej n istnieje koperta, która pomieści n złotych. Taka darowizna urządza cię do końca życia (i długo potem). Powiedzmy jednak, że darczyńca daje ci wybór: albo pozostajesz przy obecnej wersji podarunku, albo przyjmujesz od niego *nieskończoną* liczbę kopert, z których pierwsza zawiera dwa złote, druga cztery złote, trzecia sześć złotych, itd. – n-ta koperta zawiera $2n$ złotych. Co opłaca się wybrać? Z jednej strony, w drugim przypadku dostajesz w sumie *dwa razy więcej* pieniędzy niż w pierwszym. Z drugiej natomiast strony, w drugim przypadku dostajesz w sumie *tylko połowę* tego, co dostałbyś w pierwszym przypadku (bo znikają wszystkie koperty zawierające *nieparzystą* liczbę złotówek). Co wybierasz? Która z propozycji jest *obiektywnie* korzystniejsza?

5.3 Przepis na nieśmiertelność

Gdy zastanowić się głębiej, trudno orzec, dlaczego nieśmiertelność uważana jest za wartość pozytywną. Mniejsza z tym, niech każdy trudzi się nad problemem nieśmiertelności we własnym sumieniu. Dla tych, którzy jej pożądają podajemy (za Raymondem Smullyanem) prosty przepis na to, aby stać się nieśmiertelnym. Wystarczy, że spełnisz następujące dwa warunki:

1. Będziesz zawsze mówiła prawdę.
2. Wypowiesz (teraz) zdanie: *Powtórzę to zdanie jutro*.

Skoro to takie proste, to dlaczego (żądni nieśmiertelności) ludzie nie postępują wedle tego przepisu? A może przepis jest zły? Co sądzisz?

5.4 Przenicowanie sfery

Czy można w przestrzeni trójwymiarowej przenicować sferę dwuwymiarową, bez jej rozrywania i tworzenia „ostrych” krawędzi? Powiedzmy, masz balonik na zewnątrz pomalowany na czerwono, wewnątrz na niebiesko. Czy możesz go przenicować na drugą stronę (przy zachowaniu podanych warunków) tak, aby na zewnątrz był niebieski, a wewnątrz czerwony?

5.5 Pinokio

Co stanie się, gdy Pinokio powie: *Mój nos się wydłuża*?

5.6 Mucha i PKP

Odległość z A do B wynosi 300 kilometrów. Z obu tych miejscowości wyjeżdżają jednocześnie dwa pociągi PKP Intercity i pędzą ku sobie z prędkością 50 kilometrów na godzinę. Jednocześnie mucha wylatuje z A, dolatuje do pociągu, który wyruszył z B, zawraca, dolatuje do pociągu, który wyruszył z A, i tak dalej. Mucha leci cały czas z prędkością 100 kilometrów na godzinę. Mucha kontynuuje swój lot do momentu, w którym pociągi się spotkają (tzn. zaczną się mijać, PKP Intercity nie przewiduje w rozkładzie jazdy zderzeń pociągów). Ile kilometrów przeleci mucha? Porównaj matematyczną treść zagadki z jej interpretacją fizyczną.

5.7 Sadzenie drzew

W jaki sposób posadzić można cztery drzewa tak, aby wszystkie odległości między punktami posadzeń były równe?

5.8 Precelek

Czy można (bez rozrywania i sklejania) przekształcić precelek (powiedzmy, z plasteliny) w kształcie ósemki w precelek, w którym jedno z kółek tworzących ową ósemkę przewleczone będzie przez drugie?

5.9 Wuj wujowi wujem?

Kazimierz jest wujem Stanisława, a Stanisław jest wujem Kazimierza. Czy to możliwe, bez zawierania związków kazirodczych?

5.10 Paradoks Condorceta

Rozważmy wybory, w których jest trzech głosujących X, Y, Z i trzech kandydatów A, B, C. Niech preferencje poszczególnych wyborców wyglądają następująco (piszemy $P > Q$ w znaczeniu: wybór P jest preferowany względem wyboru Q; preferencje każdego wyborcy są *przechodnie*):

X: $A > B > C$

Y: $B > C > A$

Z: $C > A > B$.

Czy możliwe jest liniowe uporządkowanie kandydatów zgodne z preferencjami większości wyborców?