O Definicji Istotności[1]

Jerzy Pogonowski

Department of Applied Logic
Adam Mickiewicz University
www.logic.amu.edu.pl

Omawiamy tutaj dokonaną niedawno próbę zdefiniowania pojęcia istotności.[2] Pokazujemy nieprzydatność proponowanej definicji, a także wskazujemy na niektóre inne punkty teorii wymagające opracowania.

Niech U będzie dowolnym zbiorem i niech W będzie przeciwsymetryczną i przechodnią relacją w U. Częściowy ostry porządek W w U nazywa się relacją wyprzedzania w U. Definiuje się relację nieodróżnialności R w U:

- (1) xRy wtedy i tylko wtedy, gdy nie zachodzi xWy i nie zachodzi yWx.

Jest widoczne, że tak zdefiniowana relacja R jest zwrotna i symetryczna. Następujący prosty przykład pokazuje, że nie dla każdej relacji wyprzedzania W odpowiednia relacja nieodróżnialności R jest przechodnia:

$$\begin{array}{ccccc} & & \bullet & & \\ & \nearrow & & \nwarrow & \\ y & & \cdots\cdots & & z \\ & \ddots & & \nearrow & \\ & & x & & \end{array}$$

(strzałki oznaczają relację W, linie kropkowane relację R; mamy xRy oraz yRz, ale xWz, więc nie zachodzi xRz).

Aby R było relacją przechodnią, a co za tym idzie, równoważnością, potrzeba i wystarcza, żeby zachodziły warunki:

- (2) jeśli xWz oraz xRy, to yWz
  jeśli zWx oraz xRy, to zWy.

Relację nieodróżnialności spełniającą (1) i (2) nazywamy wielkością określoną na zbiorze U.[3] Oznaczmy przez **C** zbiór wszystkich wielkości określonych na U.

[1] Opublikowano w: *Poznańskie Studia z Filozofii Nauki* 1978, zeszyt **3**: Założenia materializmu historycznego, 275–278.

[2] Izabella Nowak, Wojciech Patryas, Wojciech Szaban, *O pewnym pojęciu istotności*, „Poznańskie Studia z Filozofii Nauki", zesz. **2**: *Założenia dialektyki*, s. 221–225. Niniejsza praca powstała w wyniku dyskusji z I. Nowak i W. Patryasem.

[3] W książce Jerzego Kmity, *Z metodologicznych problemów interpretacji humanistycznej*, Warszawa 1971, zakłada się że relacja nieodróżnialności jest przechodnia (s. 183). Jak pokazuje powyższy kontrprzykład, nie dla każdej relacji wyprzedzania odpowiadająca jej relacja nieodróżnialności jest równoważnością. Definiując pojęcie wielkości (jako równoważność) musimy się zatem ograniczyć do relacji wyprzedzania W spełniających warunki (1) i (2). Z drugiej strony, pominięcie warunków (2) i ograniczenie się do relacji nieodróżnialności będących tolerancjami (tj. relacjami zwrotnymi i symetrycznymi) może prowadzić do interesującego uogólnienia pojęcia wielkości.

W zbiorze $\mathbf{C}$ wprowadzić można w sposób naturalny pewien częściowy porządek $\prec$. Oznaczmy mianowicie dla $R \in \mathbf{C}$, $x \in U$ przez $R(x)$ klasę abstrakcji relacji R zawierającą element x. Dla $P, Q \in \mathbf{C}$ definiujemy:

- $P \prec Q$ wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $x \in U$: $P(x) \subseteq Q(x)$
- $P \ll Q$ wtedy i tylko wtedy, gdy $P \prec Q$ oraz $P \neq Q$.

Intuicyjnie mówiąc, $P \ll Q$ oznacza, że podział U wyznaczony przez P jest „drobniejszy" od podziału U wyznaczonego przez Q. Dla dowolnej rodziny $A \subseteq \mathbf{C}$ oznaczmy przez $\bigwedge A$ kres dolny rodziny A względem porządku $\prec$. Zatem $\bigwedge A$ jest największym elementem zbioru $\mathbf{C}$ takim, że dla każdego $Q \in A$ mamy $\bigwedge A \prec Q$. Na koniec, niech E oznacza najmniejszy element w $\mathbf{C}$, tj. relację równości.

Proponowana przez autorów cytowanej pracy definicja zbioru wielkości istotnych dla danej wielkości $F \in \mathbf{C}$ ma postać następującą:

- (3) zbiór $S \subseteq \mathbf{C} - \{F\}$ jest zbiorem wielkości istotnych dla F wtedy i tylko wtedy, gdy S jest najmniejszym zbiorem takim, że $\bigwedge S \prec F$.

