

NIEWYRAŻALNA TĘSKNOTA ZA MODELEM ZAMIERZONYM

JERZY POGONOWSKI

Zakład Logiki Stosowanej UAM

www.logic.amu.edu.pl

pogon@amu.edu.pl

[Odczyt sponsorowany przez Uniwersytet Opolski.]

Streszczenie

Staramy się pokazać, jak pewne twierdzenia metalogiczne wiążą się z pragmatycznym (!) pojęciem *modelu zamierzonego* teorii, który to model miałby być w jakiś sposób wyróżniony spośród wszystkich modeli teorii, jako ten, z myślą o którym teoria była budowana. Dość powszechnie znane w tym kontekście są wnioski z takich twierdzeń jak np.: *twierdzenie o zwartości*, *twierdzenie Löwenheima-Skolema*, *twierdzenie Gödla o niezupełności*. Konsekwencje te ukazują mianowicie, że dla ważnych teorii matematycznych istnieją ich modele *niestandardowe*, a więc że teorie takie nie charakteryzują jednoznacznie swojego modelu zamierzonego. Owa jednoznaczność może być przy tym rozumiana zarówno *strukturalnie* (jednoznaczność z dokładnością do izomorfizmu) jak i *semantycznie* (nieodróżnialność ze względu na ogół zdań prawdziwych w modelu, czyli elementarna równoważność wszystkich modeli teorii).

Przywołamy również niektóre dalsze fakty wiążące się z problemem charakterystyki modeli zamierzonych, np.: *twierdzenie Tennenbauma*, pewne twierdzenia dotyczące *mocy wyrażania* systemów logicznych, niektóre *twierdzenia o reprezentacji*, wybrane twierdzenia klasycznej i współczesnej teorii modeli (*twierdzenie Rylla-Nardzewskiego*, *twierdzenie Morleya*), czy wreszcie tzw. *aksjomaty ekstremalne*. Przykładami tych ostatnich są: *aksjomat zupełności* Hilberta w geometrii, *aksjomat ograniczenia* Fraenkla w teorii mnogości, *aksjomat konstruowalności* Gödla, *aksjomat kanoniczności* Suszki, *aksjomat indukcji* w arytmetyce, *aksjomaty istnienia bardzo dużych liczb kardynalnych*. Aksjomaty ekstremalne formułowane były właśnie w intencji jednoznacznej charakterystyki modeli zamierzonych teorii.

Tematyka wykładu dotyczy głównie teorii matematycznych, ale postaramy się podać także stosowne przykłady z wybranych teorii empirycznych. Przynajmniej nie epatować formalizmem matematycznym. O ile pozwolą na to ramy czasowe wykładu, uwzględnimy też filozoficzne aspekty problemu wyznaczenia odniesienia przedmiotowego teorii.