Jest oczywiste, że dla każdego $F \in \mathbf{C}$ istnieje zbiór $S \subseteq \mathbf{C}$ taki, że $\bigwedge S \prec F$. Pokażemy jednak, że w przypadku ogólnym rodzina

$$S_F = \{S \subseteq \mathbf{C} - \{F\} : \bigwedge S \prec F\}$$

nie musi posiadać elementu najmniejszego.

Twierdzenie

- 1) Jeśli $F = E$, to nie istnieje zbiór $S \in S_F$ taki, że S spełnia (3).
- 2) Jeśli istnieją różne $a, b, c \in U$ takie, że $F(a) = F(b) = F(c)$, to rodzina S_F nie zawiera elementu najmniejszego.
- 3) Jeśli istnieją różne $a, b, c, d \in U$ takie, że $F(a) = F(b)$ oraz $F(c) = F(d)$, to rodzina S_F nie zawiera elementu najmniejszego.

Dowód

1) Jest oczywiste.
2) Zdefiniujmy $Q_1, Q_2 \in \mathbf{C} - \{F\}$:

- $Q_1(a) = Q_1(b)$, $Q_1(x) = \{x\}$ dla $x \neq a$, $x \neq b$,
- $Q_2(b) = Q_2(c)$, $Q_2(x) = \{x\}$ dla $x \neq b$, $x \neq c$.

Wtedy $\bigwedge\{Q_1\} \prec F$ oraz $\bigwedge\{Q_2\} \prec F$, ale $\{Q_1\}$ i $\{Q_2\}$ są różnymi elementami minimalnymi rodziny S_F. Zatem S_F nie posiada elementu najmniejszego.
3) Zdefiniujemy $Q_1, Q_2 \in \mathbf{C} - \{F\}$:

- $Q_1(a) = Q_1(b)$, $Q_1(x) = \{x\}$ dla $x \neq a$, $x \neq b$,

- $Q_2(c) = Q_2(d)$, $Q_2(x) = \{x\}$ dla $x \neq c$, $x \neq d$.

Wtedy, jak w poprzednim przypadku, $\bigwedge\{Q_1\} \prec F$ oraz $\bigwedge\{Q_2\} \prec F$, ale $\{Q_1\}$ i $\{Q_2\}$ są znów różnymi elementami minimalnymi rodziny S_F.

Q.E.D

Powyższe twierdzenie pokazuje, że dla ***żadnej*** wielkości F nie istnieje zbiór spełniający (3). Jeśli w warunku (3) zamienić słowo „najmniejszy" na „minimalny", to widać, że rodzina $S_F^* = \{\{Q\} : Q \ll F\}$ jest podrodziną rodziny minimalnych zbiorów S takich, że $F \notin S$ oraz $\bigwedge S \prec F$. Rodzina ta jest oczywiście niepusta dla każdego $F \neq E$, ale w ogólnym przypadku zawiera więcej niż jeden element. Z drugiej strony, na pierwszy rzut oka widać, że elementy rodziny S_F^* nie są dobrymi kandydatami na zbiory wielkości istotnych dla F (z pominięciem patologicznych przypadków). Warto zauważyć, że rodzina S_F może zawierać, oprócz minimalnych, również inne elementy nieporównywalne. Można mianowicie pokazać, że dla niektórych F zbiory

$$S_1 = \{Q \in \mathbf{C} : Q \ll F\}, \qquad S_2 = \{Q \in \mathbf{C} : F \ll Q\}$$

są rozłącznymi elementami rodziny S_F.

Podsumowując widzimy, że proponowana definicja zbioru wielkości istotnych nie może zostać przyjęta. Tak więc pojęcie istotności pozostaje nadal pojęciem pierwotnym. Można przypuszczać, że własności struktury $(\mathbf{C}, \prec)$ dość słabo charakteryzują pojęcie istotności. Istotność wielkości należałoby chyba wiązać ściślej z samym pojęciem wielkości (być może wymagałoby to uogólnienia pojęcia wielkości).

Rozważania niniejsze pozwalają wyjawić ważne założenie, przyjmowane milcząco w esencjalizmie. W idealizacyjnej koncepcji nauki, przy omawianiu pojęcia istotności i związanych z nim konstruktów, postępuje się tak, jakby dla każdej wielkości istniał dokładnie jeden zbiór wielkości dla niej istotnych. Jednakże jednoznaczność zbioru wielkości istotnych nie wynika z pozostałych założeń teorii. Nie ma potrzeby dodawać, jakie ma to konsekwencje dla całości teorii. Z drugiej strony interesujące wydaje się rozpatrzenie przypadku ogólniejszego, w którym każda wielkość mogłaby posiadać więcej niż jeden zbiór wielkości dla niej istotnych.